

EJERCICIOS CAPÍTULO 1 (tema 7 del solucionario santillana – pág 397)

013 Halla los siguientes límites.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^7 & \text{c)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} & \text{e)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^7} \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^7 & \text{d)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x} & \text{f)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^7} \end{array}$$

014 Calcula estos límites.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} 7^x & \text{c)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{7})^x & \text{e)} \lim_{x \rightarrow +\infty} 7^{\frac{1}{x}} \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow -\infty} 7^x & \text{d)} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{7})^x & \text{f)} \lim_{x \rightarrow -\infty} 7^{\frac{1}{x}} \end{array}$$

017 Resuelve los siguientes límites.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x + 1} & \text{c)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{\sqrt{x^2 + 3}} \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{\sqrt{x^2 + 3}} & \text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 12x + 9}{\sqrt[3]{x^5 + 5x - 2}} \end{array}$$

018 Calcula estos límites.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + x}{x} & \text{c)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{6 + x}}{2x + 4} \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x + \sqrt{3x - 2}}{2x} & \text{d)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + 2x}{6x - 3} \end{array}$$

019 Calcula los siguientes límites.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x} - \frac{1 + 2x^2}{2x - 1} \right) & \text{c)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{1 + 4x}) \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x) & \text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 3x} - 3x) \end{array}$$

020 Sustituye a, b, c y d por números de modo que:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = 1 & \text{c)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 7} - cx) = 0 \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx - 3} - 2x) = -\frac{1}{4} & \text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{dx^2 + x - 5} - 2x) = +\infty \end{array}$$

021 Calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{4x-1}{4x}\right)^{3x+2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{6x+2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{x+3}\right)^{3x+1}$

027 Resuelve los siguientes límites.

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{3x+3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 2x}{x^2 - 3x}$

028 Calcula estos límites.

a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{25-x^2}}{x-5}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 18}{\sqrt{x^2 - 9}}$

029 Determina si la función $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ es continua en $x = -2$ y $x = 2$.

030 Halla si la función $f(x) = |x-3|$ es continua en $x = -3$ y $x = 0$.

031 Determina si esta función es continua.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

032 Calcula a para que esta función sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + a & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

075 Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$.

(Navarra. Junio 2001. Opción D. Pregunta 1)

077 Se considera la función $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(Baleares. Septiembre 2008. Opción B. Cuestión 3)

074 Resuelve estos límites.

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9}$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$

076 Determina los límites siguientes y, en caso de resultar infinito, halla los límites laterales.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 18x^2 + 27x}{5x^2 - 20x + 15}$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3 - 18x^2 + 27x}{5x^2 - 20x + 15}$

078 Obtén los resultados de estos límites.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{x^2-3x+2}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

f) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

088 Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$.

(Madrid. Junio 2003. Opción A. Ejercicio 1)

089 Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$.

(Andalucía. Año 2001. Modelo 4. Opción A. Ejercicio 2)

091 Si $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 3 \\ \frac{3}{x+5} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$, determina los límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
 b) $\lim_{x \rightarrow -5} g(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 6} g(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

092 Sea la función: $h(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-2} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 4x + 4 & \text{si } -2 \leq x < 3 \\ 2^{x+1} + 9 & \text{si } x > 3 \end{cases}$. Calcula estos límites.

- a) $\lim_{x \rightarrow -5} h(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 5} h(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 3} h(x)$
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} h(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

096 ¿En qué puntos presentan una discontinuidad estas funciones y de qué tipo son?

- a) $y = \frac{5}{x-2}$ d) $y = \frac{2x+2}{x^2-2x-3}$
 b) $y = \frac{6x}{x^2-2x+3}$ e) $y = \frac{x^2-x}{2x^2+4x-6}$
 c) $y = \frac{3x-6}{x^2-2x+1}$ f) $y = \frac{2x^2+4x+6}{x^2-x}$

099 La función $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ no está definida para $x=0$. Definir $f(0)$ de modo que $f(x)$ sea una función continua en ese punto.

(Aragón. Septiembre 2006. Opción B. Cuestión 2)

100 Estudiar la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ y clasificar sus diferentes tipos de discontinuidad.

(Murcia. Septiembre 2006. Bloque 3. Cuestión A)

102 Estudia la continuidad en $x=-1$ y $x=2$ de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x < -1 \\ x^2+4x-1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 11+\ln(x-1) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Clasifica los tipos de discontinuidades.

- 103 Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos $x = 0$ y $x = 3$.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-4} & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- 104 Estudia si la función:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ -3 & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 2$.

(Castilla-La Mancha. Junio 2005. Bloque 1. Pregunta A)

- 105 Estudiar la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x \neq 3 \\ 6 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

en el punto $x = 3$.

(Galicia. Junio 2000. Bloque 1. Pregunta 2)

- 106 Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2+k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

determina k para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$.

(Castilla-La Mancha. Junio 2001. Bloque 3. Pregunta A)

- 110 Estudia la continuidad de esta función, y especifica los tipos de discontinuidades que presente.

$$f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } x = -1 \\ \frac{8}{3-x} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

- 115 Expresa estas funciones como funciones definidas a trozos, y estudia su continuidad.

a) $y = |x|$

c) $y = |3-2x|$

e) $y = |6-x^2|$

b) $y = |x+5|$

d) $y = |x^2-x-6|$

- 116 Se considera la función $f(x) = \left| \sin 4x - \frac{1}{2} \right|$. Estudia su continuidad en el intervalo $(0, \pi)$.

(Cantabria. Junio 2001. Bloque 1. Opción B)

- 117 Encontrar el valor de k para el cual la función $f(x) = \begin{cases} \frac{6-x}{2} & \text{si } x < 2 \\ x^2 + kx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ es continua.

(Aragón. Junio 2008. Bloque 3. Opción B)

- 118 Se sabe que la función $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } -1 < x < 0 \\ \frac{x^2 + a}{x + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

es continua en $(-1, +\infty)$. Halla el valor de a .

(Andalucía. Junio 2004. Opción B. Ejercicio 1)

- 120 Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq -2 \\ ax^2 + bx & \text{si } -2 < x \leq 4 \\ x - 4 & \text{si } 4 < x \end{cases}$, determina a y b

de modo que sea continua.

(Castilla-La Mancha. Septiembre 2001. Bloque 2. Pregunta A)

- 122 Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por:

$$f(x) = \begin{cases} |2 - x| & \text{si } x < a \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si } x \geq a \end{cases}$$

donde a es un número real. Determina a .

(Andalucía. Año 2003. Modelo 3. Opción B. Ejercicio 2)

- 124 Considera la función $f: (-\infty, 10) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} a^x - 6 & \text{si } x < 2 \\ |x - 5| & \text{si } 2 \leq x < 10 \end{cases}$$

Determina el valor de $a > 0$ sabiendo que f es continua.

(Andalucía. Año 2001. Modelo 6. Opción A. Ejercicio 1)