Problema 1 Resolver el siguiente sistema

$$\left\{\begin{array}{l} X+3Y=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\ \\ X-Y=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{l} X+3Y=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\ \\ X-Y=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} X=\begin{pmatrix} 7/4 & 1/4 \\ 0 & 5/2 \end{pmatrix} \\ \\ Y=\begin{pmatrix} -1/4 & -3/4 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix} \end{array}\right.$$

Problema 2 Resolver la ecuación matricial $AX+BX=C$. Donde

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$AX+BX=C \Longrightarrow X=(A+B)^{-1}C$$

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad (A+B)^{-1}=\begin{pmatrix} 3/11 & -1/11 \\ 2/11 & 3/11 \end{pmatrix}$$

$$X=(A+B)^{-1}C=\begin{pmatrix} 3/11 & -1/11 \\ 2/11 & 3/11 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/11 & 0 \\ 8/11 & 1 \end{pmatrix}$$

Problema 3 Calcular el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3-F_1 \\ F_4+F_1 \end{bmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}=$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{F}_1 \\ \mathrm{F}_2 - 4\mathrm{F}_1 \\ \mathrm{F}_3 + \mathrm{F}_1 \end{bmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$2\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 12$$

Problema 4 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Solución:

$A \cdot A$ y $A \cdot B$ no se pueden multiplicar.

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B \cdot B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$