

009 Realiza las siguientes operaciones de vectores.

$$\vec{u}_1 = (0, 1, 1) \quad \vec{u}_2 = (1, 0, 1) \quad \vec{u}_3 = (1, 1, 0)$$

a)  $\vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3$

b)  $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 + \vec{u}_3$

010 Halla dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  tales que:

$$\vec{u} - \vec{v} = (0, 0, 1) \quad \vec{u} + \vec{v} = (1, 0, 0)$$

¿Cuántos vectores en el espacio verifican estas dos condiciones?

011 Determina el número máximo de vectores independientes, y elige vectores que lo sean.

$$\vec{v}_1 = (1, -1, 0) \quad \vec{v}_2 = (0, 1, -1) \quad \vec{v}_3 = (3, 0, -3) \quad \vec{v}_4 = (1, 1, 1)$$

012 Comprueba si estas colecciones de vectores son base del espacio o no.

a)  $\vec{v}_1 = (2, -1, 0)$ ,  $\vec{v}_2 = (2, 1, 0)$  y  $\vec{v}_3 = (2, 0, 1)$

b)  $\vec{v}_1 = (3, -7, 1)$ ,  $\vec{v}_2 = (-1, 4, 0)$  y  $\vec{v}_3 = (5, -10, 2)$

013 Halla un punto  $C$  en el segmento  $AB$ , determinado por los puntos  $A(-3, 0, 1)$  y  $B(0, 6, 5)$ , de modo que  $\overline{AC}$  sea la mitad que  $\overline{CB}$ .

014 Encuentra un punto  $D$ , para que el polígono  $ABCD$  sea un paralelogramo.

$$A(0, 0, 0) \quad B(2, -1, 3) \quad C(-1, 2, 1)$$

015 Calcula la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto y tiene el vector director indicado.

a)  $A(2, -1, -1)$  y  $\vec{v} = (-2, -4, 4)$       b)  $A(1, 1, 1)$  y  $\vec{v} = (-2, -2, -2)$

016 Halla las ecuaciones paramétricas de la recta, sabiendo que un punto y un vector director son:

a)  $A(3, 0, -7)$  y  $\vec{v} = (-10, 2, 6)$       b)  $A(0, 0, 0)$  y  $\vec{v} = (1, 0, 0)$

017 Calcula la ecuación continua de la recta que pasa por cada par de puntos.

a)  $A(2, -1, -1)$  y  $B(0, -5, 3)$

b)  $A(1, 1, 1)$  y  $B(-1, -1, -1)$

018 Halla las ecuaciones cartesianas de la recta que pasa por cada par de puntos.

a)  $A(3, 0, -7)$  y  $B(-7, 2, -1)$

b)  $A(0, 0, 0)$  y  $B(1, 0, 0)$

- 019 Obtén la ecuación vectorial del plano en cada caso.  
a)  $A(2, -1, -1), B(0, -5, 3)$  y  $C(1, 1, 1)$       b)  $A(1, 1, 1), B(-1, -1, -1)$  y  $C(1, 2, 2)$

- 020 Halla las ecuaciones paramétricas del plano correspondiente.  
a)  $A(3, 0, -7), \vec{u} = (-10, 2, 6)$  y  $\vec{v} = (0, 3, 10)$   
b)  $A(0, 0, 0), \vec{u} = (1, 0, 0)$  y  $\vec{v} = (4, 4, 4)$

- 021 Halla la ecuación general del plano que pasa por el punto  $P(-1, 0, 2)$  y contiene a la recta de ecuación:

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{3}$$

- 022 Obtén la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $A(1, 1, -7), B(5, -2, 9)$  y  $C(5, -4, 0)$ .

- 023 Calcula la ecuación general de los planos que contienen a dos de los ejes coordenados.

- 024 Determina la posición de estas rectas:

$$r: (x, y, z) = (0, -5, 3) + t(1, 1, 1)$$

$$s: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$$

- 025 Determina las posiciones relativas de las siguientes rectas:

$$r: (x, y, z) = (2, 2, 2) + t(1, 1, 1)$$

$$s: (x, y, z) = (0, 0, 0) + t(1, 0, 0)$$

- 026 Estudia la posición relativa de estas rectas:

$$r: \begin{cases} -x + 2y - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

- 027 Estudia la posición relativa de las rectas:

$$r: \begin{cases} y - z - 3 = 0 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$s: \begin{cases} -y + z = 0 \\ x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- 028 Calcula la posición relativa de la recta y el plano:

$$r: \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ -x + 3y - z + 1 = 0 \end{cases} \quad \pi: x + z + 1 = 0$$

029 Halla la posición relativa de la recta y el plano:

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1} \quad \pi: 2x - 5y + 3z + 3 = 0$$

030 Halla la posición relativa de estas parejas de planos.

- a)  $\pi_1: -x + 2y - z = 0$   
 $\pi_2: x - 2y + z + 1 = 0$
- b)  $\pi_1: x - z + 11 = 0$   
 $\pi_2: -2y - z + 11 = 0$

031 Estudia la posición relativa de los planos.

- a)  $\pi_1: -6x + 5y - 3z + 2 = 0$   
 $\pi_2: x - y + z = 0$
- b)  $\pi_1: x - 2y - z + 1 = 0$   
 $\pi_2: -2x + 4y - 2z + 3 = 0$

037 Estudia la posición relativa de los planos:

$$\begin{aligned}\pi_1: x - z + 2 &= 0 \\ \pi_2: 2x + 2y + 3z + 3 &= 0 \\ \pi_3: 3x + 8y + 7z + 1 &= 0\end{aligned}$$

042 Las componentes de  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  en una cierta base de  $V_3$  son:

$$\vec{u} = (2, 0, -1) \quad \vec{v} = (-3, 1, 2) \quad \vec{w} = (4, -2, 7)$$

Hallar en esa misma base las componentes del vector:

$$2\vec{u} - \vec{v} + \frac{1}{3}\vec{w}$$

(Aragón. Junio 2007. Opción B. Cuestión 4)

043 Expresa, en cada caso, el vector  $\vec{w}$  como combinación lineal de  $\vec{u} = (-2, 3, -3)$  y  $\vec{v} = (1, -2, 5)$ .

- a)  $\vec{w} = (-9, 14, -17)$   
b)  $\vec{w} = (10, -16, 22)$   
c)  $\vec{w} = (-1, 1, -1)$

044 Determina  $k$  para que los tres vectores sean linealmente dependientes.

$$\vec{u} = (3, -2, 0) \quad \vec{v} = (1, 3, 11) \quad \vec{w} = (2, 4, k)$$

048 ¿Qué valor debe tener  $p$  para que el vector  $\vec{u} = (4, p, 6)$  esté en el mismo plano que  $\vec{v} = (2, -1, 5)$  y  $\vec{w} = (-5, 3, -13)$ ?

- 054 Comprueba si están alineados los siguientes puntos en el espacio.  
a)  $A(3, 3, -5)$ ,  $B(4, -6, 1)$  y  $C(2, -4, 5)$       b)  $A(-4, 1, 2)$ ,  $B(0, 6, 1)$  y  $C(-12, -9, 4)$

- 055 Encuentra los valores de  $a$  y  $b$  que hacen que los tres puntos estén alineados:  
 $P(2, -1, a)$ ,  $Q(5, 1, 6)$  y  $R(b, -5, 9)$ .

- 068 Calcule la ecuación de la recta paralela a la recta  $r: \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$  que pasa por el punto  $(0, 1, 0)$ .  
(Cataluña. Septiembre 2006. Cuestión 3)

- 073 Prueba que las ecuaciones  $\begin{cases} x - y + z - 4 = 0 \\ 3x + 5z - 9 = 0 \end{cases}$  y  $\frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$  representan la misma recta.  
(La Rioja. Septiembre 2002. Propuesta A. Ejercicio 1)

- 074 Sean  $P$  y  $Q$  los puntos del espacio  $P(1, 2, 2)$  y  $Q(2, a, a)$ . Hallar el valor de  $a$  para que la recta que une  $P$  y  $Q$  pase por el origen de coordenadas.  
Hallar la ecuación de la recta como intersección de dos planos y en forma paramétrica.  
(País Vasco. Julio 2007. Bloque B. Problema B)

- 076 Encuentra la ecuación de la recta contenida en el plano  $\pi: x + 2y + 6z - 2 = 0$  que corta a los ejes  $Y$  y  $Z$ .  
(Cataluña. Junio 2007. Cuestión 4)

- 088 Considera los puntos del espacio:  
 $A(0, 0, 1)$      $B(1, 1, 2)$      $C(0, -1, -1)$   
a) Encuentra la ecuación del plano  $ABC$ .  
b) Si  $D$  es el punto de coordenadas  $(k, 0, 0)$ , ¿cuánto ha de valer  $k$  para que los cuatro puntos  $A, B, C$  y  $D$  sean coplanarios?  
(Cataluña. Junio 2004. Cuestión 2)

- 096 Encuentra las condiciones que deben satisfacer  $a$  y  $b$  para que el punto  $Q(2, a, b)$  esté en el mismo plano que los puntos  $A(1, 3, 1)$ ,  $B(1, 0, -1)$  y  $C(0, 0, 2)$ .  
(País Vasco. Julio 2005. Bloque B. Cuestión B)

- 106 Determina la posición relativa de las siguientes rectas:  
 $r_1: \begin{cases} 7x + 5y - 7z - 12 = 0 \\ 2x + 3z + 11 = 0 \end{cases}$        $r_2: \begin{cases} 5x - 5y - z - 16 = 0 \\ 3x - 2y - 7 = 0 \end{cases}$   
(Aragón. Junio 2007. Opción B. Cuestión 4)

- 110 Estudia, según los valores del parámetro  $k$ , la posición relativa de las rectas siguientes:

$$x - k = \frac{y+1}{2k-1} = \frac{z}{2} \qquad \frac{x}{k+1} = \frac{y-2}{-1} = z+2$$

(Balears. Septiembre 2006. Opción A. Cuestión 2)

- 111 Dadas las rectas:  $r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-3}$   $\left. \begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ s: y = 3 + 2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{array} \right\}$

- a) Estudia su posición relativa.  
b) Calcula la ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y es paralelo a la recta  $s$ .

(Galicia. Septiembre 2007. Bloque 2. Opción 2)

- 112 Dadas las siguientes rectas:  $\frac{x-a}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{2}$   $\left. \begin{array}{l} x + y - z = 0 \\ 2x + z = 1 \end{array} \right\}$

calcula el valor de  $a$  de tal manera que ambas rectas se corten. Determina el punto de corte.

(Balears. Septiembre 2004. Opción A. Cuestión 4)

- 114 Se consideran la recta  $r: \left. \begin{array}{l} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{array} \right\}$ , el plano  $\pi: 2x - 4y - 2z = 0$

y el punto  $P(1, 1, 1)$ . Se pide:

- a) Determinar la ecuación del plano  $\pi_1$  que pasa por el punto  $P$  y es paralelo al plano  $\pi$ .  
b) Determinar la ecuación general del plano  $\pi_2$  que contiene a la recta  $r$  y pasa por el punto  $P$ .

(Canarias. Junio 2008. Bloque 4. Opción B)

- 115 Calcula  $a$  para que la recta:  $r: \left. \begin{array}{l} 5x - y + z = 0 \\ x - y - z = -4 \end{array} \right\}$  sea paralela al plano  $\pi: ax - 6y + 4z = 5$ .

(La Rioja. Junio 2002. Propuesta A. Ejercicio 2)

- 117 ¿Para qué valores del parámetro  $m$  la recta:  $x = y + 1 = \frac{11-mz}{3}$  es paralela al plano  $2x + y + z = 9$ ? Determinar el punto de intersección de la recta y el plano para  $m = 2$ .

(Aragón. Septiembre 2006. Opción A. Cuestión 4)

- 118 Estudiar la posición relativa del plano  $\pi: 5x + \lambda y - 2z + 1 = 0$  y la recta  $r: \left. \begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{array} \right\}$  según los valores del parámetro  $\lambda$ .

(Canarias. Septiembre 2005. Opción B. Cuestión 4)