$\boxed{1}$ Un experimento aleatorio consiste en lanzar simultáneamente dos dados con las caras numeradas del 1 al 6. Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos: a) Obtener dos unos. **(0,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

A = obtener dos unos = { (11) } $\begin{cases} \text{casos favorables a } A = 1 \\ \text{casos posibles} = VR_{6,2} = 6^2 = 36 \end{cases}$, p(A) = $\dfrac{\text{c. fav. a A}}{\text{c. posibles}} = \boxed{1/36}$

---

b) Obtener al menos un dos. **(0,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

B = obtener al menos un dos ; B^C = no obtener ningún 2 $\begin{cases} \text{casos favorables a } B^c = VR_{5,2} = 5^2 = 25 \\ \text{casos posibles} = VR_{6,2} = 6^2 = 36 \end{cases}$ $p(B^C) = 25/36$

Luego $p(B) = 1 - p(B^C) = 1 - 25/36 = \boxed{11/36}$

---

c) Obtener dos números distintos. **(0,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

C = obtener dos números distintos ; C^C = obtener dos números iguales $\begin{cases} \text{casos favorables a } C^c = 6 \\ \text{casos posibles} = VR_{6,2} = 6^2 = 36 \end{cases}$ $p(C^C) = 6/36$

Luego $p(C) = 1 - p(C^C) = 1 - 6/36 = 30/36 = \boxed{5/6}$

---

d) Obtener una suma igual a cuatro **(0,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

D = Obtener una suma igual a cuatro = { (13) , (31) , (22) } $\begin{cases} \text{casos favorables a } D = 3 \\ \text{casos posibles} = VR_{6,2} = 6^2 = 36 \end{cases}$ $p(D) = 3/36 = \boxed{1/12}$

$\boxed{2}$ Se dispone de los siguientes datos sobre el equipamiento de los hogares de una ciudad: En el 60% de los hogares se puede ver la TDT (Televisión Digital Terrestre) y el 70% de los hogares dispone de ordenador. De entre los hogares que disponen de ordenador, el 80% puede ver la TDT. a) ¿Son sucesos independientes "disponer de ordenador" y "poder ver la TDT"? **(1,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

Sean los sucesos A = disponer de ordenador , B = poder ver la TDT ; tenemos que comprobar si se cumple que $p(A \cap B) = p(A).p(B)$

Nos dicen que $p(B) = 0,6$, $p(A) = 0,7$; $p(B/A) = 0,8$

Como $p(B/A) = \dfrac{p(B \cap A)}{p(A)}$; $0,8 = \dfrac{p(B \cap A)}{0,7}$; despejando se obtiene, $p(B \cap A) = 0,8 \ . \ 0,7 = 0,56$

$\begin{cases} p(A \cap B) = 0,56 \\ p(A) \ . \ p(B) = 0,7 \ . \ 0,6 = 0,42 \end{cases}$ Como no coinciden, entonces los sucesos A y B **no son independientes** (es decir son sucesos dependientes)

---

b) ¿Qué porcentaje de hogares no disponen de ordenador ni pueden ver la TDT? **(1,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

Tenemos que calcular $p(A^C \cap B^C)$ = (por las leyes de Morgan) = $p[(A \cup B)^C] = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0,74 = 0,26 \rightarrow \boxed{26\ \%}$
Ya que $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,7 + 0,6 - 0,56 = 0,74$

3 En una población, donde el 45% son hombres y el resto mujeres, se sabe que el 10% de los hombres y el 8% de las mujeres son inmigrantes.
a) ¿Qué porcentaje de inmigrantes hay en esta población? **(1,5 puntos)**
b) Si se elige, al azar, un inmigrante de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre? **(1 punto)**

RESOLUCIÓN

Sean los sucesos H = ser hombre , I = ser inmigrante

	H	H^C	Total
I	$p(H \cap I) =$ 10% de 45% = 0,045	$p(H^C \cap I) =$ 8% de 55% = 0,044	$p(I) = 0{,}045 + 0{,}044 = 0{,}089$
I^C	$p(H \cap I^C) = 0{,}45 - 0{,}045 = 0{,}405$	$p(H^C \cap I^C) = 0{,}55 - 0{,}044 = 0{,}506$	$p(I^C) = 0{,}405 + 0{,}506 = 0{,}911$
Total	$p(H) = 0{,}45$	$p(H^C) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$	1

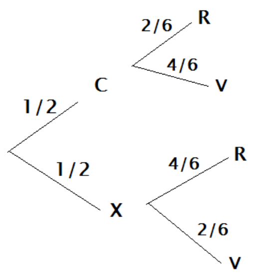
a) Nos piden $p(I) = 0{,}089 = \boxed{8{,}9\ \%}$ b) Nos piden $p(H / I) = \dfrac{p(H \cap I)}{p(I)} = \dfrac{0{,}045}{0{,}089} = \boxed{0{,}5056}$

---

4 Se tienen dos dados, uno (A) con dos caras rojas y cuatro verdes, y otro (B) con dos caras verdes y cuatro rojas. Se lanza una moneda; si sale cara se arroja el dado A y si sale cruz el dado B.
a) Halle la probabilidad de obtener una cara de color rojo. **(1,5 puntos)**
b) Si sabemos que ha salido una cara de color verde en el dado, ¿cuál es la probabilidad de que en la moneda haya salido cara?
(1 punto)

RESOLUCIÓN

Dado A : $\begin{cases} 2\text{ R} \\ 4\text{ V} \end{cases}$, Dado B : $\begin{cases} 4\text{ R} \\ 2\text{ V} \end{cases}$; C = salir cara , X = salir cruz ; R = salir cara roja ; V = salir cara verde



$$\begin{cases} \text{a) } p(R) = p(C).p(R/C) + p(X).p(R/X) = \frac{1}{2}.\frac{2}{6} + \frac{1}{2}.\frac{4}{6} = \boxed{\frac{1}{2}} \\ \text{b) } p(C/V) = \dfrac{p(C \cap V)}{p(V)} = \dfrac{p(C).p(V/C)}{p(C).p(V/C) + p(X).p(V/X)} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{6}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{6} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6}} = \boxed{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Iznalloz, Mayo del 2009

FILA B

RESOLUCIÓN

1 Se lanza una moneda tres veces y se consideran los sucesos:
A: "Obtener al menos dos veces cara" y B: "Obtener cara en el segundo lanzamiento".
a) Describa el espacio muestral asociado al experimento. Calcule P(A) y $P(A \cup B)$. **(1,5 puntos)**
b) Los sucesos A y B, ¿son independientes?, ¿son incompatibles? **(1 punto)**

RESOLUCIÓN

a) **E = { ccc , ccx , cxc , cxx , xcc , xcx , xxc , xxx }** ; A = { ccc , ccx , xcc , cxc } $\begin{cases} \text{casos favorables a } A = 4 \\ \text{casos posibles} = VR_{2,3} = 2^3 = 8 \end{cases}$ p(A) = 4/8 = $\boxed{1/2}$

B = { ccc , ccx , xcc , xcx } ; A U B = { ccc , ccx , xcc , xcx , cxc } ; p(A U B) = $\boxed{5/8}$

---

b) Hallemos $A \cap B$ = (elementos comunes de A y B)= { ccc , ccx , xcc } ; A y B **son compatibles** pues $A \cap B \neq \emptyset$
Para ver si son independientes tenemos que comprobar si se cumple que $p(A \cap B) = p(A).p(B)$; (Observa que p(B) = 4/8 = 1/2)

$\begin{cases} p(A \cap B) = \frac{3}{8} \\ p(A).p(B) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{cases}$ Como no coinciden, entonces los sucesos A y B **no son independientes** (es decir son sucesos dependientes)

2 En un espacio muestral se sabe que para dos sucesos A y B se verifica $P(A \cap B) = 0,1$ $P(A^C \cap B^C) = 0,6$ $P(A/B) = 0,5$.
a) Calcule P(B) **(1,5 puntos)** b) Calcule $P(A \cup B)$ **(0,5 puntos)** c) ¿Son A y B independientes? **(0,5 puntos)**

RESOLUCIÓN

a) Usamos la fórmula de la probabilidad condicionada $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$; $0,5 = \frac{0,1}{p(B)}$; $p(B) = \frac{0,1}{0,5} = \boxed{0,2}$

b) Como $p(A^C \cap B^C)$ = (por las leyes de Morgan) = $p[(A \cup B)^C] = 1 - p(A \cup B)$; $0,6 = 1 - p(A \cup B)$; luego $p(A \cup B) = \boxed{0,4}$

c) Para ver si son independientes tenemos que comprobar si se cumple que $p(A \cap B) = p(A).p(B)$
Hallemos primero p(A) ; usamos la fórmula $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; $0,4 = p(A) + 0,2 - 0,1$; luego $p(A) = 0,3$

$\begin{cases} p(A \cap B) = 0,1 \\ p(A) \,.\, p(B) = 0,3 \,.\, 0,2 = 0,6 \end{cases}$ Como no coinciden, entonces los sucesos A y B **no son independientes** (es decir son sucesos dependientes)

---

3 En un aula de informática hay 20 puestos de ordenador. De ellos, 10 son compartidos y otros 10 son individuales. De los puestos compartidos, hay 3 en los que el ordenador no funciona, de los individuales hay 2 en los que el ordenador no funciona.
a) Seleccionado al azar un puesto en el aula, ¿cuál es la probabilidad de que no funcione el ordenador? **(1,5 puntos)**
b) Si se elige al azar un puesto en el que funciona el ordenador, ¿cuál es la probabilidad de que sea compartido? **(1 punto)**

RESOLUCIÓN

Sean los sucesos C = el puesto de ordenador es compartido F = el ordenador funciona

	C	C^C	Total
F	7	8	15
F^C	3	2	5
Total	10	10	20

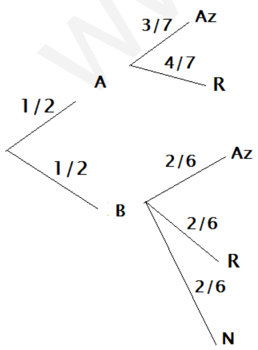
a) Nos piden $p(F^C) = 5/20 = \boxed{1/4}$ b) Nos piden $p(C/F) = \frac{p(C \cap F)}{p(F)} = \frac{7/20}{15/20} = \boxed{7/15}$

---

4 Una urna A contiene tres bolas azules y cuatro rojas y otra urna B contiene dos bolas azules, dos rojas y dos negras. Se extrae, al azar, una bola de una de las urnas. a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. **(1,5 puntos)**
b) Si la bola extraída resulta ser azul, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B? **(1 punto)**

RESOLUCIÓN

Urna A : $\begin{cases} 3\ Az \\ 4\ R \end{cases}$, Urna B : $\begin{cases} 2\ Az \\ 2\ R \\ 2\ N \end{cases}$ A = elegir urna A , B = elegir urna B , Az = sacar bola azul , R = sacar bola roja , N = sacar bola negra



$$\begin{cases} a)\ p(R) = p(A).p(R/A) + p(B).p(R/B) = \frac{1}{2}.\frac{4}{7} + \frac{1}{2}.\frac{2}{6} = \boxed{\frac{19}{42}} \\ b)\ p(B/Az) = \frac{p(B \cap Az)}{p(Az)} = \frac{p(B).p(Az/B)}{p(A).p(Az/A) + p(B).p(Az/B)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6}} = \boxed{\frac{7}{16}} \end{cases}$$