

**Problema 1** Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} m & 0 & -1 \\ 2 & -1 & m \\ m & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Calcular los valores de  $m$  para los que la matriz  $A$  es inversible.
2. Calcular  $A^{-1}$  para  $m = 3$ .

**Solución:**

1.  $|A| = m^2 - 3m + 2 = 0 \implies m = 2, m = 1$ .

Si  $m \neq 2$  y  $m \neq 1 \implies |A| \neq 0 \implies$  No existe  $A^{-1}$

Si  $m = 2$  o  $m = 1 \implies |A| = 0 \implies$  Si existe  $A^{-1}$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 5/2 & 9/2 & -11/2 \\ 1/2 & 3/2 & -3/2 \end{pmatrix}$$

**Problema 2** Resolver la ecuación matricial  $AX - BX = C - I$ . Donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Solución:**

$$AX - BX = C - I \implies (A - B)X = C - I \implies X = (A - B)^{-1}(C - I)$$

$$(A - B)^{-1} = \begin{pmatrix} -3/4 & -1/4 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad (C - I) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = (A - B)^{-1}(C - I) = \begin{pmatrix} -3/4 & -1/4 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -5/4 \\ -1 & -1/2 \end{pmatrix}$$

**Problema 3** Calcular el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

**Solución:**

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

**Problema 4** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible  $A \cdot A$ ,  $A \cdot B$ ,  $B \cdot B$  y  $B \cdot A$

**Solución:**

$A \cdot A$  y  $B \cdot B$  no se pueden multiplicar.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -5 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Problema 5** Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & -8 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

**Solución:**

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & -8 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad |A_2| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 8 \end{vmatrix} = 0$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 0 & -8 & 8 \end{vmatrix} = 0, \quad |A_4| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -8 & 3 & 8 \end{vmatrix} = 0$$

Luego  $\text{Rango}(A) < 3$  y como  $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -10 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$ .