Problema 1 Calcular el dominio de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{3 + \sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 3}$
2. $f(x) = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x + 1}}$

Solución:

1. $f(x) = \dfrac{3 + \sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 3} \Longrightarrow Dom\, f = (-\infty, -2] \cup [1, 3) \cup (3, \infty)$
2. $f(x) = \dfrac{1 - x}{\sqrt{x + 1}} \Longrightarrow Dom\, f = (-1, \infty)$

Problema 2 Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{1}{1 - x}$ y $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, calcular: $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ y $g \circ g$.
Solución:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x^2 - 1}) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1} - 1}$$

$$(g \circ f)(x) = g\left(\frac{1}{x - 1}\right) = \sqrt{\frac{1}{(x - 1)^2} - 1}$$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{1}{x - 1}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x-1} - 1} = \frac{x - 1}{2 - x}$$

$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(\sqrt{x^2 - 1}) = \sqrt{\left(\sqrt{x^2 - 1}\right)^2 - 1} = \sqrt{x^2 - 2}$$

Problema 3 Dada la función $f(x) = \dfrac{3x - 1}{x + 2}$, calcular la función inversa.
Solución:

$$y = \frac{3x - 1}{x + 2} \Longrightarrow yx + 2y = 3x - 1 \Longrightarrow yx - 3x = -2y - 1 \Longrightarrow$$

$$(y - 3)x = -(2y + 1) \Longrightarrow x = -\frac{2y + 1}{y - 3}$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{2x + 1}{x - 3}$$

Problema 4 Calcular los siguientes límites

www.yoquieroaprobar.es

1. $\lim_{x \longrightarrow 2} \dfrac{x^3 - 5x^2 + 7x - 2}{x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 2}$

2. $\lim_{x \longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3}$

Solución:

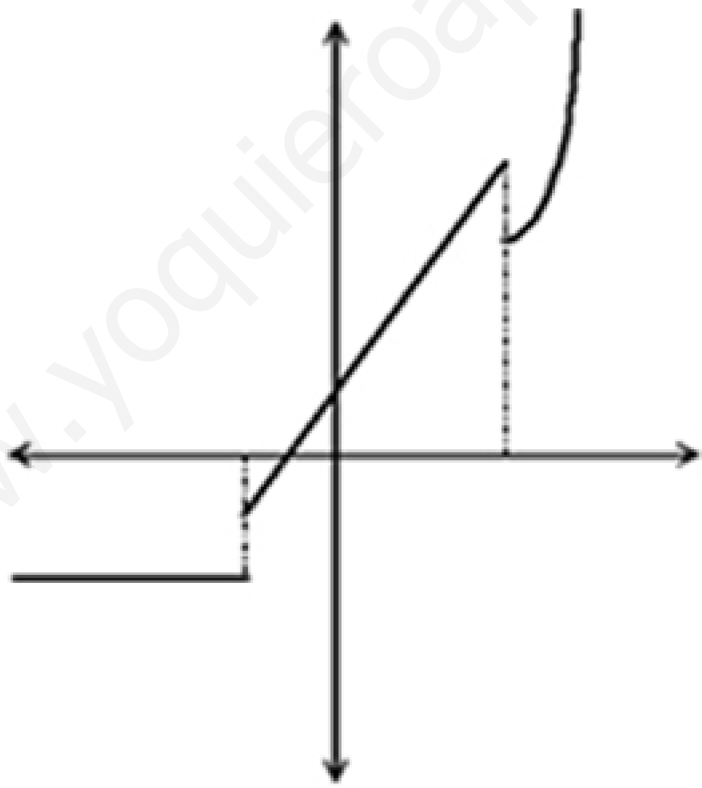
1. $\lim_{x \longrightarrow 2} \dfrac{x^3 - 5x^2 + 7x - 2}{x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 2} = -\dfrac{1}{9}$

2. $\lim_{x \longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3} = \dfrac{3}{2}$

Problema 5 Dibujar la siguiente función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ 2x + 1 & \text{si} \quad -1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Solución:



Problema 6 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$$

Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Dibujar la gráfica de la función.

Solución:

1. $\text{Dom} f = R - \{-3\}$
2. Si hacemos $x = 0 \Longrightarrow (0, -1/3)$. Y si hacemos $f(x) = 0 \Longrightarrow (1, 0)$ y $(-1, 0)$
3. $$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{(-x) + 3} = \frac{x^2 - 1}{-x + 3}$$

   La función ni es par ni impar.
4. - **Verticales:** $x = -3$

     $$\lim_{x \longrightarrow -3^+} \frac{x^2 - 1}{x + 3} = \left[\frac{8}{0^+}\right] = \infty, \quad \lim_{x \longrightarrow -3^-} \frac{x^2 - 1}{x + 3} = \left[\frac{8}{0^-}\right] = -\infty$$

   - **Horizontales:**

     $$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x + 3} = \infty \Longrightarrow \text{No Hay}$$

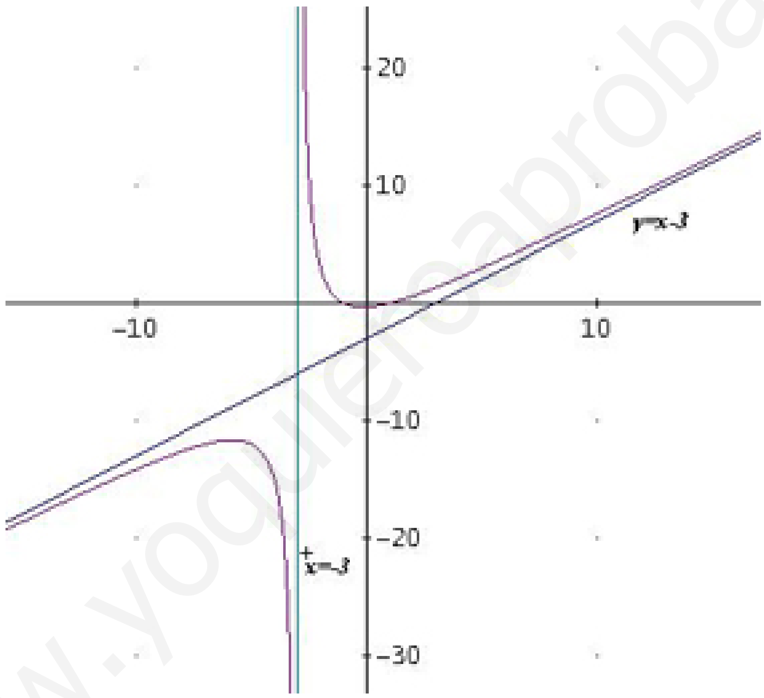
   - **Oblicuas:** $y = mx + n$

     $$m = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x} = 1$$

     $$n = \lim_{x \longrightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x + 3} - x\right) = -3$$

     $$y = x - 3$$

www.yoquieroaprobar.es



www.yoquieroaprobar.es