**1.** Dada la función parabólica $y = x^2 - 6x + 8$, calcular: puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**, vértice. **(0,5 puntos)** y hacer la representación gráfica. **(1 punto)**

**2.** Dada la función $f(x) = \dfrac{x+1}{3x-2}$, halla la función inversa de *f* respecto de la composición **(1 punto)** y comprueba que efectivamente lo es **(1 punto).**

**3.** Dada la función racional $y = \dfrac{-2x+6}{x+3}$:

**a)** Halla los puntos de corte con los ejes. **(1 punto)**

**b)** Haz las transformaciones oportunas en la función y di cuál es su asíntota vertical y su asíntota horizontal. **(1 punto)**

**c)** Represéntala gráficamente **(1 punto)**

**4.** Calcular los siguientes límites, indicando la indeterminación correspondiente:

**a)** $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$ **(1 punto)**

**b)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{8x^2 - 3x + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 2}}$ **(1 punto)**

**c)** $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x-2} - 1}$ **(1 punto)**

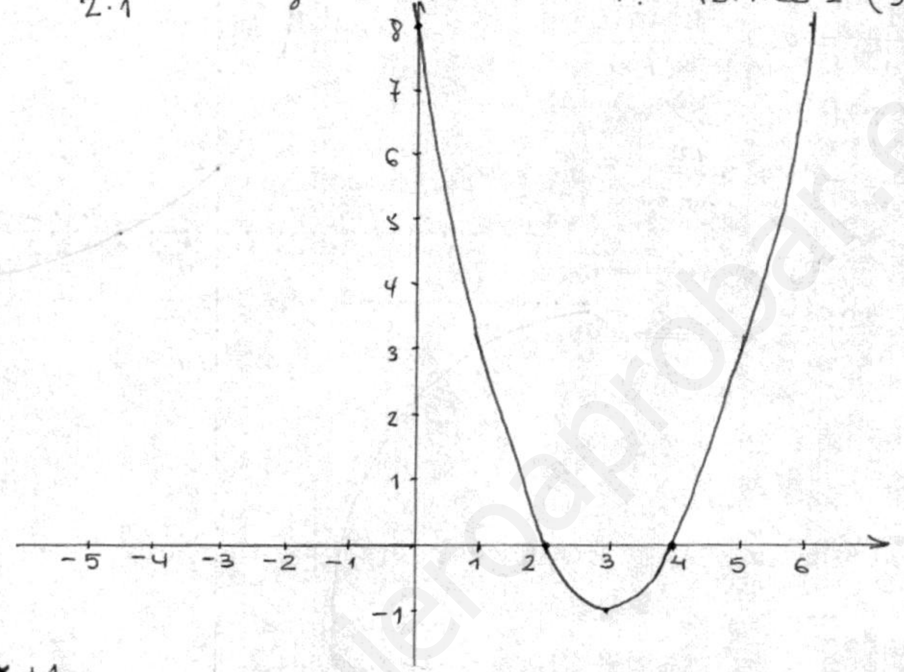
SEGUNDA EVALUACIÓN

① Puntos de corte con el eje X : $x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2} =$

$= \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} 4 \\ 2 \end{cases}$ ; $\underline{\underline{(4,0),\ (2,0)}}$

Punto de corte con el eje Y : $x = 0 \Rightarrow y = 8$ ; $\underline{\underline{(0,8)}}$.

Vértice : $x = \frac{6}{2 \cdot 1} = 3$ ; $y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = -1$. Vértice $= (3, -1)$




② $y = \frac{x+1}{3x-2}$. Cambiemos x por y, y despejemos el valor de y. El resultado será la función inversa respecto de la composición.

$x = \frac{y+1}{3y-2} \Rightarrow 3xy - 2x = y + 1 \Rightarrow 3xy - y = 2x + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y(3x-1) = 2x + 1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{3x-1}$. Por tanto la función inversa es $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$. Para la comprobación hemos de ver que $(f \circ f^{-1})(x) = x$ y que $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ :

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right) = \frac{\frac{2x+1}{3x-1} + 1}{3\,\frac{2x+1}{3x-1} - 2} =$$

$$= \frac{\frac{2x+1+3x-1}{3x-1}}{\frac{6x+3-6x+2}{3x-1}} = \frac{\frac{5x}{3x-1}}{\frac{5}{3x-1}} = \frac{5x}{5} = \underline{\underline{x}}$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}\left(\frac{x+1}{3x-2}\right) = \frac{2\,\frac{x+1}{3x-2} + 1}{3\,\frac{x+1}{3x-2} - 1} = \frac{\frac{2x+2+3x-2}{3x-2}}{\frac{3x+3-3x+2}{3x-2}} =$$

$$= \frac{\frac{5x}{3x-2}}{\frac{5}{3x-2}} = \frac{5x}{5} = \underline{\underline{x}}$$

③ a) Puntos de corte con eje X: $y=0 \Rightarrow \dfrac{-2x+6}{x+3}=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2x+6=0 \Rightarrow x=3$ ; $\underline{\underline{(3,0)}}$

Punto de corte con el eje Y:

$x=0 \Rightarrow y=2$ ; $\underline{\underline{(0,2)}}$

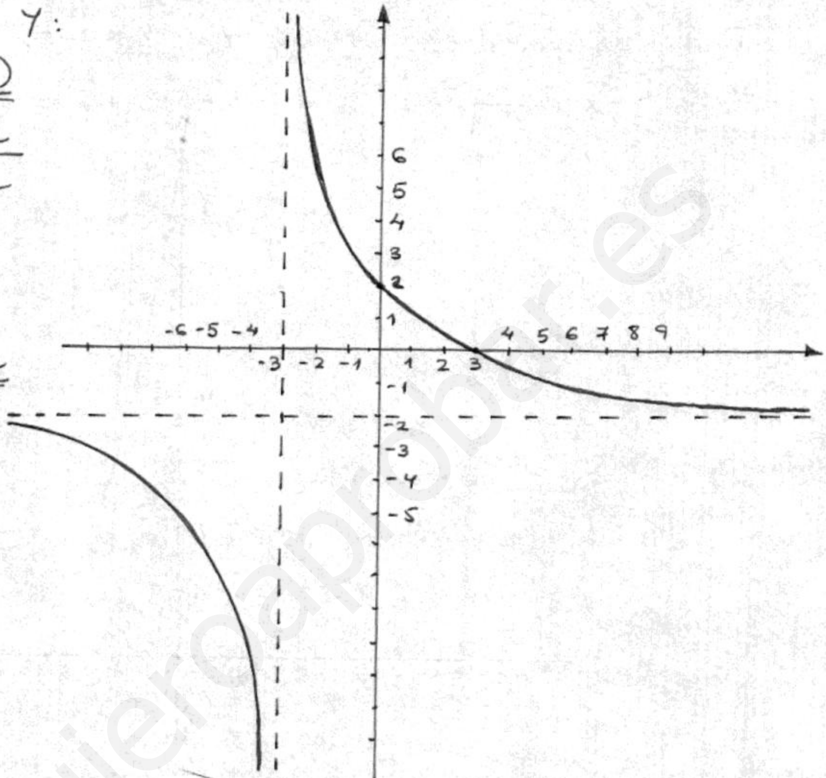
b) $\dfrac{ax+b}{x+d} = a + \dfrac{b-ad}{x+d}$

(transformación)

$\dfrac{-2x+6}{x+3} = -2 + \dfrac{12}{x-3}$

Asíntota horizontal: $\underline{\underline{x=-2}}$

Asíntota vertical: $\underline{\underline{y=-3}}$




④ a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-x-2}{x^2-4} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{(x+2)\cancel{(x-2)}} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+1}{x+2} = \underline{\underline{\dfrac{3}{4}}}$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{8x^2-3x+1}{3x^2+\sqrt{x^4-2}} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{8-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{3+\sqrt{1-\frac{2}{x^4}}} = \dfrac{8-0+0}{3+\sqrt{1-0}} =$

$= \dfrac{8}{3+1} = \underline{\underline{2}}$

c) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x-3)}{\sqrt{x-2}-1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x-3)(\sqrt{x-2}+1)}{(\sqrt{x-2}-1)(\sqrt{x-2}+1)} =$

$= \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x-3)(\sqrt{x-2}+1)}{x-2-1} = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x-2}+1)}{\cancel{x-3}} =$

$= \lim\limits_{x\to 3} (\sqrt{x-2}+1) = \sqrt{3-2}+1 = \underline{\underline{2}}$