Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4}$$

Se pide:

a) Calcular sus asíntotas.

b) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.

c) Representación gráfica.

d) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abcisa $x = 2$.

Solución:

a) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 4$ ya que $\lim_{x \longrightarrow 4} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \pm\infty$

$$\lim_{x \longrightarrow 4^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \left[\frac{3}{0^-}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 4^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \left[\frac{3}{0^+}\right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x} = 1$$

$$n = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 4} - x\right) = 0$$

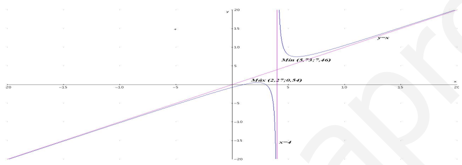
$$y = x$$

b) $f'(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 13}{(x-4)^2} = 0 \Longrightarrow x = 2,27, \quad x = 5,73$

	$(-\infty; 2,27)$	$(2,27; 5,73)$	$(5,73; +\infty)$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en: $(-\infty; 2,27) \cup (5,73; +\infty)$
La función es decreciente en: $(2,27; 4) \cup (4, 5,73)$
La función tiene un máximo en: $(2,27; 0,54)$
La función tiene un mínimo en: $(5,73; 7,46)$

c) Representación:



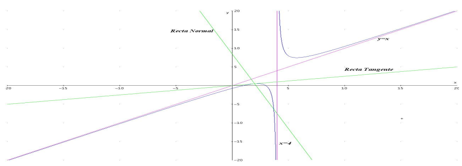
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = 2$:

Como $f(2) = 1/2$ las rectas pasan por el punto $(0, 1/2)$.

Como $m = f'(2) = 1/4$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente}: \ y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(x-2)$$

$$\text{Recta Normal}: \ y - \frac{1}{2} = -4(x-2)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

a) $\displaystyle\int (8x^5 - 3x^3 + 5)\, dx = \frac{4x^6}{3} - \frac{3x^4}{4} + 5x + C$

b) $\displaystyle\int \frac{8x^3 - 3x^2 + 5}{x}\,dx = \frac{8x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5\ln|x| + C$

c) $\displaystyle\int \left(\frac{3x^2 + 2x - 5}{x^3} - 7e^x\right) dx = 3\ln|x| - \frac{2}{x} + \frac{5}{2x^2} - 7e^x + C$

d) $\displaystyle\int \left(\frac{4x^2 + x - 3}{x^2} + 3e^x\right) dx = 4x + \ln|x| + \frac{3}{x} + 3e^x + C$

e) $\displaystyle\int \left(\frac{3x^5 + \sqrt[3]{x^2} - 3x}{x^2} + 8e^x\right) dx = \frac{3x^4}{4} - 3x^{-1/3} - 3\ln|x| + 8e^x + C$