1. Estudia la continuidad de la función $f\left(x\right)=\begin{cases} \dfrac{6}{x-4} & \text{si} \quad x<-2 \\ 3 & \text{si} \quad x=-2 \\ {}^{2}-5 & \text{si} \quad -2<x<4 \\ \dfrac{4}{x}+1 & \text{si} \quad x \quad 4 \end{cases}$ en los puntos $x=-2$ y $x=4$.

Caso de que no sea continua en alguno de ellos explica el tipo de discontinuidad. **(2 puntos)**

2. Calcula los siguientes límites **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^2 - \quad -}{x \quad +4x^2-7x-10}$ **b)** $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x^4+3x \quad -2x+1}{x-7x^3-5x^4-2x^2+2}$

3. Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+ \quad -2}{x^2- \quad -2}$, contesta a los siguientes apartados:

a) Halla los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
b) Halla las asíntotas verticales y horizontales. **(1 punto)**
c) Realiza una representación gráfica aproximada de la función. **(0,5 puntos)**

4. Calcula la derivada de la función $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2- \quad -}{x-2}$ en el punto $x=1$. **(1 punto)**

5. La estación meteorológica de Pueblaseca registró 70 días de lluvias el pasado año, según se muestra en la tabla siguiente:

litros/m^2	[0, 6)	[6, 12)	[12, 18)	[18, 24)	[24, 30)	[30, 36)
Nº de días	3	7	19	23	12	6

a) Halla la mediana y la moda. **(1 punto)**
b) Halla media, la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**

6. La siguiente tabla muestra el número de gérmenes patógenos (en miles por cm^3) de un determinado cultivo según el tiempo transcurrido:

Número de horas (*X*)	0	1	2	3	4	5
Número de gérmenes (*Y*)	20	26	33	41	47	53

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal, interpretando el resultado. **(1 punto)**
b) Halla la recta de regresión de *Y* sobre *X*. ¿Qué cantidad de gérmenes se puede predecir que habrá cuando pasen 6 horas? **(1 punto)**

1) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{6}{x-4} = -1$

$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^+} (x^2-5) = -1$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to -2} f(x) = -1 \neq f(-2) = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow f$ no es continua. <u>DISCONTINUIDAD EVITABLE en $x=-2$</u>.

$\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^-} (x^2-5) = 11$

$\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^+} \left(\dfrac{4}{x}+1\right) = 2$

$\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 4} f(x) \Rightarrow f$ no es continua en $x=4$. <u>DISCONTINUIDAD DE SALTO FINITO</u>. Longitud del salto $\underline{L=9}$.

2) a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^2-x-3}{x^3+4x^2-7x-10} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x+1)(2x-3)}{(x+1)(x^2+3x-10)} =$

$= \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x-3}{x^2+3x-10} = \dfrac{-5}{-12} = \underline{\underline{\dfrac{5}{12}}}$.

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x^4+3x^3-2x+1}{x-7x^3-5x^4-2x^2+2} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \underline{\underline{\dfrac{-2}{5}}}$ (cuando los grados son iguales se dividen los coeficientes líderes).

3) a) Eje X: $y=0 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow x_1=1,\ x_2=-2$: $\underline{\underline{(1,0)}}$; $\underline{\underline{(-2,0)}}$

Eje Y: $x=0 \Rightarrow y=1$: $\underline{\underline{(0,1)}}$

b) <u>Verticales</u>: $x^2-x-2=0$; $x_1=2,\ x_2=-1$

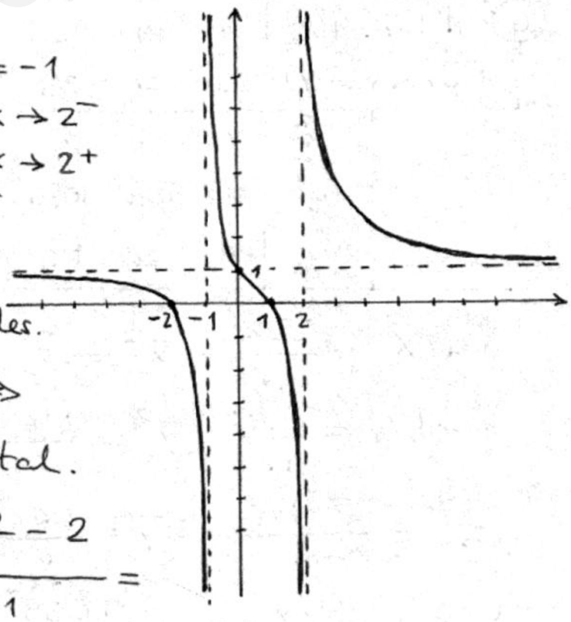
* $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-x-2} = \dfrac{4}{0} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x\to 2^- \\ +\infty & \text{si } x\to 2^+ \end{cases}$

* $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-x-2} = \dfrac{-2}{0} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x\to -1^- \\ +\infty & \text{si } x\to -1^+ \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{\underline{x=2}}$ y $\underline{\underline{x=-1}}$ son asíntotas verticales.

<u>Horizontales</u>: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-x-2} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{y=1}}$ es una asíntota horizontal.



4) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\dfrac{2x^2-x-3}{x-2} - 2}{x-1} =$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\dfrac{2x^2-x-3-2x+4}{x-2}}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-3x+1}{(x-1)(x-2)} = \left[\dfrac{0}{0}\right] =$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)(2x-1)}{(x-1)(x-2)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x-1}{x-2} = \dfrac{1}{-1} = -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{f'(1) = -1}}$

5

	f_i	x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$	F_i
(0, 6)	3	3	9	27	3
[6, 12)	7	9	63	567	10
[12, 18)	19	15	285	4275	29
[18, 24) ←	23	21	483	10143	52 ← $\frac{N}{2}=35$
[24, 30)	12	27	324	8748	64
[30, 36)	6	33	198	6534	70
	70		1362	30294	

a) $Me = e_{i-1} + \dfrac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{F_i - F_{i-1}} \cdot a_i = 18 + \dfrac{35-29}{52-29} \cdot 6 \Rightarrow \underline{\underline{Me = 19'565}}$

$Mo = e_{i-1} + \dfrac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot a_i = 18 + \dfrac{23-19}{(23-19)+(23-12)} \cdot 6 \Rightarrow \underline{\underline{Mo = 19'6}}$

b) $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{N} = \dfrac{1362}{70} = \underline{\underline{19'457}}$. $Var(X) = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{N} - \bar{x}^2 =$

$= \dfrac{30294}{70} - 19'457^2 = \underline{\underline{54'191}}$; $\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{54'191} \cong \underline{\underline{7'36}}$

6

Nº horas (X)	0	1	2	3	4	5	15
Nº gérmenes (Y)	20	26	33	41	47	53	220
x_i^2	0	1	4	9	16	25	55
y_i^2	400	676	1089	1681	2209	2809	8864
$x_i y_i$	0	26	66	123	188	265	668

$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N} = \dfrac{15}{6} = \underline{\underline{2'5}}$

$\bar{y} = \dfrac{\sum y_i}{N} = \dfrac{220}{6} = \underline{\underline{36'67}}$

$Var(X) = \dfrac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \dfrac{55}{6} - 2'5^2 = \underline{\underline{2'92}}$; $\sigma_x = \sqrt{Var(X)} = \underline{\underline{1'708}}$

$Var(Y) = \dfrac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2 = \dfrac{8864}{6} - 36'67^2 = \underline{\underline{132'64}}$; $\sigma_y = \sqrt{Var(Y)} = \underline{\underline{11'517}}$

$\sigma_{xy} = \dfrac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x}\bar{y} = \dfrac{668}{6} - 2'5 \cdot 36'67 = \underline{\underline{19'658}}$

a) $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \dfrac{19'658}{1'708 \cdot 11'517} = \underline{\underline{0'9993}}$. Como $r \cong 1$ la correlación es muy fuerte y positiva.

b) $y = \bar{y} + \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \bar{x}) \Rightarrow y = 36'67 + \dfrac{19'658}{2'92}(x - 2'5) \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 36'67 + 6'732(x - 2'5) \Rightarrow \underline{\underline{y = 6'732x + 19'84}}$

Si $x = 6 \Rightarrow y = 6'732 \cdot 6 + 19'84 = \underline{\underline{60'232}}$ (número de gérmenes pasadas 6 horas).