………..……………………………………………………………………………………

1º.- Tres hombres suman en total 85 años. Dentro de cinco años el mayor tendrá la suma de las edades que tienen en la actualidad los dos menores; pero dentro de dos años el mediano tendrá la mitad de la suma de las edades actuales del pequeño y el mayor ¿Qué edad tiene cada uno?

Solución:

Llamemos $\begin{cases} x = \text{"Edad del mayor"} \\ y = \text{"Edad del mediano"} \\ z = \text{"Edad del menor"} \end{cases}$, etonces:

$$\begin{cases} x+y+z=85 \\ x+5=y+z \\ y+2=\dfrac{x+z}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=40 \\ y=27 \\ z=18 \end{cases}$$

2º.- Determinar la matriz A que verifica la ecuación $A-2B=AB'$, don de $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y B' representa la matriz transpuesta de B

Solución:

Se trata de resolver : $A-2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; es decir:

$$A-A\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right)=A\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

de forma que $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{10}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{16}{3} \end{pmatrix}$

3º.- Analizar el sistema $\begin{cases} x-4y+3z=1 \\ 2x-y+2z=3 \\ 3x+2y-z=5 \end{cases}$ y resolverlo por Cramer

Solución:

El sistema puede escribirse en la forma matricial:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{X}=\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}}_{B}$$

$$Rang(A) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-14 \quad Ran(A)=3=Ran(AB)$$

……….………………………………………………………………………………

Se trata de un sistema compatible y determinado, cuya solución es:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}1&-4&3\\3&-1&2\\5&2&-1\end{vmatrix}}{-14}=\frac{11}{7}\quad;\quad y=\frac{\begin{vmatrix}1&1&3\\2&3&2\\3&2&5\end{vmatrix}}{-14}=\frac{1}{7}\quad;\quad z=\frac{\begin{vmatrix}1&-4&3\\2&-1&3\\3&2&5\end{vmatrix}}{-14}=0$$

4º.-En un almacén se guarda aceite de girasol y de oliva, Para atender a los clientes se ha de tener almacenado un mínimo de 29 bidones de aceite de girasol y 40 bidones de aceite de oliva, además, el número de bidones de aceite e oliva no debe ser inferior a la mitad del número de bidones de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 bidones. Sabiendo que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es 10 € y uno de girasol es de 5 € ¿cuántos bidones de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo? ¿Y para que el gasto sea máximo?

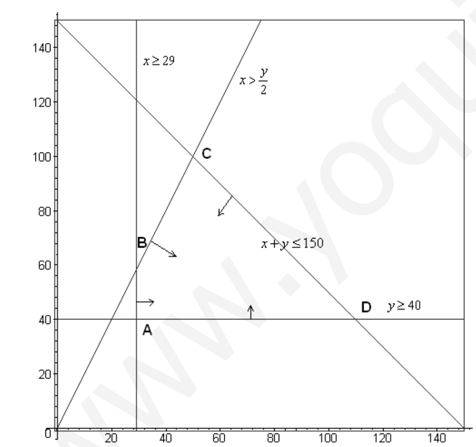
Soluciones:

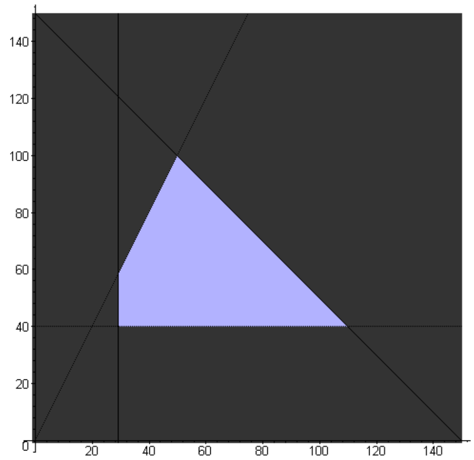
Sea: $\begin{cases} x = \text{"nº de bidones de aceitr de oliva"} \\ y = \text{"nº de bidones de aceitr de girasol"} \end{cases}$

Se trata de maximizar o minimizar la función objeto:

$$f(x,y)=10x+5y$$

sometida a las restricciones: $\begin{cases} x\ge 29 \\ y\ge 40 \\ x>\dfrac{y}{2} \\ x+y\le 150 \end{cases}$ cuya solución factible es :





Y el valor de la función objeto en dichos puntos es:

$$f(A)=490\quad;\quad f(B)=580\quad;\quad f(C)=1000\qquad\text{y}\qquad f(D)=1300$$

Así para que el gasto sea mínimo debemos almacenar 29 bidones de aceite de oliva y 40 de girasol, mientras que para el gasto sea máximo debemos almacenar 110 bidones de aceite de oliva y 40 de girasol