Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3}$$

Se pide:

a) Calcular sus asíntotas.

b) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.

c) Representación gráfica.

d) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abcisa $x = 2$.

Solución:

a) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = -3$ ya que $\lim_{x \longrightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \pm\infty$

$$\lim_{x \longrightarrow -3^-} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \left[\frac{8}{0^-}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow -3^+} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \left[\frac{8}{0^+}\right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 3x} = 1$$

$$n = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} - x\right) = -6$$

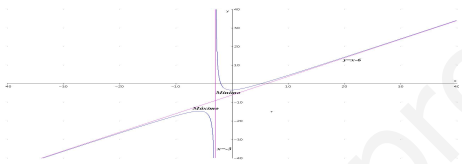
$$y = x$$

b) $f'(x) = \dfrac{x^2+6x+1}{(x+3)^2} = 0 \Longrightarrow x = -0,17, \;\; x = -5,83$

	$(-\infty; -5,83)$	$(-5,83; -0,17)$	$(-0,17; +\infty)$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en: $(-\infty; -5,83) \cup (-0,17; +\infty)$
La función es decreciente en: $(-5,83; -3) \cup (-3; -0,17)$
La función tiene un máximo en: $(-5,83; -14,67)$
La función tiene un mínimo en: $(-0,17; -3,43)$

c) Representación:

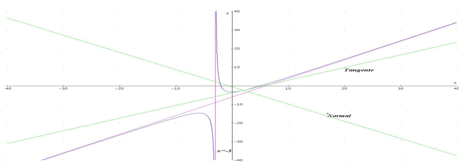


d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = 2$:

Como $f(2) = -12/5$ las rectas pasan por el punto $(2, -12/5)$.
Como $m = f'(2) = 17/25$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente}: \; y + \frac{12}{5} = \frac{17}{25}(x-2)$$

$$\text{Recta Normal}: \; y + \frac{12}{5} = -\frac{25}{17}(x-2)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

a) $\displaystyle\int (5x^7 - 2x^3 - 3)\, dx$

b) $\displaystyle\int \frac{3x^3+5x^2-4}{x}\, dx$

c) $\int \left(\frac{5x^2-3x+2}{x^3} - 7e^x\right) dx$

d) $\int \left(\frac{3x^2-5x+1}{x^2} - 6e^x\right) dx$

e) $\int \left(\frac{2x^5+\sqrt[5]{x^4}-3x^2}{x^3} - 3e^x\right) dx$

Solución:

a) $\int (5x^7-2x^3-3)\, dx = \frac{5x^8}{8} - \frac{x^4}{2} - 3x + C$

b) $\int \frac{3x^3+5x^2-4}{x}\, dx = x^3 + \frac{5x^2}{2} - 4\ln|x| + C$

c) $\int \left(\frac{5x^2-3x+2}{x^3} - 7e^x\right) dx = \frac{3}{x} - x^{-2} + 5\ln|x| - 7e^x + C$

d) $\int \left(\frac{3x^2-5x+1}{x^2} - 6e^x\right) dx = 3x - \frac{1}{x} - 5\ln|x| - 6e^x + C$

e) $\int \left(\frac{2x^5+\sqrt[5]{x^4}-3x^2}{x^3} - 3e^x\right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^{-3/4}}{3} - 3\ln|x| - 3e^x + C$