1. (1 punto) De una urna que contiene 6 bolas blancas y 7 negras se hacen dos extracciones sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de sacar:

a) Dos bolas blancas.
b) Una de cada color.
c) Halla las mismas probabilidades si las extracciones se hicieran con reemplazamiento.

2. (1,5 puntos) De una urna que contiene 6 bolas amarillas y un número desconocido de bolas rojas se extraen dos bolas. Si la probabilidad de que ambas sean amarillas es 1/3, ¿cuántas bolas había en la urna?

3. El 55% de los profesores de una universidad utiliza en su desplazamiento transporte público, el 30% usa vehículo propio y el resto va andando. El 65% de los que utilizan transporte público son mujeres, el 70% de los que usan vehículo propio son hombres y el 52% de los que van andando son mujeres.

a) (1,5 puntos) Elegido al azar un profesor/a de ese centro, calcula la probabilidad de que sea hombre.
b) (1 punto) Elegido al azar un hombre, profesor de esa universidad, ¿cuál es la probabilidad de que vaya andando?

4. (1,5 puntos) Una compañía de seguros estima que la probabilidad de que un asegurado tenga un accidente de motocicleta es de 0,2. De 10 asegurados, ¿cuál es la probabilidad de que haya al menos 3 accidentados?

5. Admitamos que el peso medio de los recién nacidos se distribuye normalmente con media μ = 3100 gramos y desviación típica 500 gramos. Si se elige un recién nacido al azar halla la probabilidad de que su peso sea:

a) (0,5 puntos) Superior a 3200 gramos.
b) (0,5 puntos) Inferior a 2600 gramos.
c) (0,5 puntos) Esté entre 3200 gramos y 3600 gramos

6. (1 punto) El diámetro de las cerezas de una determina variedad se distribuye normalmente con media 3 cm y desviación típica 0,3 cm. Si se desea seleccionar, para su exportación, el 12% de las más grandes, ¿a partir de qué tamaño hay que cogerlas?

7. (1,5 puntos) Un examen de tipo test consta de 100 preguntas, cada una de las cuales se acompaña de cinco respuestas, una de ellas correcta y erróneas las otras cuatro. Si un estudiante contesta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que acierte más de 25 preguntas? ¿Y menos de 10?

Soluciones:

1. (1 punto) De una urna que contiene 6 bolas blancas y 7 negras se hacen dos extracciones sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de sacar:

a) Dos bolas blancas.
b) Una de cada color.
c) Halla las mismas probabilidades si las extracciones se hicieran con reemplazamiento.

Solución:

Sea B el suceso bola blanca; y N, bola negra.

a) $P(\text{BB}) = \frac{6}{13}\cdot\frac{5}{12} = \frac{5}{26}$.   b) $P(\text{BN o NB}) = \frac{6}{13}\cdot\frac{7}{12} + \frac{7}{13}\cdot\frac{6}{12} = \frac{7}{13}$.

c) $P(\text{BB}) = \frac{6}{13}\cdot\frac{6}{13} = \frac{36}{169}$; $P(\text{BN o NB}) = 2\cdot\frac{6}{13}\cdot\frac{7}{13} = \frac{84}{169}$

2. (1,5 puntos) De una urna que contiene 6 bolas amarillas y un número desconocido de bolas rojas se extraen dos bolas. Si la probabilidad de que ambas sean amarillas es 1/3, ¿cuántas bolas había en la urna?

Solución:

Sea A el suceso bola amarilla; y R, bola roja.
En total hay *n* bolas, de las cuales 6 son amarillas.

Como $P(\text{AA}) = \frac{6}{n}\cdot\frac{5}{n-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 90 = n(n-1) \Rightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Rightarrow n = 10$.

3. El 55% de los profesores de una universidad utiliza en su desplazamiento transporte público, el 30% usa vehículo propio y el resto va andando. El 65% de los que utilizan transporte público son mujeres, el 70% de los que usan vehículo propio son hombres y el 52% de los que van andando son mujeres.

a) (1,5 puntos) Elegido al azar un profesor/a de ese centro, calcula la probabilidad de que sea hombre.

b) (1 punto) Elegido al azar un hombre, profesor de esa universidad, ¿cuál es la probabilidad de que vaya andando?

Solución:

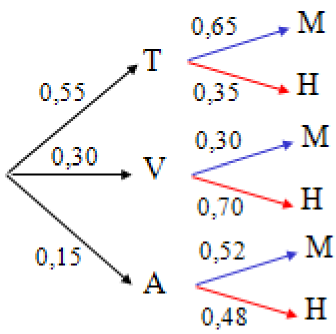
Si se definen los sucesos:

T = transporte público; V = vehículo propio; A = ir andando;
M = ser mujer; H = ser hombre.

Por el enunciado se conocen (y se deducen) las siguientes probabilidades:

P(T) = 0,55; P(V) = 0,30 ⇒ P(A) = 1 – 0,55 – 0,30 = 0,15
P(M/T) = 0,65 ⇒ P(H/T) = 0,35
P(H/V) = 0,70 ⇒ P(M/V) = 0,30
P(M/A) = 0,52 ⇒ P(H/A) = 0,48.

El diagrama de árbol asociado es:



a) Con estos datos y teniendo en cuenta las fórmulas de la probabilidad total se tiene:

P(H) = P(T) · P(H/T) + P(V) · P(H/V) + P(A) · P(H/A) =
= 0,55 · 0,35 + 0,30 · 0,70 + 0,15 · 0,48 = 0,4745

b) Por Bayes:

$$\text{P(A/H)} = \frac{\text{P(A)}\cdot\text{P(H/A)}}{\text{P(H)}} = \frac{0{,}15\cdot 0{,}48}{0{,}4745} = \frac{720}{4745} = 0{,}1517.$$

4. (1,5 puntos) Una compañía de seguros estima que la probabilidad de que un asegurado tenga un accidente de motocicleta es de 0,2. De 10 asegurados, ¿cuál es la probabilidad de que haya al menos 3 accidentados?

<u>Solución</u>:

El número de accidentados sigue una variable binomial B(10, 0,2), por lo que:

El suceso contrario de A = {$X \geq 3$} es A^c = {$X < 3$}, con lo que la probabilidad buscada se obtiene:

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2).$$

Por tanto:

$$P(X \geq 3) = 1 - \binom{10}{0} 0,2^0 \cdot 0,8^1 - \binom{10}{1} 0,2^1 \cdot 0,8^9 - \binom{10}{2} 0,2^2 \cdot 0,8^8 =$$

$$= 1 - 0,1074 - 0,2684 - 0,3020 = 0,3226$$

La tabla de la binomial para los valores $n = 10$, $p = 0,2$, $r = 0$, $r = 1$ y $r = 2$, da:

$$P(X \geq 3) = 1 - 0,1074 - 0,2684 - 0,3020 = 0,3226$$

5. Admitamos que el peso medio de los recién nacidos se distribuye normalmente con media $\mu = 3100$ gramos y desviación típica 500 gramos. Si se elige un recién nacido al azar halla la probabilidad de que su peso sea:

a) (0,5 puntos) Superior a 3200 gramos.

b) (0,5 puntos) Inferior a 2600 gramos.

c) (0,5 puntos) Esté entre 3200 gramos y 3600 gramos

Solución:

La normal de media μ y desviación típica σ, N(μ, σ), se tipifica mediante el cambio $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$, (en este caso, para $\mu = 3100$ y $\sigma = 500 \rightarrow Z = \dfrac{X - 3100}{500}$), se tendrá:

a) $P(X > 3200) = P\left(Z > \dfrac{3200 - 3100}{500}\right) = P(Z > 0,2) = 1 - P(Z < 0,2) = 1 - 0,5793 = 0,4207$

b) $P(X < 2600) = P\left(Z < \dfrac{2600 - 3100}{500}\right) = P(Z < -1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$

c) $P(3200 < X < 3600) = P(X < 3600) - P(X < 3200) =$

$$= P\left(Z < \frac{3600 - 3100}{500}\right) - P\left(Z < \frac{3200 - 3100}{500}\right) = P(Z < 1) - P(Z < 0,2) =$$

$$= 0,8413 - 0,5793 = 0,2620$$

6. (1 punto) El diámetro de las cerezas de una determina variedad se distribuye normalmente con media 3 cm y desviación típica 0,3 cm. Si se desea seleccionar, para su exportación, el 12% de las más grandes, ¿a partir de qué tamaño hay que cogerlas?

<u>Solución</u>:

La medida X de su diámetro se distribuye según la normal: N(3, 0,3). Esta normal se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X - 3}{0,3}$.

Se desea encontrar el valor d (de diámetro) tal que $P(X > d) = 0,12 \Rightarrow P\left(Z > \dfrac{d - 3}{0,3}\right) = 0,12$

$$\Rightarrow \frac{d - 3}{0,3} = 1,175 \Rightarrow d = 0,3 \cdot 1,175 + 3 = 3,3525 \text{ cm}$$

7. (1,5 puntos) Un examen de tipo test consta de 100 preguntas, cada una de las cuales se acompaña de cinco respuestas, una de ellas correcta y erróneas las otras cuatro. Si un estudiante contesta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que acierte más de 25 preguntas? ¿Y menos de 10?

Solución:

El experimento es de tipo binomial, con P(éxito) = *p* = 1/5 = 0,20 y *q* = 4/5 = 0,80. Para *n* = 100, será B(100, 0,20).

La binomial B(100, 0,20) se puede aproximar mediante la normal de media

$\mu = 100\cdot\frac{1}{5} = 20$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{100\cdot 0,20\cdot 0,80} = 4 \rightarrow$ N(20, 4).

Con esto:

- $P(X > 25)$ = haciendo la corrección de continuidad) = $P(X' > 25,5)$.

  $P(X' > 25,5) = P\left(Z > \frac{25,5-20}{4}\right) = P(Z > 1,375)$ =

  = $1 - P(Z < 1,375) \approx 1 - 0,9147 = 0,0853$

- $P(X < 10)$ = haciendo la corrección de continuidad) = $P(X' < 9,5)$.

  $P(X' < 9,5) = P\left(Z > \frac{9,5-20}{4}\right) = P(Z < -2,625)$ =

  = $1 - P(Z < 2,625) \approx 1 - 0,9956 = 0,0044$