Representaciones gráficas

<u>Observación</u>: La mayoría de estos ejercicios se han propuesto en las pruebas de Selectividad, en los distintos distritos universitarios españoles.

1. Se considera la función

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x - 32$$

a) Hállense sus máximos y mínimos.
b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Represéntese gráficamente.

Solución:

a) $f'(x) = 6x^2 - 42x + 60 = 0 \Rightarrow x = 2$ o $x = 5$. Son los posibles máximos o mínimos.

Como $f''(x) = 12x - 42$, $f''(2) = -18$ y $f''(5) = 18$, en $x = 2$ se da un máximo, mientras que en $x = 5$ se da un mínimo.

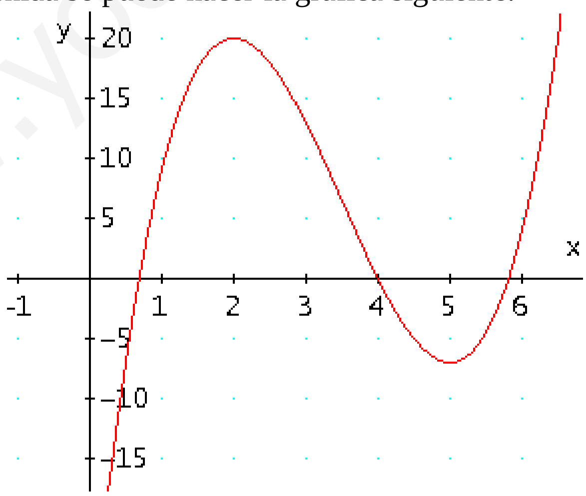
El máximo relativo vale $f(2) = 20$.
El mínimo relativo vale $f(5) = -7$.

b) Para $x < 2$, $f'(x) > 0$: la función es creciente.
Para $2 < x < 5$, $f'(x) < 0$: la función es decreciente
Para $x > 5$, $f'(x) > 0$: la función es creciente.

(c) Algunos valores:

x	0	1	2	4	5	6
$f(x)$	–32	9	20 (máx)	0	–7 (mín)	4

Con la información obtenida se puede hacer la gráfica siguiente.



.

2. Un dirigente de cierto partido político afirma que dimitirá si el porcentaje de votantes al partido no alcanza el 20 %. Se estima que el porcentaje de participación en la consulta será al menos el 40 % y que el porcentaje de votantes al partido dependerá del porcentaje de participación según esta función (P indica el porcentaje de votantes al partido y x el de participación):

$$P(x) = -0{,}00025x^3 + 0{,}045x^2 - 2{,}4x + 50, \ (40 \le x \le 100)$$

a) Indica cuándo crece el porcentaje de votantes al partido y cuándo decrece. Según la función, ¿es posible que el dirigente no tenga que dimitir?
b) Dibuja la gráfica de la función.

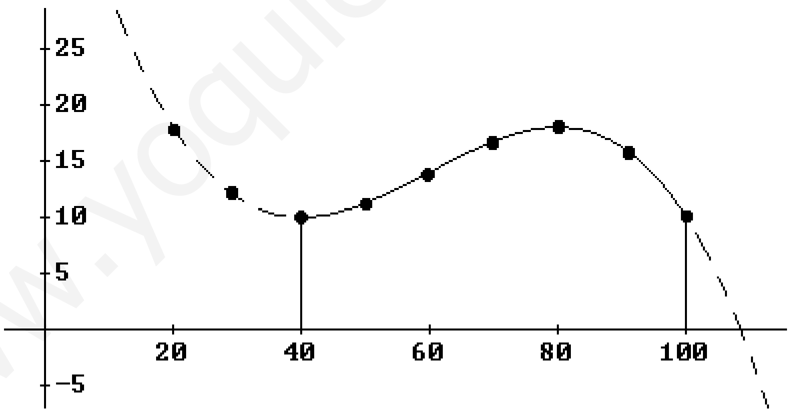
Solución:
a) Hay que estudiar el signo de la derivada de P(x)

$$P'(x) = -0{,}00075x^2 + 0{,}090x^2 - 2{,}4 \Rightarrow P'(x) = 0 \text{ si } x = 40 \text{ o } x = 80 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad P'(x) = -0{,}00075(x-40)(x-80)$$

Luego:
- si $40 < x < 80$, $P'(x) > 0 \Rightarrow$ P(x) crece
- si $80 < x \le 100$, $P'(x) < 0 \Rightarrow$ P(x) decrece.

El porcentaje de votantes al partido aumentará cuando lo hace la participación desde el 40 al 80 %. Para x = 40 % se da el mínimo relativo de P(x) y para x = 80 %el máximo.
Como este máximo vale P(80) = 18, menos del 20 % prometido, el dirigente político dimitirá.

b) Dando algunos valores: {(40, 10); (50, 11,25); (60, 14); (70, 16,75); (80, 18); (90, 16,25}; otros puntos fuera de rango: (20, 14); (30, 11,75). Representando esos puntos y uniéndolos se obtiene la gráfica pedida.



3. Una cadena de televisión ha presentado un nuevo programa para la franja de las 11 a las 15 horas. El share o porcentaje de audiencia de la primera emisión vino dado por la siguiente función, donde S(t) representa el share en el tiempo t, en horas. Para que el programa siga emitiéndose el share ha tenido que alcanzar en algún momento el 30 %

$$S(t) = -t^3 + 36t^2 - 420t + 1596. \quad 11 \le t \le 15$$

a) Indica cuándo creció el share y cuándo decreció. ¿El programa seguirá emitiéndose?
b) Dibuja la gráfica del share.

Solución:
a) Hay que estudiar el signo de la derivada de S(t)

$$S'(t) = -3t^2 + 72t - 420 \;\Rightarrow\; P'(x) = -0{,}00075(x-40)(x-80)$$

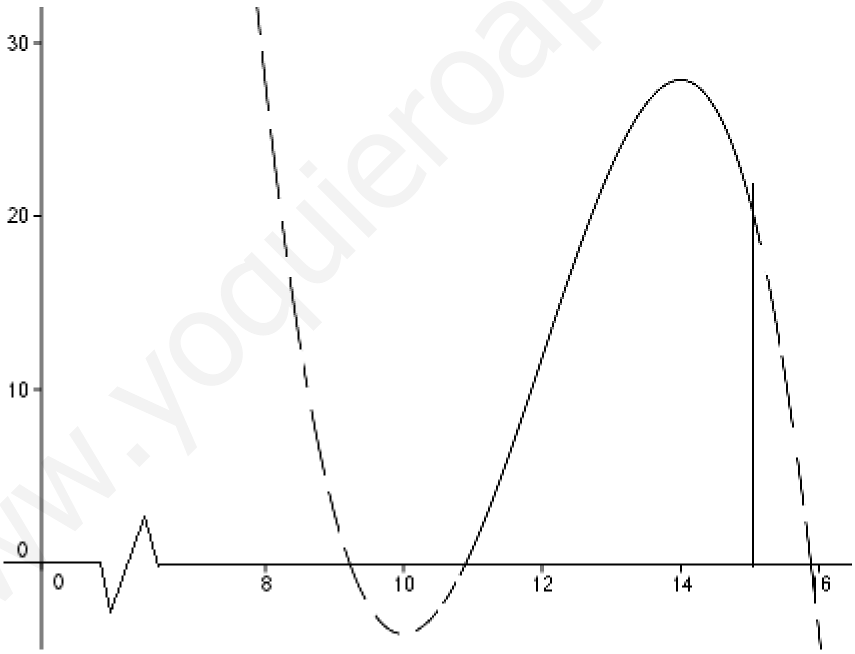
$\Rightarrow$ S´(t) = 0 si t = 10 o t = 14 (La solución t = 10 no interesa.)

Luego:

- si $11 \le t < 14$, $S'(t) > 0 \Rightarrow$ S(t) crece
- si $14 < t < 15$, $S'(t) < 0 \Rightarrow$ S(t) decrece.

En consecuencia, en t = 14 se alcanza el máximo del share. Como este máximo vale S(14) = 28 < 30, el programa no seguirá emitiéndose.

b) Dando algunos valores, {(11, 0); (12, 12); (13, 23); (14, 28); (15, 21)}, puede trazarse la gráfica pedida.



4. La gráfica de velocidad de un autobús en los 6 minutos previos a un accidente quedó recogida en el tacómetro, y se ajusta bastante bien a la siguiente función. V(t) es la velocidad en el tiempo t (t en minutos, de 0 a 6):

$$V(t) = 24t - 15t^2 + 2t^3 + 100 \quad 0 \le t \le 6$$

a) Especifica los intervalos de tiempo en que la velocidad aumentó y aquéllos en que disminuyó.
b) Dibuja la gráfica de velocidad, especificando, si los hay, los puntos de inflexión. ¿En qué momentos se alcanza la mayor y menor velocidad?
c) Especifica (si los hay) los máximos y mínimos relativos y absolutos.

Solución
a) Hay que estudiar el signo de la derivada de *V*(*t*)

$$V´(t) = 24 - 30t + 6t^2 \quad \Rightarrow \text{ V´(t) = 0 si t = 1 o t = 4}$$

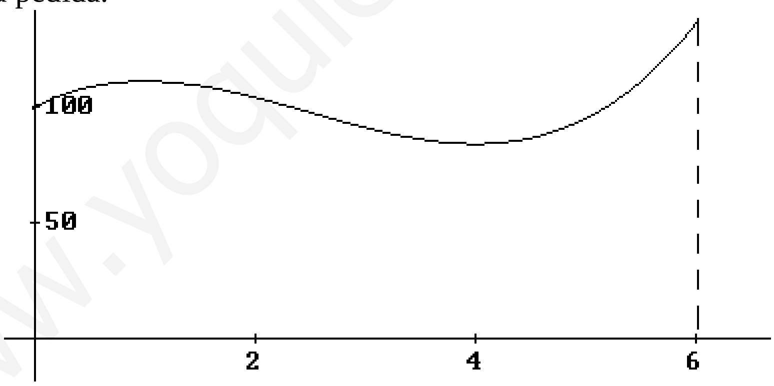
Luego:

- si $0 \le t < 1$, $V´(t) > 0 \Rightarrow$ V(t) crece
- si $1 < t < 4$, $V´(t) < 0 \Rightarrow$ V(t) decrece.
- si $4 < t < 6$, $V´(t) > 0 \Rightarrow$ V(t) crece

b) La derivada segunda es:

$V´´(t) = -30 + 12t \quad \Rightarrow$ se anula si t = 30/12 = 2,5. En el minuto t = 2,5 la velocidad tiene un punto de inflexión.
Como V´´(1) < 0, en t = 1 se da un máximo relativo.
Como V´´(4) > 0, en t = 3 se da un mínimo relativo.

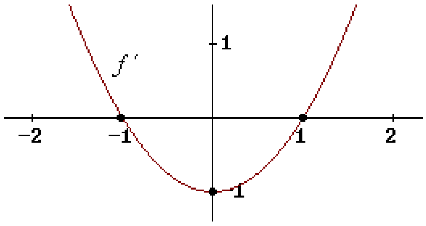
Dando algunos valores,{(0, 100); (1, 113); (2, 104); (3, 91); (4, 84); (5, 95); (6,136)}, puede trazarse la gráfica pedida.



La velocidad máxima absoluta se da en el instante del accidente, y es de 136 km/h.

5. Sabiendo que la gráfica de la derivada de la función f es la parábola con vértice en (0, –1) que pasa por los puntos (–1, 0) y (1, 0), estudiar razonadamente el crecimiento, la concavidad, los máximos, los mínimos y los puntos de inflexión de *f*.

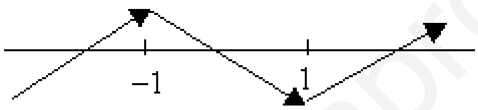
Solución:
La función $f\,´$ es aproximadamente como sigue:



- Crecimiento.

Como $f\,´ < 0$ en el intervalo (–1, 1) $\Rightarrow$ *f* decrece en ese intervalo (–1, 1).
Como $f\,´ > 0$ en los intervalos (–∞, 1) y (1, +∞) $\Rightarrow$ *f* crece en esos intervalos.

En esquema, *f* sería así:



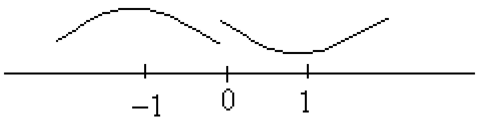
- Los extremos relativos se dan en los puntos con derivada 0, que son x = –1 y x = 1.

Como la función es creciente a la izquierda de x = –1 y decreciente a su derecha, en x = –1 se da un máximo.
Igualmente, la función es decreciente a la izquierda de x = 1 y creciente a su derecha; en consecuencia, en x = 1 se da un mínimo.

- Concavidad.

Como $f\,´$ decrece en el intervalo (–∞, 0) $\Rightarrow$ $f\,´´ < 0$ en ese intervalo $\Rightarrow$ *f* será cóncava ($\cap$) en el intervalo (–∞, 0).
Como $f\,´$ crece en el intervalo (0, +∞) $\Rightarrow$ $f\,´´ > 0$ en ese intervalo $\Rightarrow$ *f* será convexa ($\cup$) en el intervalo (0, +∞).

En esquema, *f* será así:



Como la función cambia de curvatura en $x = 0$, para ese valor se da el punto de inflexión. (Puede verse también que en x = 0, la función derivada, $f\,´$, tiene un mínimo. Por tanto, su derivada, $(f\,´)´$, valdrá cero: $f\,´´(0) = 0$.)

6. El peso que una plancha de cierto material es capaz de soportar depende de la edad de la misma según la siguiente función (el peso P en toneladas; t representa la edad en años de la plancha):

$$P(t)=\begin{cases} 50-t^2 & 0\le t\le 3 \\ 56-\dfrac{20t}{t+1} & t>3 \end{cases}$$

a) ¿Es el peso una función continua de la edad? Según vaya pasando el tiempo ¿la plancha cada vez aguantará menos peso?
b) Dicen que por mucho tiempo que transcurra, la plancha siempre aguantará más de 40 toneladas. ¿Estás de acuerdo?
c) Esboza un dibujo de la gráfica de P(t) cuidando la concavidad y convexidad de la función.

Solución

a) Es una función continua pues los límites laterales en el punto t = 3, único en discordia, coinciden. En efecto:

$$\text{si } t\to 3^-,\ P(t)=50-t^2 \to 41$$

$$\text{si } t\to 3^+,\ P(t)=56-\frac{20t}{t+1} \to 41$$

La función es siempre decreciente pues su derivada, salvo en t = 3 en donde no es derivable, tiene signo negativo para t > 0. En efecto:

$$P'(t)=\begin{cases} -2t & 0<t<3 \\ \dfrac{-20}{(t+1)^2} & t>3 \end{cases}$$

Por tanto, la plancha cada vez aguantará menos peso.

b) No es verdad que la plancha aguantará siempre más de 40 toneladas pues su límite, cuando $t\to\infty$, vale 36. En efecto:

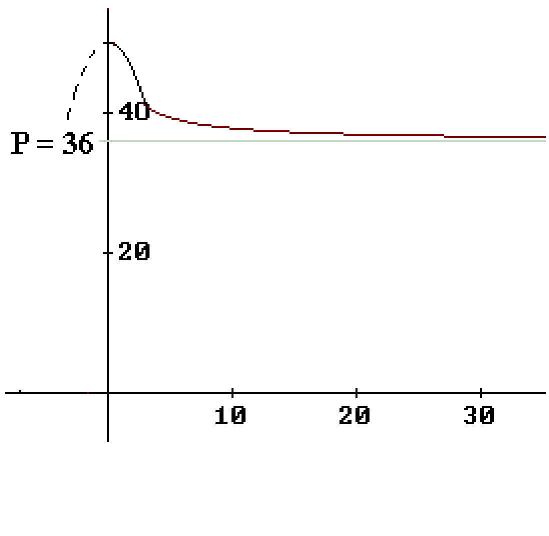
$$\lim_{t\to\infty} P(t)=\lim_{t\to\infty}\left(56-\frac{20t}{t+1}\right)=56-20=36$$

c) Hacemos la derivada segunda:

$$P''(t)=\begin{cases} -2 & 0<t<3 \\ \dfrac{40}{(t+1)^3} & t>3 \end{cases}$$

Si 0 < t < 3, $P''(t) < 0 \Rightarrow$ P(t) es cóncava ($\cap$).
Si t > 3, $P''(t) > 0 \Rightarrow$ P(t) es convexa ($\cup$).
En t = 3 la función tiene un punto de inflexión: aunque no sea derivable, en ese punto la función pasa de cóncava a convexa.

Dando algunos valores: {(0, 50), (2, 46), (3, 41), (4, 40), (9, 38), …}; y teniendo en cuenta que la recta y = 36 (P = 36) es una asíntota horizontal, se obtiene la gráfica adjunta.



7. El servicio de traumatología de un hospital va a implantar un nuevo sistema que pretende reducir a corto plazo las listas de espera. Se prevé que a partir de ahora la siguiente función indicará en cada momento (t, en meses) el porcentaje de pacientes que podrá ser operado sin necesidad de entrar en lista de espera:

$$P(t)=\begin{cases} t^2-8t+50 & 0\le t\le 10 \\ \dfrac{38t-100}{0,4t} & t>10 \end{cases}$$

a) ¿A partir de qué momento crecerá este porcentaje? Por mucho tiempo que pase, ¿a qué porcentaje no llegará nunca?
b) Haz un esbozo de la gráfica de P a lo largo del tiempo.

Solución
La función de porcentaje es continua en t = 10, pero no es derivable en ese punto.
En efecto:

$$\text{si } t\to 10^-,\ P(t)=t^2-8t+50 \to 70$$

$$\text{si } t\to 3^+,\ P(t)=\frac{38t-100}{0,4t} \to 70 \Rightarrow \text{ es continua.}$$

Sin embargo,

$$P'(t)=\begin{cases} 2t-8 & 0\le t<10 \\ \dfrac{100}{0,4t^2} & t>10 \end{cases}$$

siendo P´(10^-) = 12 y P´(10^+) = 2,5 → no es erivable.

a) Para ver el crecimiento estudiamos el signo de la derivada: P´(t) = 0 si t = 4.

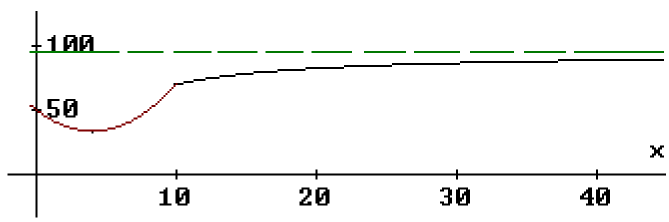
- Si 0 < t < 4, P´(t) < 0 ⇒ P(t) decrece.
- Si 4 < t < 10, P´(t) > 0 ⇒ P(t) crece.
- Si t > 10, P´(t) > 0 ⇒ P(t) crece.

Por tanto, el porcentaje crece a partir de t = 4.

Cuando t → ∞, el porcentaje se acerca a 95, aunque nunca lo alcanza, pues:

$$\lim_{t\to\infty} P(t)=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{38t-10}{0,4t}\right)=\frac{38^-}{0,4}=95^-$$

b) Dando algunos valores: {(0, 50), (2, 38), (4, 34), (8, 50), (10, 70), (12, 74,2), (20, 82,5)}; y teniendo en cuenta que la recta y = 95 (P = 95) es una asíntota horizontal, se obtiene la siguiente gráfica.



8. Sea la función $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$.

a) Encuentra las ecuaciones de las asíntotas de $f(x)$.
b) Estudia el signo de la función.
c) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función e indica cuales son sus máximos y mínimos.
d) Haz un esbozo de la gráfica de $f(x)$.

Solución:

a) El dominio de la función dada es **R** – {–1, 1}. Por tanto, en los puntos $x = -1$ y $x = 1$ pueden darse asíntotas verticales. Así es, pues:

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \left[\frac{2}{0}\right] = \infty \text{ y } \lim_{x\to 1} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \left[\frac{2}{0}\right] = \infty$$

En consecuencia, las rectas $x = -1$ y $x = 1$ son asíntotas verticales de la curva dada.
Igualmente hay una asíntota horizontal, la recta $y = 1$, pues

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} = 1$$

b) Como el numerador es siempre positivo el signo de la función depende del denominador.

Como $x^2 - 1 < 0$ cuando $-1 < x < 1$, la función será negativa en ese intervalo; y positiva en **R** – [–1, 1].

positiva		positiva
-1	negativa	1

c) Derivando:

$$f'(x) = \frac{2x(x^2-1) - 2x(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$$, que se anula si x = 0.

Por tanto:

- si $x < 0$, $x \neq -1$, $f'(x) > 0 \Rightarrow$ la función es creciente en el intervalo $x < 0$.
- *si* x > 0, $x \neq 1$, $f'(x) < 0 \Rightarrow$ la función es decreciente en el intervalo $x > 0$.

En consecuencia, al crecer a la izquierda de x = 0 y decrecer a su derecha, en ese punto (en x = 0) la función tiene un máximo.

d) Estudiando los limites laterales se determina que:

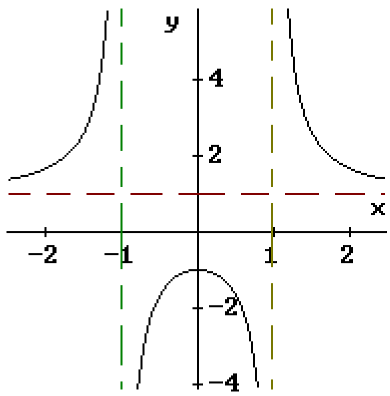
si $x \to -1^-$, $f(x) \to +\infty$; si $x \to -1^+$, $f(x) \to -\infty$;
si $x \to +1^-$, $f(x) \to -\infty$; si $x \to +1^+$, $f(x) \to -\infty$;
si $x \to -\infty$, $f(x) \to 1^+$; si $x \to +\infty$, $f(x) \to 1^+$

Algunos puntos de la función son:

(0, –1); (2, 5/3); (3, 10/8)

También puede observarse que la función es par.

Con todo esto se obtiene la representación gráfica adjunta.



9. Sea la función: $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}$.

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva en x = –3.
b) Calcula sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
c) Represéntala gráficamente.

Solución:

a) La ecuación de la recta tangente a *f*(x) en el punto (*a*, *f*(*a*)) es: $y-f(a)=f'(a)(x-a)$

$f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}$ $\Rightarrow$ $f(-3)=20/9$

$f'(x)=\dfrac{((x-2)+(x-1))x^2-(x-1)(x-2)\cdot 2x}{x^4}=\dfrac{3x^2-4x}{x^4}$ $\Rightarrow$ $f'(-3)=13/27$

La tangente será: $y-\dfrac{20}{9}=\dfrac{13}{27}(x+3)\Rightarrow y=\dfrac{13}{27}x+\dfrac{11}{3}$

b) La recta x = 0 es una asíntota vertical de *f*(x), pues: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}=\infty$

Como $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2}=1$, la recta y = 1 es asíntota horizontal de la curva.

Máximos y mínimos:

La derivada primera, $f'(x)=\dfrac{3x-4}{x^3}=0$ si x = 4/3; que puede ser máximo o mínimo.

La derivada segunda, $f''(x)=\dfrac{3x^3-(3x-4)\cdot 3x^2}{x^6}=\dfrac{12x^2-6x^3}{x^6}=\dfrac{6x^2(2-x)}{x^6}$.

Esta derivada se anula si x = 2. Para ese valor se tiene un punto de inflexión.
Como $f''(4/3)>0$, x = 4/3 hay un mínimo.

c) Para representar, hay que dar algunos valores (por ejemplo, el mínimo, (4/3, –1/8) y el punto de inflexión, (2, 0)), y debe observarse que:

- si x < 0, $f'(x)>0$ $\Rightarrow$ $f(x)$ es creciente.
- si 0 < x < 4/3, $f'(x)<0$ $\Rightarrow$ $f(x)$ es decreciente.
- si x > 4/3, $f'(x)>0$ $\Rightarrow$ $f(x)$ es creciente.

Además:

- hacia –∞ la curva va por encima de la asíntota:

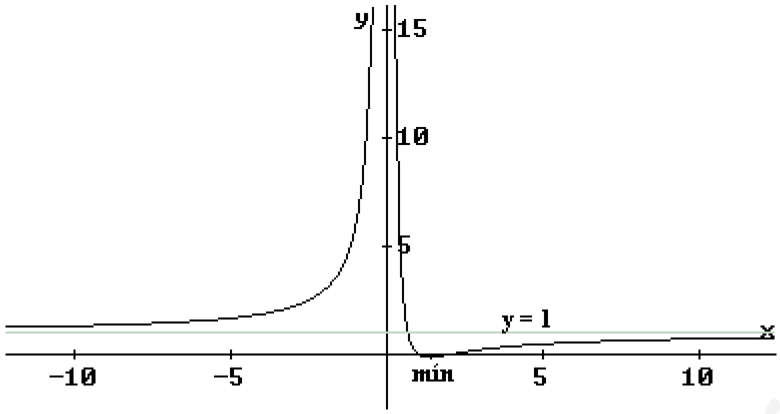
$$f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2}=1+\frac{2-3x}{x^2}\to 1+0^+$$

(para valores de x negativos y grandes, el termino $\dfrac{2-3x}{x^2}$ es pequeño pero positivo)

- hacia +∞ la curva va por debajo de la asíntota:

$$f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2}=1+\frac{2-3x}{x^2}\to 1+0^-$$

Por otra parte, la curva corta al eje OX si $f(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ o $x = 2$.
Con todo lo dicho se obtiene la gráfica siguiente.



10. Dada la curva: $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$, se pide:

a) Dominio y asíntotas.
b) Simetrías y cortes con los ejes.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Máximos y mínimos, si los hay.
e) Una representación aproximada de la misma.

Solución:

a) El dominio de la función es **R** – {–1, 1}.
Las rectas x = –1 y x = 1 son asíntotas verticales. Es obvio que el límite en esos puntos se hace infinito.

Si $x \to -1^-$, $f(x) \to -\infty$ Si $x \to -1^+$, $f(x) \to +\infty$

Si $x \to 1^-$, $f(x) \to -\infty$ Si $x \to 1^+$, $f(x) \to +\infty$

La recta $y = 0$, el eje OX, es asíntota horizontal, pues $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{x^2 - 1} = 0$

Si $x \to -\infty$, $f(x) \to 0^-$, luego f(x) va por debajo del eje OX

Si $x \to +\infty$, $f(x) \to 0^+$, luego f(x) va por encima de la asíntota.

b) La función es impar, pues $f(-x) = \dfrac{-x}{(-x)^2 - 1} = -f(x)$

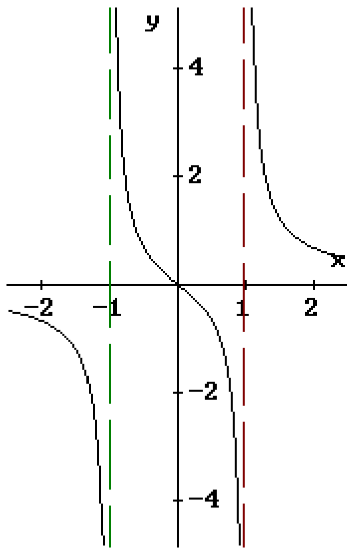
Corte con los ejes:

si x = 0, y = 0 → punto (0, 0). No hay más cortes.

c) Como $f'(x) = \dfrac{x^2 - 1 - x \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \dfrac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$ es siempre negativa, la función es decreciente en todo punto de su dominio.

d) Como siempre es decreciente no hay máximos ni mínimos. (También se podría indicar que la función no tiene puntos con derivada nula.)

e) La gráfica aproximada de f(x) es:



Algunos puntos:

(–2, –2/3); (–1,5, –1,2); (–0,5, 2/3);
(0, 0); (2, 2/3); (1,5, 1,2); (0,5, –2/3).

11. Dada la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$, se pide:
a) Hallar el dominio y las asíntotas.
b) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Hacer una representación gráfica aproximada.

Solución:
a) El dominio de la función es **R** – {–1, +1}.
Las rectas x = –1 y x = 1 son asíntotas verticales. Es obvio que el límite en esos puntos se hace infinito.

Si $x\to -1^-$, $f(x)\to -\infty$ Si $x\to -1^+$, $f(x)\to +\infty$
Si $x\to +1^-$, $f(x)\to -\infty$ Si $x\to +1^+$, $f(x)\to +\infty$

La recta $y = 0$ (el eje OX) es asíntota horizontal de la función, pues $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0$

Si $x\to -\infty$, $f(x)\to 0^-$ $\Rightarrow$ la curva va por debajo de la asíntota.
Si $x\to +\infty$, $f(x)\to 0^+$ $\Rightarrow$ la curva va por encima de la asíntota.

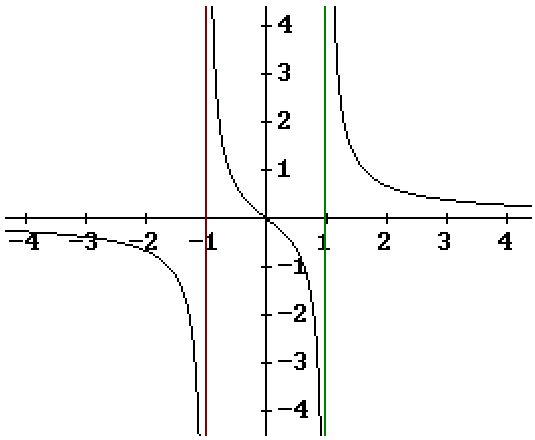
Nota: Puede indicarse que la función es impar.

b) La derivada de la función es: $f'(x)=\dfrac{-x^2-1}{(x^2-1)}$

Como $f'(x)=\dfrac{-x^2-1}{(x^2-1)}$ es siempre negativa, la función es decreciente en todo punto de su dominio.

c) La gráfica aproximada de f(x) es:

Algunos puntos:
(–3, –3/8); (–2, –2/3); (–3/2, –6/5);
(–0,5, 2/3); (0, 0), (0,5, –2/3), …



12. Dada la función: $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$, se pide:

a) Calcular su dominio y asíntotas.
b) Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Hacer su representación gráfica aproximada

Solución:

a) El dominio de la función es $\mathbf{R}-\{-1\}$.
La recta x = –1 es una asíntota vertical. Es obvio que el límite en ese punto se hace infinito.

$$\text{Si } x\to -1^{-},\ \ f(x)\to +\infty . \quad \text{Si } x\to -1^{+},\ \ f(x)\to -\infty$$

La recta $y = 1$ es asíntota horizontal de la función, pues $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x+1}=1$

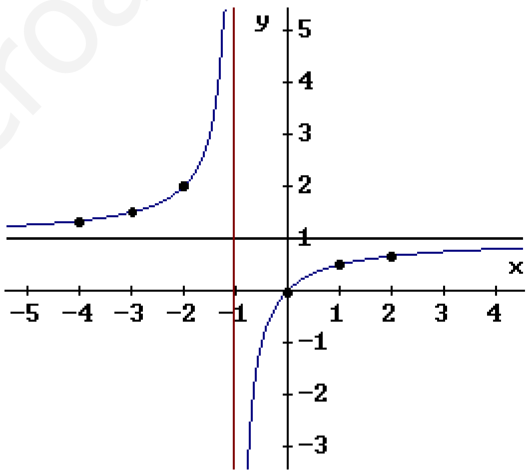
$$\text{Si } x\to -\infty,\ \ f(x)\to 1^{+} \Rightarrow \text{ la curva va por encima de la asíntota.}$$

$$\text{Si } x\to +\infty,\ \ f(x)\to 1^{-} \Rightarrow \text{ la curva va por encima de la asíntota.}$$

b) Como $f´(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}$ es siempre positiva, la función es creciente en todo punto de su dominio.

c) La gráfica aproximada de $f(x)$ es:

Algunos puntos:
(–4, +4/3); (–3, 3/2); (–2, 2);
(0, 0); (1, 1/2); (2, 2/3)



13. Sea la función $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2$:

a) Determina sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
b) Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa x = 2.
c) Represéntala gráficamente.

Solución:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2=+\infty \Rightarrow$ $x = 0$ es una asíntota vertical.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2=1 \Rightarrow$ $y = 1$ es una asíntota horizontal.

Si x → +∞, $f(x)\to 1^+$

Si x → –∞, $f(x)\to 1^-$

Máximos y mínimos:

$$f'(x)=2\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\frac{-1}{x^2}=-\frac{2x+2}{x^3} \Rightarrow \text{ x = –1 es un punto singular.}$$

$$f''(x)=2\left(-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{-1}{x^2}\right)+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(\frac{2}{x^3}\right)=\frac{2(2x+3)}{x^4} \Rightarrow f''(x)=0 \text{ si x = –3/2}$$

Como $f''(-1)=2>0$, en x = –1 hay un mínimo. No hay máximos.

En x = –3/2 hay un punto de inflexión.

b) La ecuación de la tangente es: $y-f(2)=f'(2)(x-2)$

Como $f(2)=\dfrac{9}{4}$ y $f'(2)=-\dfrac{3}{4}$, la recta será: $y-\dfrac{9}{4}=-\dfrac{3}{4}(x-2)$

c) Damos algunos valores: (–2, ¼), (–1, 0), (1, 4), (2, 9/4), (4, 25/16).
Con esto y con la información del apartado a) podemos dibujar la curva siguiente.