

Prueba inicial (Análisis matemático)

Nombre:

Apellidos:

Curso:

Grupo:

Fecha:

1. La arista de la base de un prisma recto de base cuadrada mide x cm y las aristas laterales son el triple de las aristas de la base.
- Escribe la función que permite calcular el área lateral del prisma cuando se conoce x .
 - Escribe la función que determina el área total del prisma.
 - Expresa el volumen del prisma en función de x .
 - Calcula el área lateral, total y volumen del prisma (con las condiciones anteriores) si la arista de la base mide 5 cm.

2. Se considera la función de variable natural $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } x \text{ es par} \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases}$. Calcula los siguientes valores:
- $f(56)$
 - $f(101)$
 - $(f \circ f \circ f)(422)$
 - $(f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f)(x)$ si $50 \leq x \leq 128$

3. Calcula el dominio de las funciones de variable real:

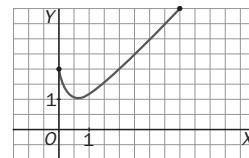
a) $f(x) = x^2 - 4$ b) $g(x) = \frac{x+2}{x^2 - x - 2}$ c) $h(x) = \sqrt{8 - 3x}$ d) $k(x) = \sqrt{\sin(x)}$

4. Se consideran las funciones $f(x) = x^2 - 4$, $g(x) = \frac{3}{x+4}$ y $h(x) = \sqrt{x}$. Efectúa las siguientes operaciones con ellas:

a) $(f + g)(-1)$ c) $(f \circ g)(2)$ e) $(h \circ f)(3)$ g) $(g \cdot f)(x)$ i) $(f \circ h)(x)$
 b) $(h \cdot f)(4)$ d) $(g \circ h)(9)$ f) $(f + g)(x)$ h) $(g \circ f)(x)$

5. La gráfica representada corresponde a una función $f(x)$. ¿Cuál es su dominio? ¿Qué recorrido tiene? Representa, razonadamente, las gráficas de las funciones:

a) $-f(x)$ b) $2 \cdot f(x)$ c) $2 + f(x)$ d) $f(x + 2)$ e) $f(-x)$



6. Los cortes con los ejes de una función polinómica de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$ son $A(1, 0)$, $B(5, 0)$ y $C(0, 3)$. Halla sus coeficientes y determina las coordenadas del vértice.

7. Se considera la función $f(x) = x^2$. Calcula:

a) $\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1}$ b) $\frac{f(1,4) - f(1)}{1,4 - 1}$ c) $\frac{f(1,02) - f(1)}{1,02 - 1}$ d) $\frac{f(1+h) - f(1)}{(1+h) - 1}$ e) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{(1+h) - 1}$

8. Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{si } -6 \leq x < -2 \\ |x| & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -x + 4 & \text{si } 2 < x \leq 6 \end{cases}$ e indica su dominio, recorrido, máximos y mínimos relativos e intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

9. Justifica si las siguientes parejas de funciones son iguales o no:

a) $f(x) = \sqrt{x^2}$ y $g(x) = x$ c) $f(x) = \log\left(\frac{x+3}{2-x}\right)$ y $g(x) = \log(x+3) - \log(2-x)$
 b) $f(x) = x^2 - x - 2$ y $g(x) = (x+1)(x-2)$ d) $f(x) = \sqrt{\frac{-2x-10}{x-2}}$ y $g(x) = \frac{\sqrt{-2x-10}}{\sqrt{x-2}}$

10. Determina los siguientes límites de sucesiones:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2n}{n}\right)^n$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2n}{2+3n}\right)^{n-1}$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n}\right)^n$

11. Halla los siguientes límites de funciones:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1}\right)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}\right)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}\right)$ d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2 - 1}{x}\right)$

12. Halla el valor de k para que la función $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ k - 5x & \text{si } x > 2 \end{cases}$ sea continua.

