Problema 1 Resolver el siguiente sistema

$$\left\{\begin{array}{l} X-2Y=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \\ X+Y=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{l} X-2Y=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \\ X+Y=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} X=\begin{pmatrix} 5/3 & 1/3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ \\ Y=\begin{pmatrix} 1/3 & -4/3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right.$$

Problema 2 Resolver la ecuación matricial $AX-BX=C$. Donde

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$AX-BX=C \Longrightarrow X=(A-B)^{-1}C$$

$$A-B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (A-B)^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X=(A-B)^{-1}C=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Problema 3 Calcular el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\begin{bmatrix} \mathrm{F}_1 \\ \mathrm{F}_2 \\ \mathrm{F}_3-\mathrm{F}_1 \\ \mathrm{F}_4+\mathrm{F}_1 \end{bmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}=$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{F}_1 + \mathrm{F}_3 \\ \mathrm{F}_2 + \mathrm{F}_3 \\ \mathrm{F}_3 \end{bmatrix} = 2\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$-2\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 12$$

Problema 4 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Solución:

$A \cdot A$ y $A \cdot B$ no se pueden multiplicar.

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 4 \\ -3 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$