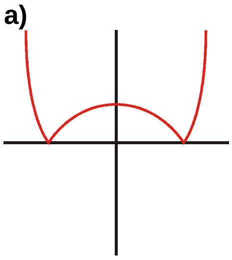
TEMA 4 – FUNCIONES ELEMENTALES

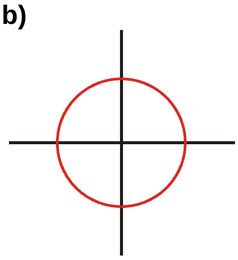
FUNCIÓN

<u>EJERCICIO 1</u> : Indica cuáles de las siguientes representaciones corresponden a la gráfica de una función. Razona tu respuesta:

a)

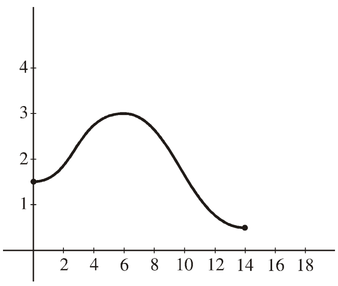


b)



Solución: En una función, a cada valor de x le corresponde, a lo sumo, un valor de y. Por tanto, a) es función, pero b) no lo es.

<u>EJERCICIO 2</u> : La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



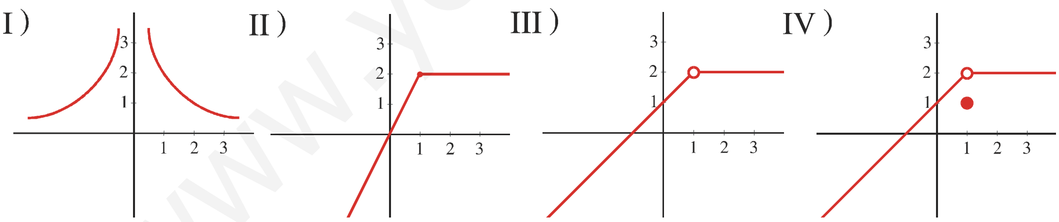
a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) Indica los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

c) ¿En qué punto tiene la función su máximo?

Solución:
a) [0, 14]
b) Es creciente en [0, 6] y decreciente en [6, 14].
c) El máximo está en el punto (6, 3).

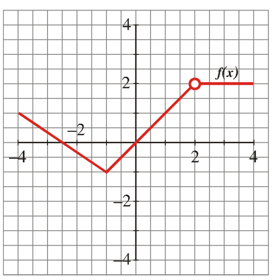
<u>EJERCICIO 3</u> : Dadas las funciones:



a) Di si son continuas o no.
b) Halla la imagen de $x = 1$ para cada una de las cuatro funciones.

Solución:
a) Solo es continua la II).
b) I) $x = 1 \rightarrow y = 2$ II) $x = 1 \rightarrow y = 2$ III) $x = 1 \rightarrow y$ no está definida. IV) $x = 1 \rightarrow y = 1$

<u>EJERCICIO 4</u> : Dada la gráfica:



a) Di si $f(x)$ es continua o no. Razona tu respuesta.

b) Halla $f(-1), f(0), f(2)$ y $f(3)$.

Solución:
a) No es continua, puesto que en $x = 2$ no está definida.
b) $f(-1) = -1$; $f(0) = 0$; $f(2)$ no existe; $f(3) = 2$

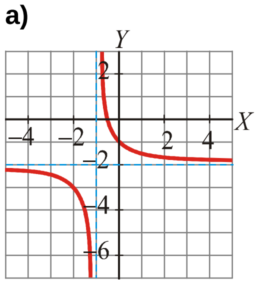
EJERCICIO 5 : Halla $f(-1)$, $f(0)$ y $f(2)$, siendo: $f(x)=\begin{cases} 3x^2-1 & \text{si } x\le -1 \\ x+1 & \text{si } -1<x\le 2 \\ x^2 & \text{si } x>2 \end{cases}$

Solución:
$f(-1) = 3\cdot(-1)^2 -1 = 3\cdot 1 - 1 = 3 - 1 = 2$
$f(0) = 0 + 1 = 1$
$f(2) = 2 + 1 = 3$

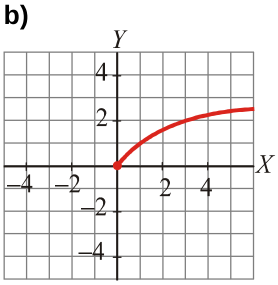
DOMINIO

EJERCICIO 6 : A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio y su recorrido:

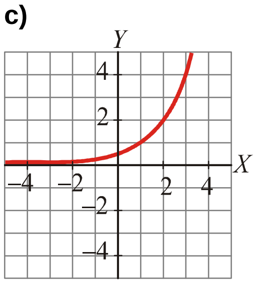
a)



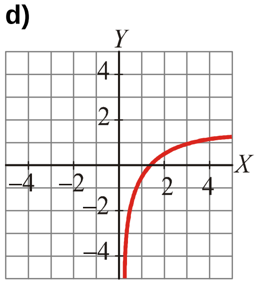
b)



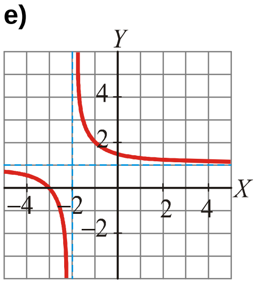
c)



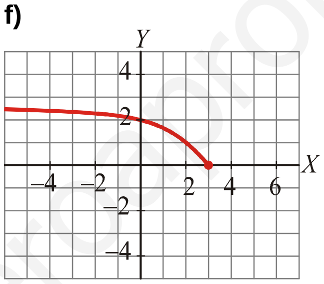
d)



e)



f)



Solución:

a) Dominio $= \mathbf{R} - \{-1\}$
Recorrido = R – {-2}

b) Dominio $= [0, +\infty)$
Recorrido = [0,∞)

c) Dominio = **R**
Recorrido = (0,∞)

d) Dominio = (0,∞)
Recorrido = R

e) Dominio = R – {-2}
Recorrido = R – {1}

f) Dominio = (-∞,3]
Recorrido = [0,∞)

EJERCICIO 7 : Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{1}{x^2-16}$ **b)** $y=\sqrt{1+2x}$ **c)** $y=\dfrac{x}{x^2-4}$ **d)** $y=\sqrt{2x}$ **e)** $y=\dfrac{1}{x^2+4}$

f) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ **g)** $y=\dfrac{1}{x^2-2x}$ **h)** $y=\sqrt{6+3x}$ **i)** $y=\dfrac{3}{(x-5)^2}$ **j)** $y=\sqrt{2x-4}$

k) $y=\dfrac{1}{x^2-9}$ **l)** $y=\sqrt{x-2}$ **m)** $y=\dfrac{2+x}{x^2}$ **n)** $y=\sqrt{3x-1}$ **ñ)** $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$

o) $y=\dfrac{1}{3x-x^2}$ **p)** $y=\sqrt{x^2-1}$ **q)** $y=\dfrac{2x}{(x-3)^2}$

Solución:

a) $x^2-16=0 \;\Rightarrow\; x^2=16 \;\Rightarrow\; x=\pm\sqrt{16}=\pm 4 \;\rightarrow\; \text{Dominio}=\mathbf{R}-\{-4,\ 4\}$

b) $1+2x\ge 0 \;\Rightarrow\; 2x\ge -1 \;\Rightarrow\; x\ge\dfrac{-1}{2} \;\rightarrow\; \text{Dominio}=\left[\dfrac{-1}{2},+\infty\right)$

c) $x^2-4=0 \;\Rightarrow\; x^2=4 \;\Rightarrow\; x=\pm\sqrt{4} \;\Rightarrow\; x=\pm 2 \;\rightarrow\; \text{Dominio}=\mathbf{R}-\{-2,\ 2\}$

d) $2x\ge 0 \;\Rightarrow\; x\ge 0 \;\rightarrow\; \text{Dominio}=[0,\ +\infty)$

e) $x^2+4\ne 0$ para todo $x\in\mathbf{R} \;\rightarrow\; \text{Dominio}=\mathbf{R}$

f) $x-2>0 \;\Rightarrow\; x>2 \;\rightarrow\;$ Dominio $=(2,+\infty)$

g) $x^2-2x=0 \;\Rightarrow\; x(x-2)=0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ Dominio $=\mathbf{R}-\{0,\ 2\}$

h) $6+3x\geq 0 \;\Rightarrow\; 3x\geq -6 \;\Rightarrow\; x\geq -2 \;\rightarrow\;$ Dominio $=[-2,+\infty)$

i) $(x-5)^2=0 \;\Rightarrow\; x=5 \;\rightarrow\;$ Dominio $=\mathbf{R}-\{5\}$

j) $2x-4\geq 0 \;\Rightarrow\; 2x\geq 4 \;\Rightarrow\; x\geq 2 \;\rightarrow\;$ Dominio $[2,+\infty)$

k) $x^2-9=0 \;\Rightarrow\; x^2=9 \;\Rightarrow\; x=\pm\sqrt{9}=\pm 3 \;\rightarrow\;$ Dominio $=\mathrm{R}-\{-3,3\}$

l) $x-2\geq 0 \;\Rightarrow\; x\geq 2 \;\rightarrow\;$ Dominio $=[2,+\infty)$

m) $x^2=0 \;\Rightarrow\; x=0 \;\rightarrow\;$ Dominio $=\mathrm{R}-\{0\}$

n) $3x-1\geq 0 \;\Rightarrow\; 3x\geq 1 \;\Rightarrow\; x\geq \frac{1}{3} \;\rightarrow\;$ Dominio $=\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$

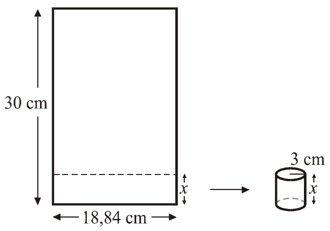
ñ) $x>0 \;\rightarrow\;$ Dominio $=(0,+\infty)$

o) $3x-x^2=0 \;\Rightarrow\; x(3-x)=0 \;\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \;\rightarrow\;$ Dominio $=\mathbf{R}-\{0,3\}$

p) $x^2-1\geq 0 \;\rightarrow\;$ Dominio $=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

q) $(x-3)^2=0 \;\Rightarrow\; x=3 \;\rightarrow\;$ Dominio $=\mathbf{R}-\{3\}$

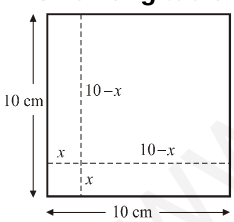
<u>EJERCICIO 8</u> : Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura *x*:



El volumen del cilindro será: $V=\pi\cdot 3^2\cdot x=28{,}26\,x$
¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución: x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio $=(0,\ 30)$.

<u>EJERCICIO 9</u> : De un cuadrado de lado 10 cm se recorta una tira de x cm en la base y otra de la misma longitud en la altura, obteniéndose un nuevo cuadrado de lado $(10-x)$:

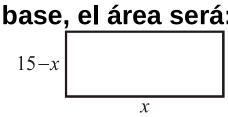


El área de este nuevo cuadrado será: $A=(10-x)^2$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución: x puede tener valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio $=(0,\ 10)$.

<u>EJERCICIO 10</u> : Vamos a considerar todos los rectángulos de 30 cm de perímetro. Si llamamos x a la longitud de la base, el área será:



$A=x(15-x)$ **¿Cuál es el dominio de definición de esta función?**

Solución: x puede tomar valores entre 0 y 15 cm. Por tanto, Dominio $=(0,\ 15)$.

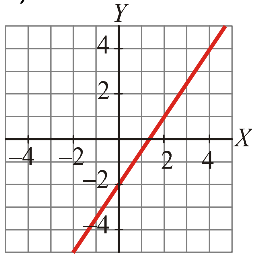
FUNCIONES LINEALES

<u>EJERCICIO 11</u> : Representa gráficamente:

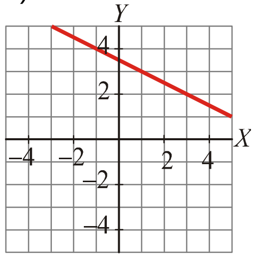
a) $y = \frac{3}{2}x - 2$ **b)** $y = -0{,}5x + 3{,}5$ **c)** $y = \frac{-3}{5}x + 1$ **d)** $f(x) = \frac{4-2x}{5}$

Solución:

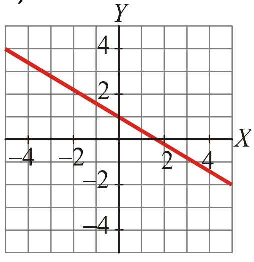
a)



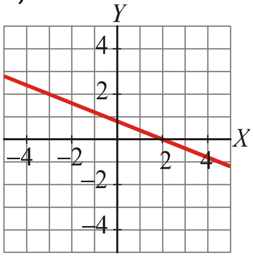
b)



c)



d)



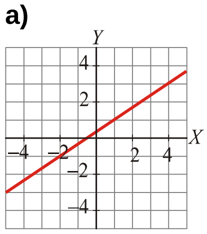
<u>EJERCICIO 12</u> : Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(3, -4)$ y $(-2, 3)$.

Solución: La pendiente de la recta es: $m = \frac{3-(-4)}{-2-3} = \frac{7}{-5} = -\frac{7}{5}$

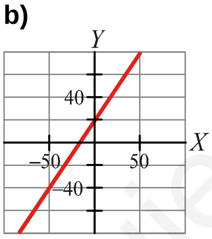
La ecuación será: $y + 4 = \frac{-7}{5}(x-3) \Rightarrow y = \frac{-7}{5}x + \frac{1}{5}$

<u>EJERCICIO 13</u> : Escribe la ecuación de las rectas cuyas gráficas son las siguientes:

a)



b)



Solución:

a) Vemos que la recta pasa por los puntos $(1, 1)$ y $(4, 3)$. Su pendiente será: $m = \frac{3-1}{4-1} = \frac{2}{3}$

La ecuación será: $y - 1 = \frac{2}{3}(x-1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

b) Observamos que la recta pasa por los puntos $(0, 20)$ y $(50, 80)$. Su pendiente será : $m = \frac{80-20}{50-0} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5}$

Por tanto, su ecuación es: $y = \frac{6}{5}x + 20$

<u>EJERCICIO 14</u> : Halla la ecuación de la recta que pasa por $(-1, 2)$ y cuya pendiente es $-\frac{1}{3}$.

Solución:

Escribimos la ecuación punto–pendiente: $y - 2 = -\frac{1}{3}(x+1) \Rightarrow y = \frac{-1}{3}x + \frac{5}{3}$

FUNCIONES CUADRÁTICAS

<u>EJERCICIO 15</u> : Representa gráficamente las funciones:

a) $y = -x^2 + 4x - 1$ **b)** $y = (x+1)^2 - 3$ **c)** $y = -x^2 + 4$ **d)** $f(x) = -2x^2 + 4x$

Solución:

a) • Hallamos el vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \rightarrow y = 3 \rightarrow$ Punto $(2, 3)$.

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow \quad y=0 \quad \rightarrow \quad -x^2+4x-1=0 \quad \rightarrow \quad x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4}}{-2}=$

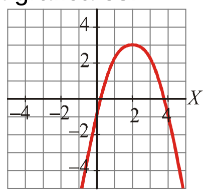
$$=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{-2}\begin{cases} x=0{,}27 & \rightarrow \quad \text{Punto}\,(0{,}27;\ 0) \\ x=3{,}73 & \rightarrow \quad \text{Punto}\,(3{,}73;\ 0)\end{cases}$$

Con el eje $Y \rightarrow \quad x=0 \quad \rightarrow \quad y=-1 \quad \rightarrow \quad$ Punto $(0,-1)$

- Tabla de valores alrededor del vértice:

X	0	1	2	3	4
Y	-1	2	3	2	-1

- La gráfica es:



b) • Hallamos el vértice: $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-2}{2}=-1 \quad \rightarrow \quad y=-3 \quad \rightarrow \quad$ Punto $(-1,-3)$.

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow \quad y=0 \quad \rightarrow \quad x^2+2x+1-3=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+2x-2=0$

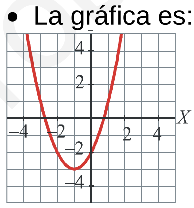
$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+8}}{2}\begin{cases} x=0{,}73 & \rightarrow \quad \text{Punto}\,(0{,}73;\ 0) \\ x=-2{,}73 & \rightarrow \quad \text{Punto}\,(-2{,}73;\ 0)\end{cases}$$

Con el eje $Y \rightarrow x=0 \rightarrow y=-2 \quad \rightarrow \quad$ Punto $(0,-2)$

- Hallamos algún otro punto:

X	-3	-2	-1	0	1
Y	1	-2	-3	-2	1

- La gráfica es:



c) Hallamos el vértice: V $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{0}{2}=-0 \quad \rightarrow \quad y=4 \quad \rightarrow \quad$ Punto $(0,4)$.

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X → $y = 0$ → $-x^2 + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 4$ →

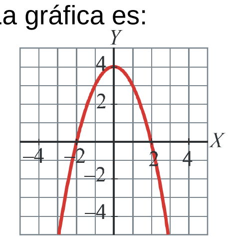
$\rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \quad \rightarrow \quad$ Puntos $(-2,\ 0)$ y $(2,0)$

Con el eje Y → $x = 0$ → $y = 4$ → Punto (0,4)

- Hallamos algún otro punto:

X	-2	-1	0	1	2
Y	0	3	4	3	0

- La gráfica es:



d) • El vértice de la parábola es: $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-4}{-4}=1 \quad \rightarrow \quad y=2 \quad \rightarrow \quad$ Punto $(1,\ 2)$

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X → $y = 0$ → $-2x^2 + 4x = 0$ → $x(-2x + 4) = 0$

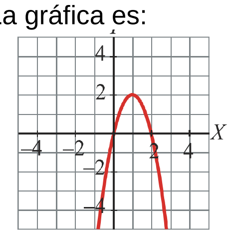
$$\begin{cases} x=0 & \rightarrow \quad \text{Punto}\,(0,\ 0) \\ -2x+4=0 & \rightarrow \quad x=2 \quad \rightarrow \quad \text{Punto}\,(2,\ 0)\end{cases}$$

Con el eje Y → $x = 0$ → $y = 0$ → Punto (0,0)

- Hallamos algún otro punto:

X	-1	0	1	2	3
Y	-6	0	2	0	-6

- La gráfica es:



RECOPILACIÓN RECTAS Y PARÁBOLAS

EJERCICIO 16 :

a) Representa gráficamente: $y = -\frac{1}{2}x + 3$

b) Halla el vértice de la parábola: $y = 2x^2 - 10x + 8$

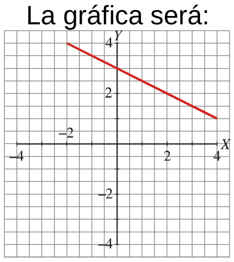
Solución:

a)

Hallamos dos puntos de la recta:

x	*y*
0	3
2	2

La gráfica será:



b) La abscisa del vértice es: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

La ordenada es: $y = 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10\left(\frac{5}{2}\right) + 8 = \frac{-9}{2}$

El vértice es el punto $\left(\frac{5}{2}, \frac{-9}{2}\right)$.

EJERCICIO 17 :

a) Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos (–2, –1) y (1, 3), y represéntala.

b) Halla los puntos de corte con los ejes de la parábola $y = -x^2 + 4x$.

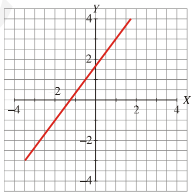
Solución:

a)

La pendiente de la recta es: $m = \frac{3-(-1)}{1-(-2)} = \frac{3+1}{1+2} = \frac{4}{3}$

La ecuación será: $y - 3 = \frac{4}{3}(x-1) \Rightarrow \quad y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

Con los dos puntos que tenemos la podemos representar:



b) Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje *X*: $y = 0 \;\rightarrow\; 0 = -x^2 + 4x \;\rightarrow\; x(-x+4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Punto } (0,0) \\ \text{Punto } (4,0) \end{cases}$
- Con el eje *Y*: $x = 0 \;\rightarrow\; y = 0 \;\rightarrow\;$ Punto (0, 0)

Los puntos de corte con los ejes son el (0, 0) y el (4, 0)

EJERCICIO 18 :

a) Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas: I) $2x + y = 0$ **II)** $x - 2y + 1 = 0$ **III)** $y = 2$

b) Representa gráficamente: $y = x^2 - 3x$

Solución:

a) I) $y = -2x \;\rightarrow\;$ pendiente $= -2$

II) $y = \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \;\rightarrow\;$ pendiente $= \frac{1}{2}$

III) pendiente = 0

b)

Hallamos el vértice: $x = \frac{3}{2} \;\rightarrow\; y = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} = \frac{-9}{4} \;\rightarrow\; \left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

La gráfica sería:

Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow$ Punto (0.0)
- Con el eje $X \rightarrow y=0 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3)=0 \begin{cases} x=0 \rightarrow \text{Punto } (0,0) \\ x=3 \rightarrow \text{Punto } (3,0) \end{cases}$

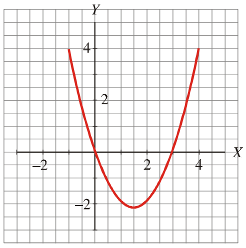


Tabla de valores alrededor del vértice:

X	0	1	3/2	2	3
Y	0	-2	-9/4	-2	0

<u>EJERCICIO 19</u> :
a) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (–1, 3) y tiene pendiente –1.
b) Representa gráficamente: $y = -x^2 + 4$

Solución:
a) La ecuación será: $y - 3 = -1\,(x+1) \Rightarrow \quad y = -x + 2$
b)
El vértice es el punto (0, 4).
Los puntos de corte con los ejes son:

- Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow$ Punto (0, 4)
- Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow -x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \begin{cases} x = -2 \rightarrow \text{Punto } (-2,0) \\ x = 2 \rightarrow \text{Punto } (2,0) \end{cases}$

La gráfica sería:

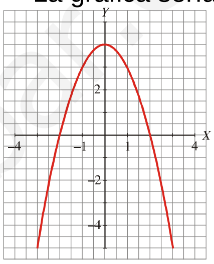


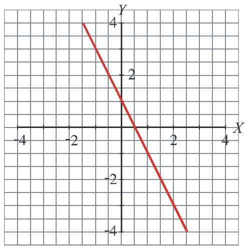
Tabla de valores alrededor del vértice:

X	-2	-1	0	0	1
Y	0	3	4	3	0

<u>EJERCICIO 20</u> ;
a) Representa gráficamente: $2x + y - 1 = 0$
b) Halla el vértice de la parábola: $y = 2x^2 - 8x + 2$

Solución:
a) Despejamos y: $\quad y = -2x + 1$
Hallamos dos puntos de la recta y la representamos.

x	y
0	1
1	–1



b) La abscisa del vértice es: $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{8}{4} = 2$

La ordenada es: $y = 2 \cdot 4 - 8 \cdot 2 + 2 = 8 - 16 + 2 = -6$
El vértice es el punto (2, – 6).

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

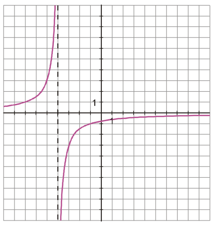
<u>EJERCICIO 21</u> : Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{-3}{x+4}$ **b)** $y = \dfrac{-1}{x-3} - 2$ **c)** $y = -1 + \dfrac{2}{x-5}$

Solución:
a) Dominio de definición: R – {-4}

Tabla de valores

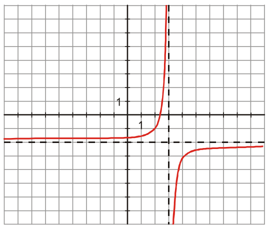
X	-∞	-7	-5	-4^-	-4^+	-3	-1	+∞
Y	0	1	3	+∞	-∞	-3	-1	0



Las asíntotas son la recta $y = 0$ y la recta $x = -4$.

b) Dominio de definición: R – {3}

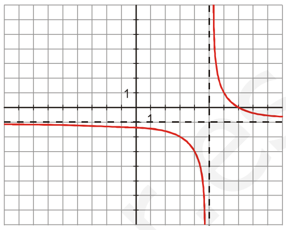
X	-∞	1	2	3^-	3^+	4	5	+∞
Y	-2	-1,5	-1	+∞	-∞	-3	-2,5	-2



Las asíntotas son las rectas $x = 3$ e $y = -2$.

c) Dominio de definición: R – {5}

X	-∞	3	4	5^-	5^+	6	7	+∞
Y	-1	-2	-3	-∞	+∞	1	0	-1



. Las asíntotas son las rectas $x = 5$, $y = -1$.

FUNCIÓN RADICAL

<u>EJERCICIO 22</u> : Representa gráficamente las siguientes funciones:

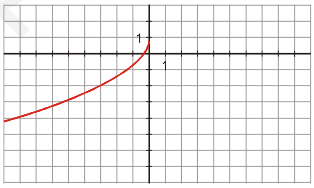
a) y = $1 - \sqrt{-3x}$ **b) y =** $\sqrt{3x - 1}$ **c) y =** $\sqrt{2x + 3} - 1$

Solución:

a) Dominio de definición: (-∞,0]

Hacemos una tabla de valores:

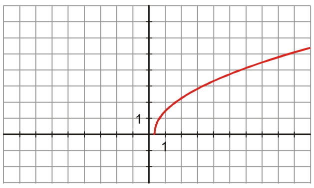
X	-∞	-3	-2	-1	0
Y	-∞	-2	-1,45	-0,73	-11



b) Dominio de definición: $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

Hacemos una tabla de valores:

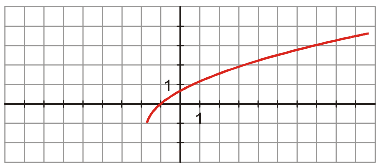
X	1/3	1	2	3	+∞
Y	0	1,41	2,24	2,83	+∞



c) Dominio de definición: $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$

Tabla de valores:

X	-3/2	-1	1/2	3	+∞
Y	-1	0	1	2	+∞



FUNCIONES A TROZOS

<u>EJERCICIO 23</u> : Representa gráficamente:

a) $y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si} \quad x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$ **b)** $y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 3 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ **c)** $y = \begin{cases} (-x + 1)/2 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ -x^2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$

Solución:

a)

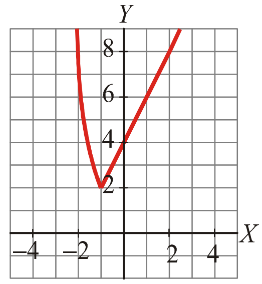
Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola. ($V_x = 0$)

Si $x \geq -1$, tenemos un trozo de recta.

La gráfica es:

Tabla de valores:

X	-∞	-3	-2	-1	-1	0	+∞
Y	+∞	18	8	2	2	4	+∞



b)

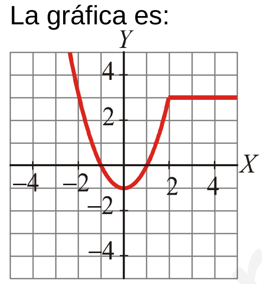
Si $x \leq 2$, es un trozo de parábola. ($V_x = 0$)

Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

Tabla de valores:

X	-∞	-2	-1	0	1	2	2	3	+∞
Y	0	3	0	-1	0	3	3	3	+∞

La gráfica es:



c)

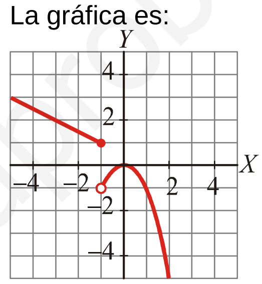
Si $x \leq -1$, es un trozo de recta.

Si $x > -1$, es un trozo de parábola. ($V_x = 0$)

Tabla de valores:

X	-∞	-2	-1	-1	0	1	2	+∞
Y	+∞	1,5	1	-1	0	-1	-4	-∞

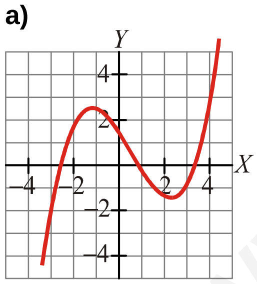
La gráfica es:



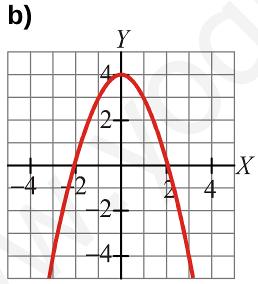
FUNCIONES CON VALOR ABSOLUTO

<u>EJERCICIO 24</u> : Representa gráficamente la función y = |f(x)|, sabiendo que la gráfica de y = f(x) es la siguiente:

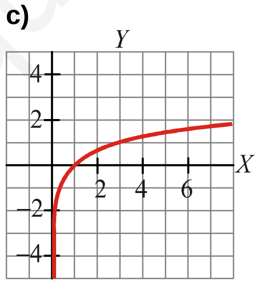
a)



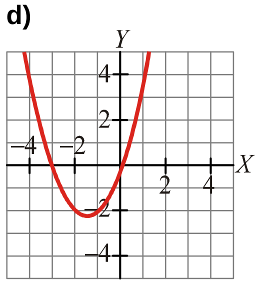
b)



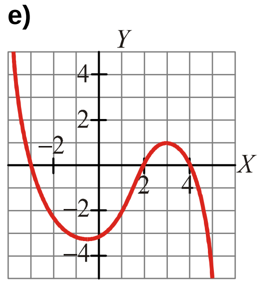
c)



d)

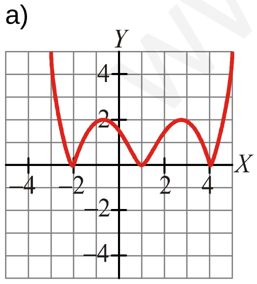


e)

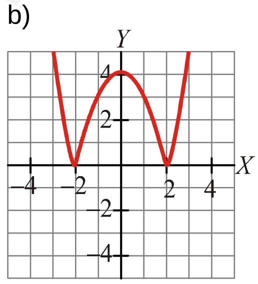


Solución:

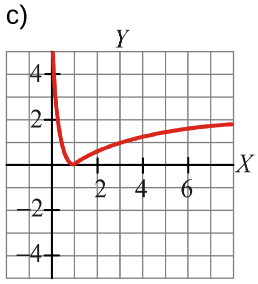
a)



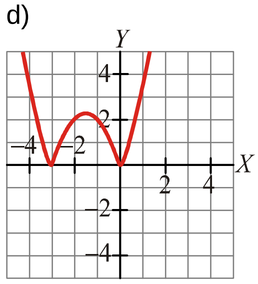
b)



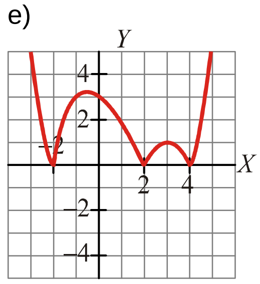
c)



d)



e)



<u>EJERCICIO 25</u> : Define como funciones "a trozos":

a) $y = |2x + 4|$ **b)** $y = |-x + 3|$ **c)** $y = \left|\dfrac{x+1}{2}\right|$ **d)** $y = |3x - 2|$ **e)** $y = \left|\dfrac{3x+1}{2}\right|$.

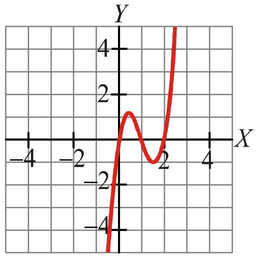
Solución:

a) $y = \begin{cases} -2x-4 & \text{si} \quad x < -2 \\ 2x+4 & \text{si} \quad x \geq -2 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} -x+3 & \text{si} \quad x < 3 \\ x-3 & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$ c) $y = \begin{cases} -\dfrac{x+1}{2} & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{x+1}{2} & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} -3x+2 & \text{si} \quad x < \dfrac{2}{3} \\ 3x-2 & \text{si} \quad x \geq \dfrac{2}{3} \end{cases}$ e) $y = \begin{cases} -\dfrac{3x+1}{2} & \text{si} \quad x < \dfrac{-1}{3} \\ \dfrac{3x+1}{2} & \text{si} \quad x \geq \dfrac{-1}{3} \end{cases}$

TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES

EJERCICIO 26 : La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$



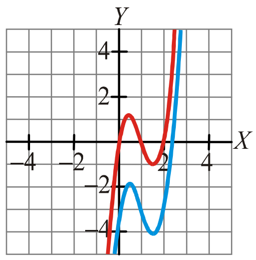
A partir de ella, representa:

a) $y = f(x) - 3$

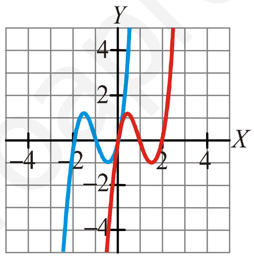
b) $y = f(x+2)$

Solución:

a)

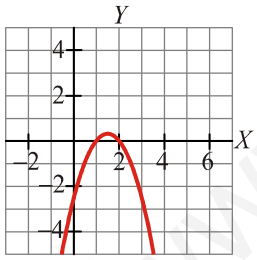


b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

EJERCICIO 27 : A partir de la gráfica de $y = f(x)$



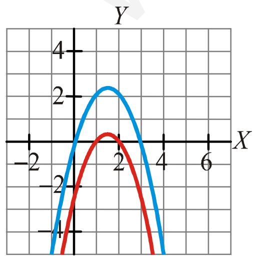
construye las gráficas de:

a) $y = f(x) + 2$

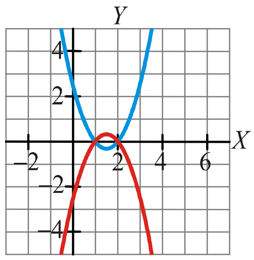
b) $y = -f(x)$

Solución:

a)

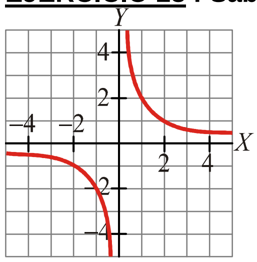


b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

<u>EJERCICIO 28</u> : Sabiendo que la gráfica de *y = f(x)* es la siguiente:



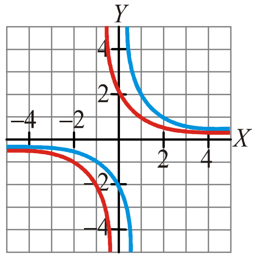
construye, a partir de ella, las gráficas de:

a) $y = f(x-1)$

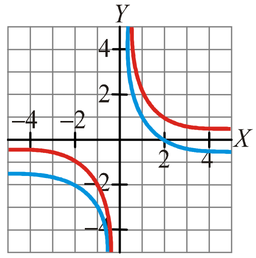
b) $y = f(x) - 1$

Solución:

a)

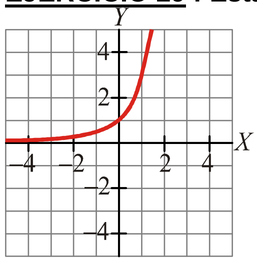


b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

<u>EJERCICIO 29</u> : Esta es la gráfica de la función *y = f(x)*.



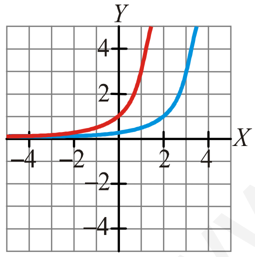
Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $f(x-2)$

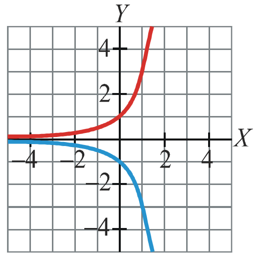
b) $y = -f(x)$

Solución:

a)

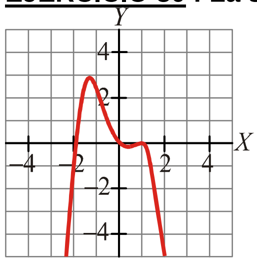


b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

<u>EJERCICIO 30</u> : La siguiente gráfica es la de *y = f(x)*.



Representa, a partir de ella, las funciones:

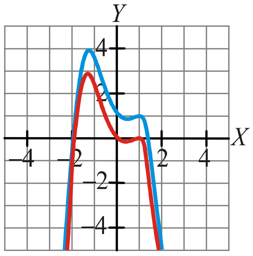
a) $y = f(x) + 1$

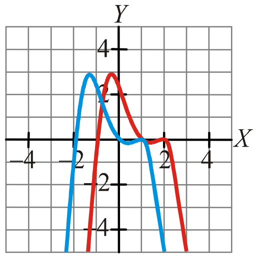
b) $y = f(x+1)$

Solución:

a)

b)





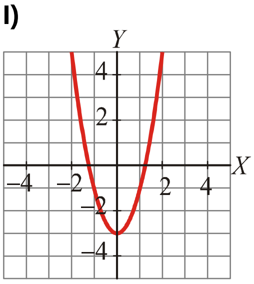
(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

RECOPILACIÓN

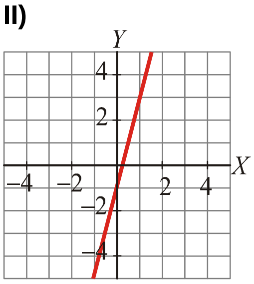
EJERCICIO 31 : Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

a) $y = \frac{2}{3}x$ **b)** $y = 2x^2 - 3$ **c)** $y = 3{,}5x - 0{,}75$ **d)** $y = -x^2 + 4$

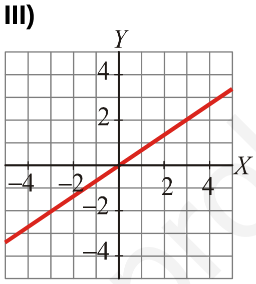
I)



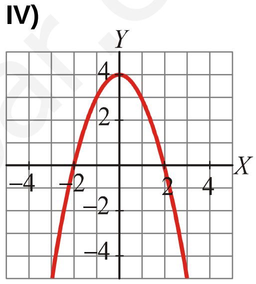
II)



III)



IV)

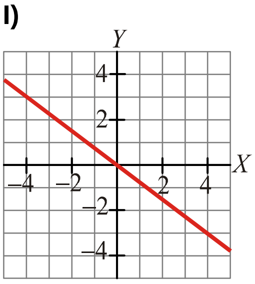


Solución: a) III b) I c) II d) IV

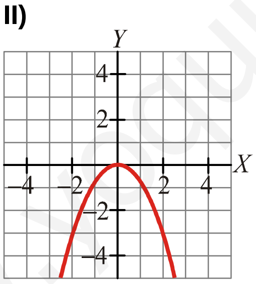
EJERCICIO 32 : Asocia a cada una de estas gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

a) $y = \frac{-3x^2}{4}$ **b)** $y = \frac{-3x}{4}$ **c)** $y = 2x^2 - 2$ **d)** $y = 2x - 2$

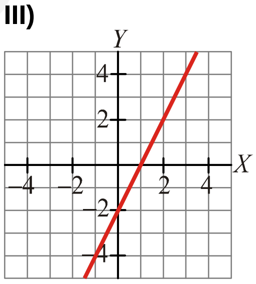
I)



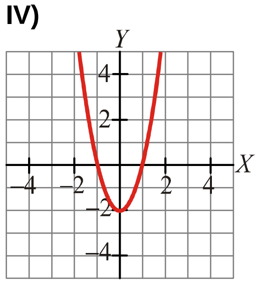
II)



III)



IV)

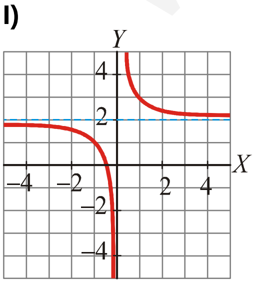


Solución: a) II b) I c) IV d) III

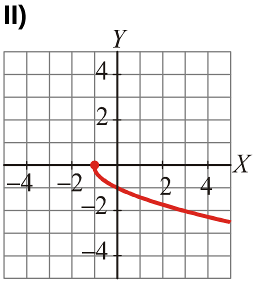
EJERCICIO 33 : Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

a) $y = \frac{1}{x-4}$ **b)** $y = \sqrt{2x}$ **c)** $y = \frac{1}{x} + 2$ **d)** $y = -\sqrt{x+1}$

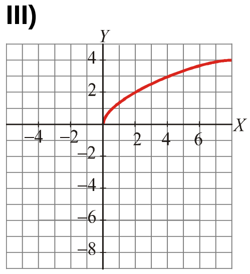
I)



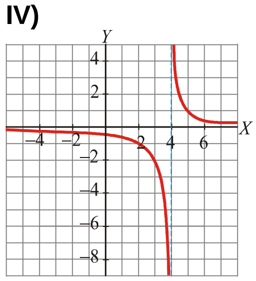
II)



III)



IV)

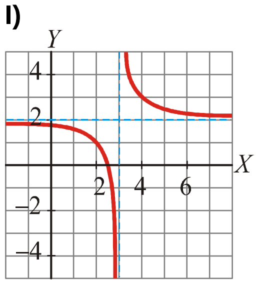


Solución: a) IV b) III c) I d) II

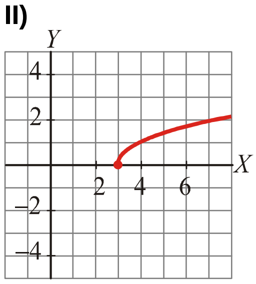
<u>EJERCICIO 34</u> : Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

a) $y = \dfrac{1}{x} - 3$ **b)** $y = \sqrt{x-3}$ **c)** $y = \dfrac{1}{x-3} + 2$ **d)** $y = \sqrt{x+3}$

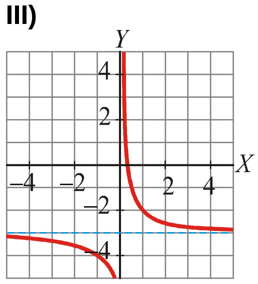
I)



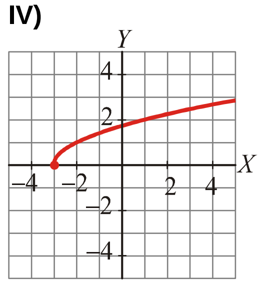
II)



III)



IV)



Solución: a) III b)II c) I d) IV

PROBLEMAS

<u>EJERCICIO 35</u> : En algunos países se utiliza un sistema de medición de la temperatura distinto a los grados centígrados que son los grados Farenheit. Sabiendo que 10 °C = 50 °F y que 60 °C = 140 °F, obtén la ecuación que nos permita traducir temperaturas de °C a °F.

Solución:

Llamamos x a la temperatura en grados centígrados e y a la temperatura en grados Farenheit. La función que buscamos pasa por los puntos (10, 50) y (60, 140). Será una recta con pendiente:

$$m = \frac{140-50}{60-10} = \frac{90}{50} = \frac{9}{5}$$

La ecuación es: $y - 50 = \frac{9}{5}(x-10) \Rightarrow y = \frac{9}{5}x + 32$

<u>EJERCICIO 36</u> : En un contrato de alquiler de una casa figura que el coste subirá un 2% cada año. Si el primer año se pagan 7200 euros (en 12 recibos mensuales):

a) ¿Cuánto se pagará dentro de 1 año? ¿Y dentro de 2 años?

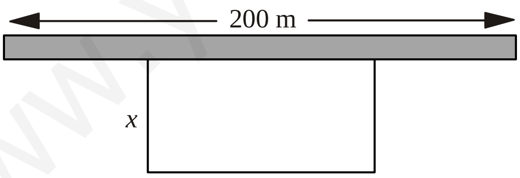
b) Obtén la función que nos dé el coste anual al cabo de *x* años.

Solución:

a) Dentro de 1 año se pagarán $7200 \cdot 1{,}02 = 7344$ euros.
   Dentro de 2 años se pagarán $7200 \cdot 1{,}02^2 = 7490{,}88$ euros.

b) Dentro de x años se pagarán: $y = 7200 \cdot 1{,}02^x$ euros.

<u>EJERCICIO 37</u> : Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared:

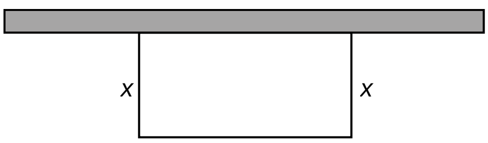


a) Llama *x* a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados?

b) Construye la función que nos da el área del recinto.

Solución:

a)



b) $\text{Área} = x(200-2x) = 200x - 2x^2$

<u>EJERCICIO 38</u> : Una barra de hierro dulce de 30 cm de larga a 0 °C se calienta, y su dilatación viene dada por una función lineal *l = a + bt*, donde *l* es la longitud (en cm) y *t* es la temperatura (en °C).

a) Halla la expresión analítica de *l*, sabiendo que *l*(1)=30,0005 cm y que *l*(3)=30,0015 cm.

b) Representa gráficamente la función obtenida.

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} l(1)=30{,}0005 \quad \Rightarrow \quad a+b=30{,}0005 \\ l(3)=30{,}0015 \quad \Rightarrow \quad a+3b=30{,}0015 \end{array}\right\}$

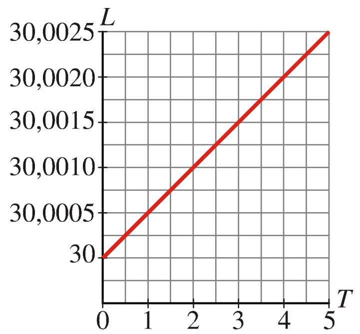
Restando a la segunda ecuación la primera, queda:

$2\mathrm{b}=0{,}0010 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{b}=0{,}0005 \quad \rightarrow$

$\mathrm{a}=30{,}0005-\mathrm{b}=30{,}0005-0{,}0005=30$

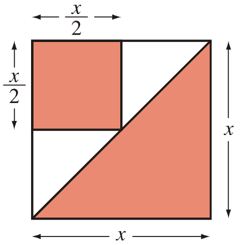
Por tanto: $l=30+0{,}0005t$

b)



$l=30+0{,}0005t$

<u>EJERCICIO 39</u> : En un cuadrado de lado x cm, consideramos el área de la parte que está coloreada:



a) Halla la ecuación que nos da el valor de dicha área, y, en función del lado del cuadrado, x.
b) Representa gráficamente la función obtenida.

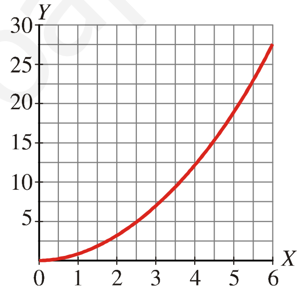
Solución:

a) El área del triángulo es $\dfrac{x^2}{2}$.

El área del cuadradito es $\left(\dfrac{x}{2}\right)^2=\dfrac{x^2}{4}$.

Por tanto, el área total será: $y=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^2}{4}=\dfrac{3x^2}{4}$

b)



$y=\dfrac{3x^2}{4}$

<u>EJERCICI 40</u> : Un tendero tiene 20 kg de manzanas que hoy venderá a 40 céntimos de euro/kg. Cada día que pasa se estropeará 1 kg y el precio aumentará 10 céntimos de euro/kg.
a) Escribe la ecuación que nos da el beneficio obtenido en la venta, y, en función de los días que pasan hasta que vende las manzanas, x.
b) Representa la función obtenida, considerando que x puede tomar cualquier valor $x \geq 0$,

Solución:

a) Si pasan x días:

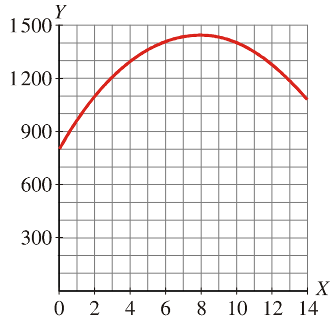
Tendrá (20̃x) kg y los venderá a (40+10x) céntimos de euro cada uno.

Por tanto, obtendrá un beneficio de:

$y=(20-x)(40+10x)=800+200x-40x-10x^2$

$y=-10x^2+160x+800$

b)



$y=-10x^2+160x+800$