

Problema 1 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} 2X - 2Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2X - Y = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \end{cases} \implies \begin{cases} X = \begin{pmatrix} 13/4 & -5/4 \\ 9/4 & 5/2 \end{pmatrix} \\ Y = \begin{pmatrix} 7/4 & -7/4 \\ -1/4 & 3/2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Problema 2 Resolver la ecuación matricial $AX - X + B = C$. Donde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$AX - X + B = C \implies X = (A - I)^{-1}(C - B)$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad (A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$C - B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = (A - I)^{-1}(C - B) = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Problema 3 Calcular el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 \\ F_4 - F_1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix} =$$
$$\begin{vmatrix} 3 & -4 & -3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -5$$

Problema 4 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Solución:

$A \cdot A$ y $A \cdot B$ no se pueden multiplicar.

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -3 & 18 \\ -1 & -2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B \cdot B = \begin{pmatrix} 24 & 7 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$$