Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2}$$

Se pide:

a) Calcular sus asíntotas.

b) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.

c) Representación gráfica.

d) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abcisa $x = 1$.

Solución:

a) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 2$ ya que $\lim_{x \longrightarrow 1} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \pm\infty$

$$\lim_{x \longrightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \left[\frac{-25}{0^-}\right] = +\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \left[\frac{-25}{0^+}\right] = -\infty$$

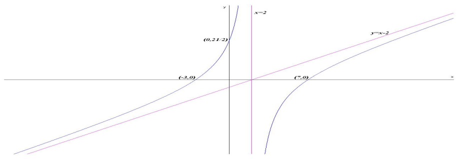
- **Horizontales:** No hay ya que $\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \infty$
- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \longrightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} - x\right) = -2$$

$$y = x - 2$$

b) $f'(x) = -\frac{x^2 - 4x + 29}{(x - 2)^2} \neq 0 \Longrightarrow$ No hay extremos y la función es creciente en $R - \{\pm 2\}$.



c) Representación:

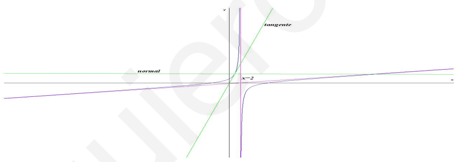
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = 1$:

Como $f(1) = 24$ las rectas pasan por el punto $(1, 24)$.

Como $m = f'(1) = 26$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente}: \ y - 24 = 26(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal}: \ y - 24 = -\frac{1}{26}(x - 1)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

a) $\displaystyle\int (7x^3 + 4x^2 - 1)\, dx = \frac{7x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} - x + C$

b) $\displaystyle\int \frac{2x^3 - 3x^2 + 5}{x}\, dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5\ln|x| + C$

c) $\displaystyle\int \left(\frac{7x^3 + 5x^2 - 3}{x^3} - 5e^x\right) dx = 7x + 5\ln x + \frac{3x^{-2}}{2} - 5e^x + C$

d) $\displaystyle\int \left(\frac{4x^2 + 7x - 3}{x^2} + 8e^x\right) dx = 4x + 7\ln|x| + \frac{3}{x} + 8e^x + C$

e) $\displaystyle\int \left(\frac{2x^3 + \sqrt[6]{x^5} + 3x^2}{x^3} - 5e^x\right) dx = 2x - \frac{6x^{-7/6}}{7} + 3\ln|x| - 5e^x + C$