

EJERCICIOS CAPÍTULO 4 (tema 12 del solucionario santillana – a partir de la pág 729)

014 Sin hallar la integral, calcula la derivada de $A(x) = \int_0^x 4t^2 dt$.

015 Determina $[F(x)]_4^7$, sabiendo que $F(x)$ es una primitiva de la siguiente función:
$$f(x) = -x^2 - 2$$

017 Resuelve estas integrales definidas.

a) $\int_{-2}^2 (2x^3 - 4x + 3) dx$

b) $\int_0^e \frac{3x}{x^2 + 1} dx$

018 Calcula las integrales definidas.

a) $\int_0^{\pi} (2 \operatorname{sen} x - 4x) dx$

b) $\int_1^4 \frac{x-2}{x^2} dx$

019 Calcula, utilizando integrales, primero, y aplicando la fórmula del área del triángulo, después, el área comprendida entre la función $y = -\frac{3}{2}x + 3$ y los ejes de coordenadas.

020 Halla, mediante integrales, el área del triángulo determinado por los puntos (0, 6), (2, 0) y (7, 0).

021 Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$.

022 Halla el área de la región que delimitan las gráficas de las funciones $y = x^3 - 2x$ e $v = -x^2$.

032 Aplicando las propiedades de la integral definida, calcula:

a) $\int_0^4 (2 + x) dx$

c) $\int_0^2 (x^2 - 3x + 5) dx$

b) $\int_{-3}^2 x^2 dx$

d) $\int_{-1}^1 |x| dx$

045 Calcular la derivada de la función $F(x) = \int_0^x te^{t^2} dt$ en el punto $x = 3$.

046 Dada $F(x) = \int_1^x t \operatorname{sen} t \, dt$, estudiar si $x = \pi$ es una raíz de $F'(x)$.

047 Sea $F(x) = \int_0^x \operatorname{sen} t^2 \, dt$. Calcular la segunda derivada de la función F .

(Galicia. Septiembre 2005. Bloque 3. Pregunta 2)

048 Sea la función $F(x) = \int_1^x \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt$ definida para $x \geq 1$. Hallar sus máximos y mínimos relativos.

(La Rioja. Junio 2005. Propuesta A. Ejercicio 4)

049 Dada la función $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$, ¿tiene $F(x)$ puntos de inflexión?

Justificar la respuesta.

(Galicia. Junio 2007. Bloque 3. Opción 1)

053 Calcular las siguientes integrales definidas.

a) $\int_1^5 (2 + 4x^3) dx$

b) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{sen} 2x \, dx$

c) $\int_1^9 (\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}) \, dx$

d) $\int_0^1 2xe^{x^2} \, dx$

e) $\int_0^1 (2e^x - 4x^2) \, dx$

f) $\int_2^3 (2^x + \sqrt{2x}) \, dx$

g) $\int_2^4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

h) $\int_{-4}^3 |x^2 - 4| \, dx$

i) $\int_{-1}^1 |x - 2| \, dx$

j) $\int_1^4 \frac{3}{\sqrt{x}} \, dx$

k) $\int_0^{\pi} \cos^2 x \, dx$

l) $\int_1^e \ln x^2 \, dx$

m) $\int_0^2 3xe^x \, dx$

n) $\int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} 2x \, dx$

ñ) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \, dx$

o) $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$

050 Calcular la derivada de esta función:

$$F(x) = \int_1^{2x} (t + t^2) dt$$

064 Calcular: $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 2x}$

(Madrid, Septiembre 2006, Opción A, Ejercicio 1)

065 Calcule la siguiente integral: $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} dx$

(Murcia, Septiembre 2006, Bloque 4, Cuestión A)

068 Calcular la integral: $\int_0^1 \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x + 2} dx$

(Murcia, Septiembre 2007, Bloque 4, Cuestión A)

071 Sea $I = \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

- a) Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 1 + x^2$.
- b) Calcular el valor de I .

(Andalucía, Junio 2006, Opción A, Ejercicio 2)

072 Sea $I = \int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1} dx$.

- a) Exprésala aplicando el cambio de variable $\sqrt{1+x}-1 = t$.
- b) Calcular I .

(Andalucía, Septiembre 2005, Opción B, Ejercicio 2)

073 Calcular la integral: $\int_1^e \ln x^2 dx$

(Murcia, Junio 2007, Bloque 4, Cuestión A)

074 Hallad $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$.

(La Rioja, Junio 2008, Propuesta A, Ejercicio 2)

- 075 Calcular el valor de a para que la integral entre 0 y a de la función xe^x sea igual a 1.
(Canarias. Septiembre 2007. Opción B. Cuestión 2)

- 076 Se considera la función $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$.
Determinar el valor del parámetro a tal que: $\int_0^a f(x) dx = \frac{1}{4}$
(Madrid. Septiembre 2005. Opción A. Ejercicio 2)

- 077 La función $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definida por:
- $$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$
- es continua en $[0, +\infty)$. Calcular $\int_0^{10} f(x) dx$.
(Aragón. Junio 2006. Opción B. Cuestión 2)

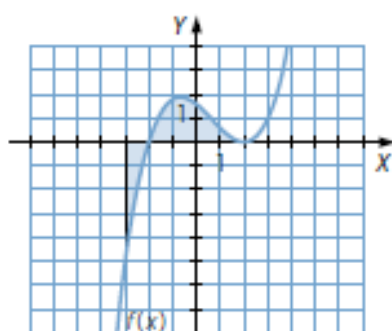
- 078 Sea: $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$. Calcular $\int_0^{2\pi} f(x) dx$.
(Aragón. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 2)

- 080 Sea $f(x)$ una función derivable en $(0, 1)$ y continua en $[0, 1]$, tal que $f(1) = 0$ y $\int_0^1 2xf'(x) dx = 1$. Utilizar la fórmula de integración por partes para hallar $\int_0^1 f(x) dx$.
(Madrid. Junio 2005. Opción A. Ejercicio 1)

- 081 Sea $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la función dada por $f(x) = ax^2 + b$. Halla los valores de a y b sabiendo que $\int_0^6 f(x) dx = 6$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa 3 vale -12 .
(Andalucía. Año 2006. Modelo 4. Opción A. Ejercicio 1)

- 082 Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que verifica:
- Tiene un máximo relativo en $x = 1$.
 - Tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas $(0, 1)$.
 - Se verifica: $\int_0^1 p(x) dx = \frac{5}{4}$
- (Madrid. Junio 2005. Opción A. Ejercicio 2)

- 088 Determina el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = (x - 2)^2(x + 2)$ y el eje X en el intervalo $[-3, 2]$.



- 092 Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $f(x) = |x^2 - 4|$ y las rectas $x = -1$, $x = 4$ y $y = 0$.

(C. Valenciana. Junio 2006. Ejercicio A. Problema 3)

- 097 Sea $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la función definida por $f(x) = x|x - 2|$.

- a) Esboza la gráfica de f .
b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

(Andalucía. Septiembre 2007. Opción A. Ejercicio 2)

- 098 La parábola $f(x) = 4 - x^2$, su recta tangente en $x = 1$ y el eje Y limitan un recinto finito en el plano. Dibujar un esquema de dicho recinto y hallar su área mediante cálculo integral.

(País Vasco. Julio 2007. Bloque D. Problema D)

- 100 Calcula el área encerrada por la función $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$ y los ejes X e Y .

(Murcia. Junio 2007. Bloque 4. Cuestión B)

- 102 Dada la función: $f(x) = \frac{x^2 - 12}{x^2 + 4}$ calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje X .

(Madrid. Junio 2007. Opción B. Ejercicio 1)

- 110 Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 7x^2 + 12x$ en el punto de abscisa 1. Calcula el área del recinto limitado por esa recta, la curva y el eje Y .

- 113 Hállese el área del recinto limitado por la parábola $y = -x^2$ y la recta $y = 2x - 3$.

(Castilla y León. Junio 2006. Prueba A. Cuestión 4)

- 115 Hallar el área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones:

$$y = x^2 - 4 \quad y = 3x - 6$$

(Castilla y León. Junio 2007. Prueba B. Cuestión 4)

- 116 Calcula el área de la región del plano encerrada por las gráficas de las funciones:

$$f(x) = 2x \quad g(x) = 6 + 3x - x^2$$

(Navarra. Junio 2007. Grupo 2. Opción D)

- 118 Representa gráficamente el recinto plano limitado por las parábolas $y = 1 - x^2$ e $y = 2x^2$ y calcula su área.

(Extremadura. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 2)

- 123 Sean $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ y $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ las funciones definidas mediante $f(x) = x^3 + 3x^2$ y $g(x) = x + 3$.

- Esboza las gráficas de f y g calculando sus puntos de corte.
- Calcula el área de cada uno de los dos recintos limitados entre las gráficas de f y g .

(Andalucía. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 2)

- 136 Calcula el valor de m para que el área del recinto limitado por la recta $y = mx$ y la curva $y = x^3$ sea 2 unidades cuadradas.

(Galicia. Junio 2006. Bloque 3. Opción 2)

- 137 La curva $y = x^2 - 2x + 1$ y la recta que pasa por los puntos $A(1, 0)$ y $B(3, 4)$ limitan un recinto finito en el plano.

- Traza un esquema gráfico de dicho recinto.
- Halla su área.

(Asturias. Septiembre 2006. Bloque 6)

- 138 El área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones $y = \frac{x^2}{a}$ e $y = \sqrt{ax}$, con $a > 0$, es 3. Calcula el valor de a .

(Andalucía. Junio 2006. Opción B. Ejercicio 2)