Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^3}{x-1}$$

Se pide:

1. Dominio
2. Campos de existencia
3. Puntos de corte
4. Simetrías
5. Asíntotas
6. Monotonía y extremos
7. Curvatura y puntos de Inflexión
8. Representación aproximada
9. La recta tangente y la normal a $f(x)$ en el punto de abcisa $x = -1$
10. El área encerrada por la gráfica y las rectas $x = -1$, $x = 1/2$ e $y = 0$.

Solución:

1. $Dom\, f = R - \{1\}$
2. $\dfrac{x^3}{x-1} > 0$ en el intervalo $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

   $\dfrac{x^3}{x^2+1} < 0$ en el intervalo $(0, 1)$
3. El único punto de corte es el $(0, 0)$
4. La función no tiene simetrías
5. Asíntotas verticales: en $x = 1$

$$\lim_{x \longrightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} f(x) = \infty \Longrightarrow \text{No Hay}$$

Asíntotas oblicuas:

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - x} = \infty \Longrightarrow \text{No Hay}$$

6.
$$f'(x) = \frac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2} = 0 \Longrightarrow x = 0, \;\; x = \frac{3}{2}$$

En $x = 0$ no hay ni máximo ni mínimo, en ese punto la función pasa de ser decreciente a seguir decreciendo. En $x = 3/2$:

	$(-\infty, 3/2)$	$(3/2, \infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	decrece	crece

En el punto $\left(\frac{3}{2}, \frac{27}{4}\right)$ la función tiene un mínimo.

La función crece en el intervalo $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$

La función decrece en el intervalo $(-\infty, 1) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$

7.
$$f''(x) = \frac{2x(x^2 - 3x + 3)}{(x-1)^3} = 0 \Longrightarrow x = 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$f''(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	cóncava	convexa	cóncava

La función convexa en el intervalo $(0, 1)$

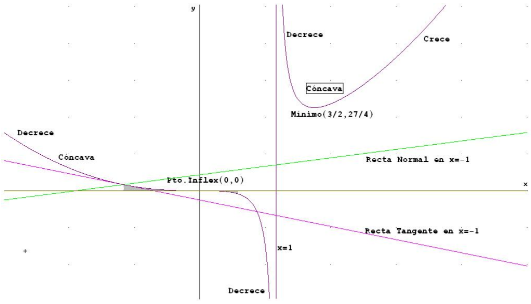
La función cóncava en el intervalo $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

Luego la función tiene un Punto de Inflexión en el punto $(0, 0)$

8.
$$f(-1) = \frac{1}{2}, \;\; f'(-1) = m = -\frac{5}{4}$$

Recta tangente: $y - \frac{1}{2} = -\frac{5}{4}(x+1)$ Recta normal: $y - \frac{1}{2} = \frac{4}{5}(x+1)$

9.



10.
$$\frac{x^3}{x-1} = 0 \Longrightarrow x = 0$$

Hay un punto de corte en $x = 0$ dentro del intervalo de integración $(-1, 1/2)$

$$F(x) = \int \frac{x^3}{x-1}\,dx = \frac{2x^3 + 3x^2 + 6x + 6\ln|x-1|}{6}$$

$$S_1 = |F(0) - F(-1)| = \left|\frac{5 - \ln 2}{6}\right| = \frac{5 - \ln 2}{6} = 0,1401861527$$

$$S_2 = |F(1) - F(0)| = \left|\frac{4 - 6\ln 2}{6}\right| = \frac{-4 + 6\ln 2}{6} = 0,02648051389$$

$$S = \frac{5 - \ln 2}{6} + \frac{-4 + 6\ln 2}{6} = \frac{1}{6} = 0,1666666666\ u^2$$