1. Dada la función parabólica $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - \frac{7}{2}$, hallar:
   a) Vértice. **[0,5 puntos]**
   b) Punto de corte con el eje *Y*. **[0,2 puntos]**
   c) Puntos de corte con el eje *X*. **[0,5 puntos]**
   d) **<u>Copia la siguiente tabla</u>** de valores y complétala. **[0,3 puntos]**

	Vértice	Corte eje *Y*	Corte eje *X* (1)	Corte eje *X* (2)			
X					2	6	8
Y							

   e) Representación gráfica. **[0,5 puntos]**

2. Calcular el dominio de las siguientes funciones. **[1 punto: 0,5 puntos por apartado]**

a) $y = \frac{3x-2}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$ **; b)** $y = \sqrt{x^2 - x - 12}$

3. Calcula los siguientes límites (caso de que el resultado sea ∞ indicar si es $+\infty$ o $-\infty$). **[2 puntos: 0,5 puntos por apartado]**

a) $\lim_{x\to 2} \frac{-x^2 + x + 1}{2x^2 - 3x - 2}$ **; b)** $\lim_{x\to -1} \frac{-3x^3 + x - 2}{2x^2 + x - 1}$ **; c)** $\lim_{x\to -\infty} \frac{2x^5 - x^3 + 3x - 10}{-x^4 + 4x - 7}$ **; d)** $\lim_{x\to +\infty} \frac{4x^3 - 2x^6 - x + x^2 - 3}{2x^5 + 6x^3 - x^6 + 1}$

4. Hallar las asíntotas tanto verticales como horizontales de las siguientes funciones. Caso de que no exista alguna de ellas explicar por qué razón no existe en ese caso concreto. **[2 puntos: 1 punto por apartado]**

a) $y = \frac{x^3 + x + 1}{2x^2 - 3x + 1}$ **; b)** $y = \frac{-6x^2 - 1}{3x^2 - 9}$

5. Dada la función $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3}$ calcular:
   a) Dominio. **[0,4 puntos]**
   b) Asíntotas verticales y asíntota horizontal. Si tiene asíntotas verticales hallar la tendencia por la izquierda y por la derecha de las mismas. **[1 punto: 0,8 puntos las verticales; 0,2 puntos la horizontal]**
   c) Puntos de corte con el eje *X* y con el eje *Y*. **[0,6 puntos: 0,4 puntos los del eje *X*; 0,2 puntos los del eje *Y*]**
   d) Representación gráfica aproximada. **[1 punto]**

① a) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-4}{-1} = 4$

$y = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 - \frac{7}{2} = -8 + 16 - \frac{7}{2} = \frac{9}{2}$

Vértice : $\left(4, \frac{9}{2}\right)$

b) Corte eje Y : $(0, c) = \left(0, -\frac{7}{2}\right)$

c) $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - \frac{7}{2} = 0$

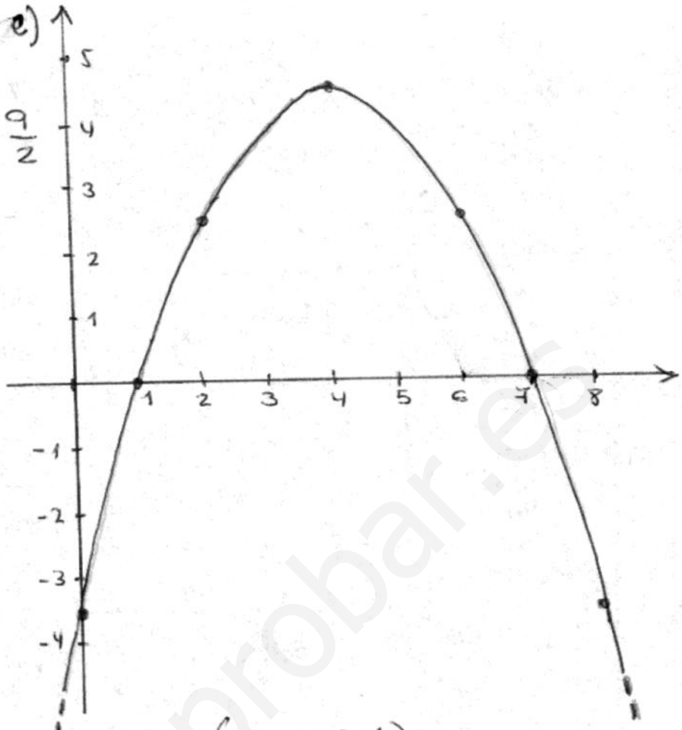
Soluciones : $x_1 = 1$, $x_2 = 7$

Cortes eje X : $(1,0)$, $(7,0)$

d) TABLA :

x	4	0	1	7	2	6	8
y	$9/2$	$-7/2$	0	0	$5/2$	$5/2$	$-7/2$

e)



② a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$ (RUFFINI)

Entonces $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \iff x = -1,\ x = 1,\ x = 2$.

Por tanto $\text{Dom} f = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$

b) $x^2 - x - 12 \geq 0 \iff (x+3)(x-4) \geq 0$

	-3		4
$x+3$	$-$	$+$	$+$
$x-4$	$-$	$-$	$+$
$(x+3)(x-4)$	$+$	$-$	$+$

Entonces :

$\text{Dom} f = (-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$

③ a) $\lim_{x \to 2} \frac{-x^3 + x + 1}{2x^2 - 3x - 2} = \left[\frac{-5}{0}\right] = \begin{cases} +\infty & \text{si } x \to 2^- \\ -\infty & \text{si } x \to 2^+ \end{cases}$

b) $\lim_{x \to -1} \frac{-3x^3 + x - 2}{2x^2 + x - 1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(-3x^2 + 3x - 2)}{(x+1)(2x-1)} =$

$= \lim_{x \to -1} \frac{-3x^2 + 3x - 2}{2x - 1} = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$

c) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^5 - x^3 + 3x - 10}{-x^4 + 4x - 7} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^5}{-x^4} = +\infty$

d) $\lim_{x \to +\infty} \frac{4x^3 - 2x^6 - x + x^2 - 3}{2x^5 + 6x^3 - x^6 + 1} = \frac{-2}{-1} = 2$

(se dividen los coeficientes líderes por ser ambos polinomios del mismo grado).

④ a) $2x^2-3x+1=0 \iff x=\frac{1}{2}\ ,\ x=1$

* $\lim\limits_{x\to 1/2} \dfrac{x^3+x+1}{2x^2-3x+1} = \left[\dfrac{13/8}{0}\right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2}}$ es una A.V.

* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+x+1}{2x^2-3x+1} = \left[\dfrac{3}{0}\right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x=1}$ es otra A.V.

* $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{x^3+x+1}{2x^2-3x+1} = \pm\infty \Rightarrow$ <u>no tiene asíntotas horizontales</u>

b) $3x^2-9=0 \iff x=\sqrt{3}\ ,\ x=-\sqrt{3}$

* $\lim\limits_{x\to \sqrt{3}} \dfrac{-6x^2-1}{3x^2-9} = \left[\dfrac{-19}{0}\right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x=\sqrt{3}}$ es una A.V.

* $\lim\limits_{x\to -\sqrt{3}} \dfrac{-6x^2-1}{3x^2-9} = \left[\dfrac{-19}{0}\right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x=-\sqrt{3}}$ es otra A.V.

* $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{-6x^2-1}{3x^2-9} = -2 \Rightarrow \boxed{y=-2}$ es una A.V.

⑤ a) $x^2+2x-3=0 \iff x=-3,\ x=1$

Entonces $\text{Dom} f = \mathbb{R} - \{-3, 1\}$

b) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-4}{x^2+2x-3} = \left[\dfrac{5}{0}\right] = \begin{cases} +\infty, & x\to -3^- \\ -\infty, & x\to -3^+ \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-4}{x^2+2x-3} = \left[\dfrac{-3}{0}\right] = \begin{cases} +\infty, & x\to 1^- \\ -\infty, & x\to 1^+ \end{cases}$

$\boxed{x=-3}$ y $\boxed{x=1}$ son A.V.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{x^2-4}{x^2+2x-3} = 1$

$\Rightarrow \boxed{y=1}$ es A.H.

c) Cortes eje X: $y=0$

$x^2-4=0 \iff x=2,\ x=-2$

$(2,0)\ ,\ (-2,0)$

Corte eje Y: $x=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=\frac{4}{3}$.

$\left(0, \frac{4}{3}\right)$