

**Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato**

1. Dada la función racional  $y = \frac{2x+4}{x+3}$  :

- Halla los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
- Haz las transformaciones oportunas en la función y di cuál es su asíntota vertical y su asíntota horizontal. **(0,5 puntos)**
- Represéntala gráficamente **(1 punto)**

2. Representa gráficamente la siguiente función definida por trozos: **(1,5 puntos)**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x \leq -1 \\ -x & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{-1}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

3. Dada la siguiente función  $g(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 2x - 3}$ , se pide:

- Puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
- Asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas). **(1 punto)**
- Representación gráfica de la función. **(0,5 puntos)**
- Dominio e imagen o recorrido de la función. **(0,5 puntos)**

4. Calcular los siguientes límites, indicando la indeterminación correspondiente:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 4}{x - 1}$  **(0,5 puntos)**

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 + \sqrt{x^6} - 2}$  **(0,5 puntos)**

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$  **(0,5 puntos)**

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 1} - x \right)$  **(0,5 puntos)**

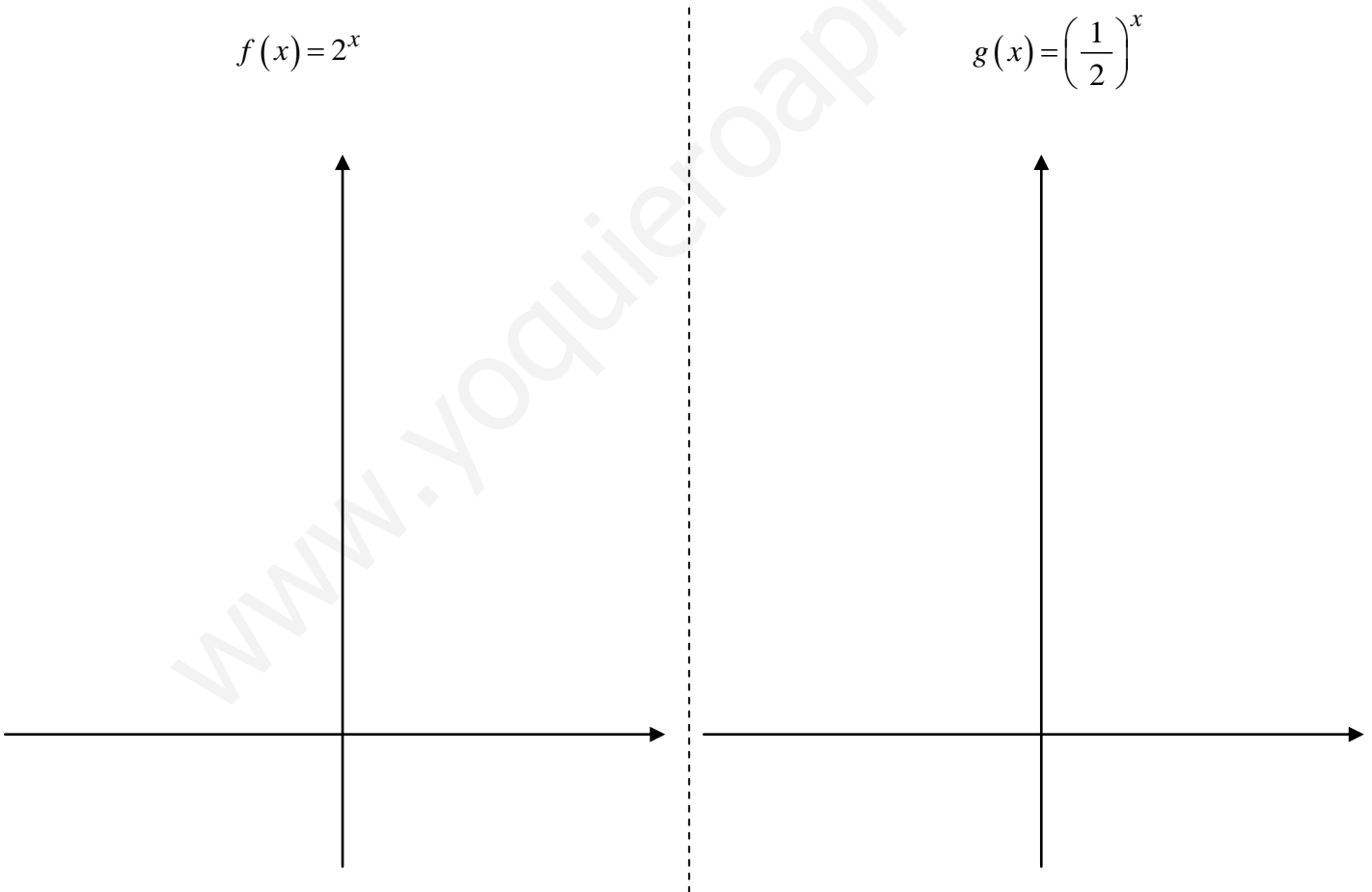
## Pregunta teórica

Contesta a las siguientes cuestiones:

1. Las funciones exponenciales de base  $a$  son de la forma  $f(x) =$
2. Las propiedades de las funciones exponenciales son las siguientes:
  - a) Dominio:
  - b) Recorrido o imagen:
  - c) Puntos de corte con el eje X:
  - d) Puntos de corte con el eje Y:
  - e) Son estrictamente crecientes cuando:
  - f) Son estrictamente decrecientes cuando:
3. Representa gráficamente las funciones exponenciales siguientes (sin tabla de valores)

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

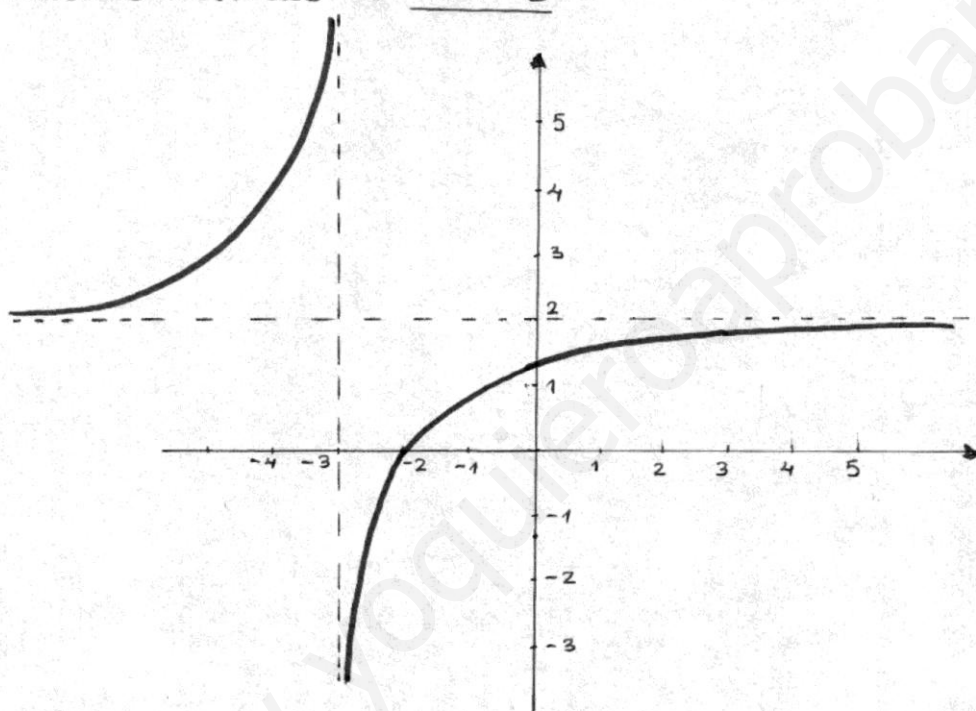


**Nota:** El valor de la pregunta teórica es de **dos puntos** repartidos de la siguiente manera:

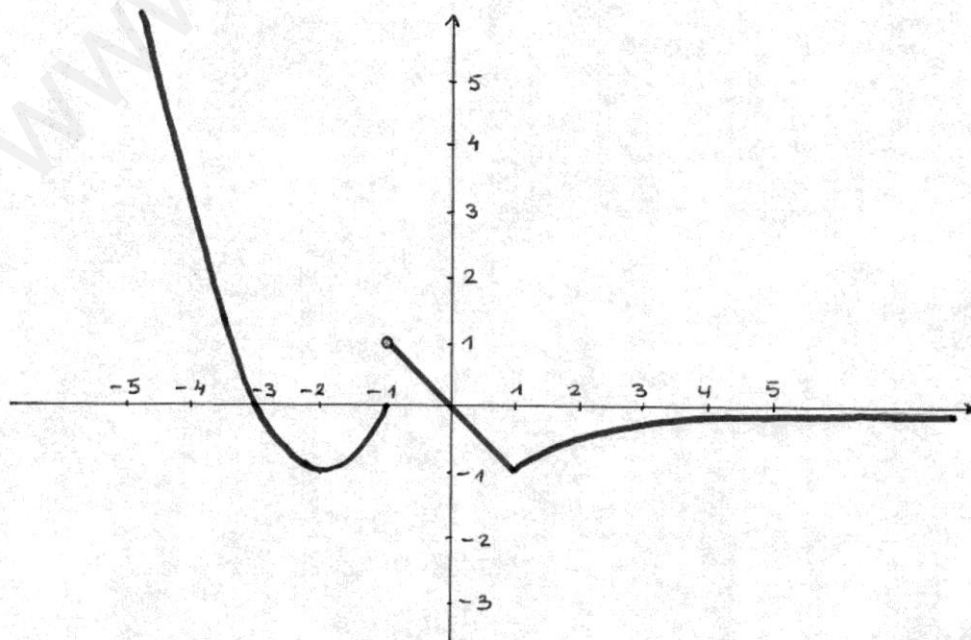
1. 0,2 puntos.
2. 1,2 puntos (0,2 puntos cada uno de los apartados).
3. 0,6 puntos (0,3 puntos cada uno de los apartados).

① a) Puntos de corte con el eje X:  $y=0 \Rightarrow \frac{2x+4}{x+3} = 0 \Rightarrow 2x+4=0$   
 $\Rightarrow x=-2$ . Por tanto el punto de corte con el eje X es:  $(-2, 0)$   
Puntos de corte con el eje Y:  $x=0 \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 0 + 4}{0 + 3} = \frac{4}{3}$ . Por tanto el punto de corte con el eje Y es:  $(0, \frac{4}{3})$ .

b)  $y = \frac{2x+4}{x+3} = 2 + \frac{-2}{x+3}$ . Esto quiere decir que la gráfica se desplaza dos unidades hacia arriba y tres hacia la izquierda. Por tanto la asíntota horizontal es  $y=2$  y la asíntota vertical es  $x=-3$



②



b) a) Con el eje X:  $y=0 \Rightarrow \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = 0$   
 $\Rightarrow 2x^2-8=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$ . Por tanto los puntos de corte con el eje X son:  $(2,0)$  y  $(-2,0)$ .  
Con el eje Y:  $x=0 \Rightarrow y = \frac{8}{3}$ . Por tanto el punto  $(0, \frac{8}{3})$  es el de corte con el eje Y.

b)  $x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1, x=3$   
 Entonces:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow -1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow -1^+ \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow 3^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 3^+ \end{cases}$$

Esto quiere decir que  $x=-1$  y  $x=3$  son asíntotas verticales.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{8}{x^2}}{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} = 2$$

$\Rightarrow y=2$  es una asíntota horizontal.

d)  $\text{Dom } g = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ;  $\text{Im } g = \mathbb{R}$ .

4) a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+2x^2+x-4}{x-1} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+3x+4) = 8$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 + \sqrt{x^6 - 2}} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}}{3 + \sqrt{1 - \frac{2}{x^6}}} = \frac{2 - 0 + 0}{3 + \sqrt{1 - 0}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

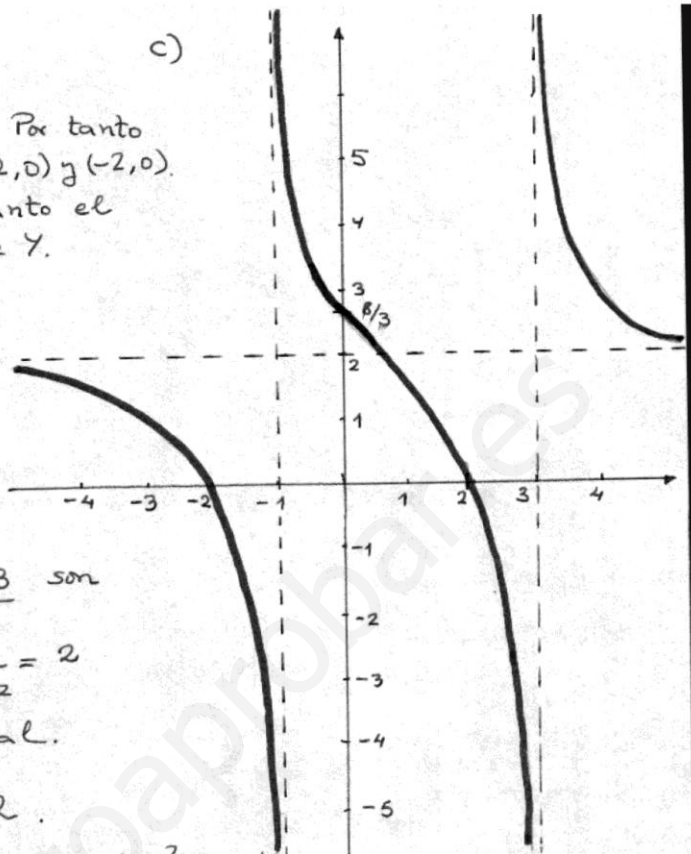
c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} =$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}^2 - 2^2}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}$$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} + x)}{\sqrt{x^2+1} + x} =$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}^2 - x^2}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = \frac{1}{\infty} = 0$$



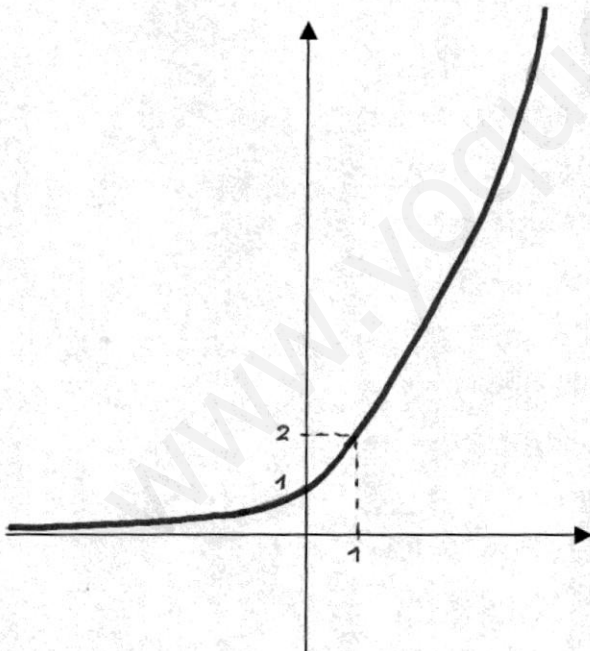
I.E.S. "Fernando de Mena"  
Departamento de Matemáticas

**Pregunta teórica**

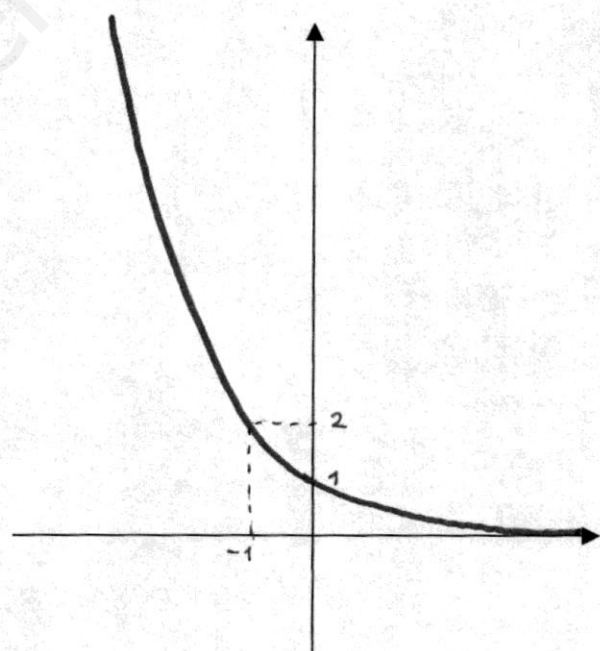
Contesta a las siguientes cuestiones:

1. Las funciones exponenciales de base  $a$  son de la forma  $f(x) = a^x$ , con  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$  y  $a \neq 1$
2. Las propiedades de las funciones exponenciales son las siguientes:
  - a) Dominio:  $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
  - b) Recorrido o imagen:  $\text{Im } f = \mathbb{R}^+ = (0, +\infty)$
  - c) Puntos de corte con el eje X: no cortan al eje X
  - d) Puntos de corte con el eje Y:  $(0, 1)$
  - e) Son estrictamente crecientes cuando:  $a > 1$
  - f) Son estrictamente decrecientes cuando:  $0 < a < 1$
3. Representa gráficamente las funciones exponenciales siguientes (sin tabla de valores)

$$f(x) = 2^x$$



$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



**Nota:** El valor de la pregunta teórica es de dos puntos repartidos de la siguiente manera:

1. 0,2 puntos.
2. 1,2 puntos (0,2 puntos cada uno de los apartados).
3. 0,6 puntos (0,3 puntos cada uno de los apartados).