

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sqrt{x+16} - 4}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{x \sin x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{x-1}$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sqrt{x+16} - 4} = \frac{4}{3}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{x \sin x} = -\frac{1}{2}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{2}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = 0$
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{x-1} = e^{-1}$

Problema 2 Hallar el área del recinto limitado por las curvas $y = 6x - x^2$ e $y = x^2 - 2x$

Solución:

$$6x - x^2 = x^2 - 2x \implies 2x^2 - 8x = 0 \implies x = 0 \text{ y } x = 4$$

$$S = \left| \int_0^4 (6x - x^2 - x^2 + 2x) dx \right| = \left| \int_0^4 (-2x^2 + 8x) dx \right| = \left| \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} \right]_0^4 \right| = \frac{64}{3} u^2$$

Problema 3 Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx$ (Emplead el cambio de variable $x = t^2$)

b) $\int \frac{x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x + 2} dx$

c) $\int x^2 \ln(x - 1) dx$

Solución:

a) $\int \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - x + 2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C$

b) $\int \frac{x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x + 2} dx = \frac{x^2}{2} + x + \ln[(x - 1)(x + 2)] + C$

c) $\int x^2 \ln(x - 1) dx = \frac{(x^3 - 1) \ln(x - 1)}{3} - \frac{x(2x^2 + 3x + 6)}{18} + C$