**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$$

Se pide:

1. Calcular sus asíntotas.
2. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
3. Representación gráfica.
4. Calcular las rectas tangente y normal a $f$ en el punto de abcisa $x = 2$.
   **Solución:**

   *a*) Asíntotas:

   - **Verticales:** $x = 1$ ya que $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \frac{2x}{x^2-1} = \pm\infty$

     $$\lim_{x\longrightarrow 1^-} \frac{2x}{x^2-1} = \left[\frac{2}{0^-}\right] = -\infty$$

     $$\lim_{x\longrightarrow 1^+} \frac{2x}{x^2-1} = \left[\frac{2}{0^+}\right] = +\infty$$

     $x = -1$ ya que $\lim\limits_{x\longrightarrow -1} \frac{2x}{x^2-1} = \pm\infty$

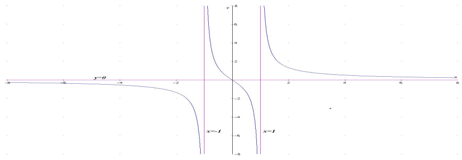
     $$\lim_{x\longrightarrow -1^-} \frac{2x}{x^2-1} = \left[\frac{-2}{0^+}\right] = -\infty$$

     $$\lim_{x\longrightarrow -1^+} \frac{2x}{x^2-1} = \left[\frac{-2}{0^-}\right] = +\infty$$

   - **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} \frac{2x}{x^2-1} = 0$
   - **Oblicuas:** No hay por haber horizontales

   *b*) $f'(x) = -\frac{2(x^2+1)}{(x^2-1)^2} \neq 0 \Longrightarrow$ No hay extremos y la función es creciente en $R - \{\pm 1\}$.

   *c*) Representación:



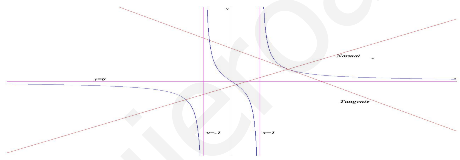
*d*) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de $f$ en el punto de abcisa $x = 2$:

Como $f(2) = 4/3$ las rectas pasan por el punto $(2, 4/3)$.

Como $m = f'(2) = -10/9$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente}: \; y - \frac{4}{3} = -\frac{10}{9}(x-2)$$

$$\text{Recta Normal}: \; y - \frac{4}{3} = \frac{9}{10}(x-2)$$




**Problema 2** Calcular las siguientes integrales

1. $\displaystyle\int (3x^5 - 5x^2 - 3)\, dx = \frac{x^6}{2} - \frac{5x^3}{3} - 3x + C$

2. $\displaystyle\int \frac{2x^4 - x^2 + 3}{x}\, dx = \frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2} + 3\ln|x| + C$

3. $\displaystyle\int \left(\frac{6x^4 - 3x^2 + 2}{x^3} - 5e^x\right) dx = 3x^2 - 3\ln x - x^{-2} - 5e^x + C$

4. $\displaystyle\int \left(\frac{4x^2 + 7x - 3}{x^2} + 2e^x\right) dx = 4x + 7\ln|x| - \frac{3}{x} + 2e^x + C$

5. $\displaystyle\int \left(\frac{3x^6 + \sqrt[7]{x^3} - 2x^2}{x^3} + 7e^x\right) dx = \frac{3x^4}{4} - \frac{7x^{-11/7}}{11} - 2\ln|x| + 7e^x + C$