1.- **(10 puntos)** Determinar la función inversa de $f(x)=3^{x-2}$

$y=3^{x-2}\Rightarrow x=3^{y-2}\Rightarrow \log_3 x=y-2\Leftrightarrow y=2+\log_3 x\Rightarrow f^{-1}(x)=2+\log_3 x$

2.- **(10 puntos)** Dadas las funciones $f(x)=\sqrt{x+5}$ y $g(x)=x^2-6x$ Hallar $(f\circ g)(x)$ y su dominio.

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=\sqrt{x^2-6x+5}$

$x^2-6x+5=0\Rightarrow x=1,\ x=5\quad \xrightarrow{+}1\xleftrightarrow{-}5\xleftarrow{+}\Rightarrow Dom(f\circ g)=(-\infty,1]\cup[5,\infty)$

3.- **(10 puntos)** En un pueblo de alta montaña se repobló una zona con acebos hace 6 años. Inicialmente se pusieron 100 ejemplares y en estos momentos hay 2010 ejemplares de acebo. Si sabemos que $N=A\cdot e^{Bt}$ es la función que da el número N de acebos en función del tiempo que ha pasado, calcular A y B para este enunciado. ¿Cuántos años han de pasar para que haya 14850 ejemplares?

para t=0 $N=100\Rightarrow 100=A=\text{valor inicial}$

para t=6 N=2010 $\Rightarrow 2010=100\cdot e^{6B}\Rightarrow 20,1=e^{6B}\Rightarrow \ln(20,1)=6B\Rightarrow B\approx 0,5\Rightarrow N=100\cdot e^{0,5t}$

para conseguir 14850 ejemplares $14850=100\cdot e^{0,5t}\Rightarrow 148,5=e^{0,5t}\Rightarrow \ln(148,5)=0,5t\Rightarrow t\approx 10$ años

4.- **(40 puntos)** Hallar los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}=\dfrac{\sqrt{1}}{1}=1$

b) $\lim_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-3x}=\left(\dfrac{0}{0}\,Ind.\right)=\lim_{x\to 3}\dfrac{(x-2)\cancel{(x-3)}}{x\cancel{(x-3)}}=\dfrac{3-2}{3}=\dfrac{1}{3}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3-4x^2-12}{2-3x^3}=\left(\dfrac{\infty}{\infty}\,Ind.\right)=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3}{-3x^3}=-\dfrac{2}{3}$

d) $\lim_{x\to -3}\dfrac{x^2-9}{6\sqrt{x+3}}=\left(\dfrac{0}{0}\,Ind.\right)=\lim_{x\to -3}\dfrac{(x-3)\cancel{(x+3)}\sqrt{x+3}}{6\cancel{\sqrt{x+3}\sqrt{x+3}}}=\dfrac{0}{6}=0$

e) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x^4-5x^3-1}{x^3+12}\underset{C.V.\,t=-x}{=}\lim_{t\to\infty}\dfrac{t^4+5t^3-1}{-t^3+12}=\left(\dfrac{\infty}{\infty}\,Ind.\right)=\lim_{t\to\infty}\dfrac{t^4}{-t^3}=\lim_{t\to\infty}-t=-\infty$

f) $\lim_{x\to 2}(5x-6)^{x-2}=(10-6)^0=4^0=1$

g) $\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2-x}{x+1}-\dfrac{2x^2}{x-1}\right)=(\infty-\infty\,Ind.)=\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{(2x^2-x)(x-1)-2x^2(x+1)}{(x+1)(x-1)}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{-5x^2+x}{x^2-1}\right)=$

$=\left(\dfrac{\infty}{\infty}\,Ind.\right)=\lim_{x\to\infty}\dfrac{-5\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}=-5$

h) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+5x-3}-x\right)$ $=\left(\infty-\infty\ Ind.\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+5x-3}-x\right)\left(\sqrt{x^2+5x-3}+x\right)}{\sqrt{x^2+5x-3}+x}=$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+5x-3-x^2}{\sqrt{x^2+5x-3}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{5x-3}{\sqrt{x^2+5x-3}+x}=\left(\frac{\infty}{\infty}Ind.\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{5x}{\sqrt{x^2}+x}=\frac{5}{2}$$

5.- **(20 puntos)** Estudiar la continuidad de la función y clasificar las discontinuidades si existen:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{-1,1\}\Rightarrow$ como es una función racional es continua en $\mathbb{R}-\{-1,1\}$

⊙ $x=1\Rightarrow\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}=\left(\dfrac{0}{0}Ind.\right)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)^{\cancel{2}}}{(x+1)\cancel{(x-1)}}=\dfrac{0}{2}=0\ \ y\ \ \nexists f(1)\Rightarrow$ discontinuidad evitable.

⊙ $x=-1\Rightarrow\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}=\left(\dfrac{4}{0}\text{Ind. de signo}\right)=\pm\infty\Rightarrow$ discontiniudad no evitable de salto infinito.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x} & si\ \ x<-2\\ 5-2x & si\ \ x\geq-2\end{cases}$

⊙ $y=\dfrac{x+1}{x}$ es continua en $\mathbb{R}$-$\{0\}$ y por tanto continua en $x<-2$

⊙ $y=5-2x$ es continua en $\mathbb{R}$ y por tanto en $x>-2$

⊙ $x=-2$ $\left.\begin{array}{l}\to\lim\limits_{x\to-2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-^{+}}5-2x=9\\ \to\lim\limits_{x\to-2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x+1}{x}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow$ discontinuidad no evitable de salto finito.

y=f(x) es continua en $\mathbb{R}-\{-2\}$

6.- **(10 puntos)** Hallar el valor del parámetro "a" para que la $f(x)=\begin{cases}x^2+ax-1 & si\ \ x\leq1\\ 2^x & si\ \ x>1\end{cases}$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.

⊙ $y=x^2+ax-1\ \ y\ \ y=2^x$ son funciones continuas en $\mathbb{R}$.

⊙ x=1 $\left.\begin{array}{l}\to\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}2^x=2\\ \to\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}x^2+ax-1=a\\ \to f(1)=a\end{array}\right\}\Rightarrow a=2$

para a=2 la función es continua en todo $\mathbb{R}$