

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Sea la función definida por trozos: $f(x) = \begin{cases} -x-3 & \text{si } x < -3 \\ \frac{x+3}{x-1} & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ x^2-1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- a) Estudia su continuidad. **(1,5 puntos)**
- b) Represéntala gráficamente. **(1 punto)**

2. Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-1} & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{si } -1 < x < 2 \\ kx + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Estudiar la continuidad de f en el punto $x = -1$. **(0,5 puntos)**
- b) Hallar el valor de k para que f sea continua en $x = 2$. **(1 punto)**
- c) Para el valor de k hallado en el apartado anterior, representa gráficamente la función **(1 punto)**

3. Dada la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 10$:

- a) Hallar, utilizando la definición, la derivada de la función en el punto $x = 2$. **(1 punto)**
- b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto $x = 2$. **(1 punto)**
- c) Halla el ángulo que forma dicha recta tangente con el eje X. **(0,5 puntos)**

4. Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$ **(0,5 puntos)**

b) $y = (3x^2 - 2x + 1) \frac{2}{x+1}$ **(0,5 puntos)**

c) $y = (3 - 4x + x^2 - 2x^3)^5$ **(0,5 puntos)**

d) $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$ **(0,5 puntos)**

e) $y = \sqrt{(x+1)(x-1)}$ **(0,5 puntos)**

① a) f es continua en todo $\mathbb{R}$ salvo, b)

quitas, en $x = -3$ y $x = 0$

* $x = -3$:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -3^-} (-x-3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+3}{x-1} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$f(-3) = 0$$

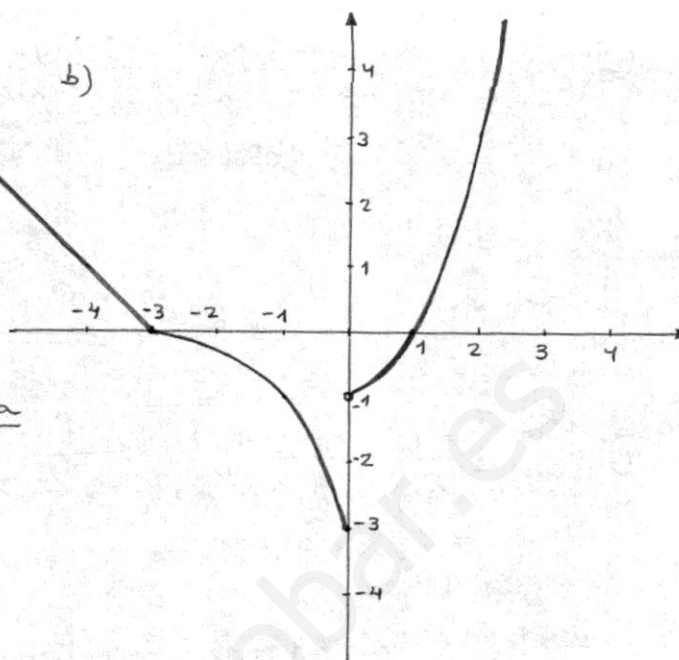
$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = f(-3) \Rightarrow f \text{ es continua}$$

en $x = -3$.

* $x = 0$:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x-1} = -3 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2-1) = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

como $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, f no es continua en $x = 0$. Hay una discontinuidad de salto finito de longitud 2.

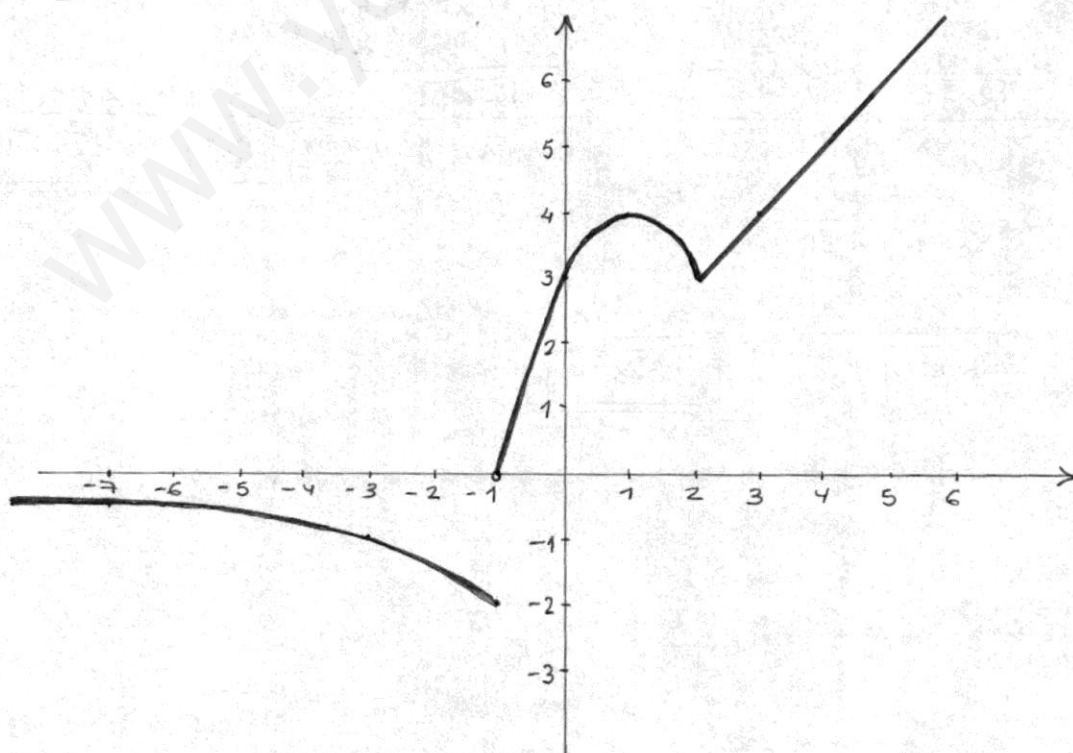


② a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{4}{x-1} = -2$
 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (-x^2 + 2x + 3) = 0$ $\left\{ \Rightarrow \text{como } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \right.$

f no es continua en $x = -1$; hay una discontinuidad de salto finito de longitud 2.

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Rightarrow 3 = 2k + 1 \Rightarrow 2k = 2 \Rightarrow \underline{\underline{k = 1}}$

c)



$$\textcircled{3} \text{ a) } f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 8x + 10 - (-2)}{x - 2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 8x + 12}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(2x^2 + x - 6)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + x - 6) = 4$$

$$\text{b) } y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Rightarrow y - (-2) = 4(x - 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y + 2 = 4x - 8 \Rightarrow \underline{\underline{y = 4x - 10}}$$

$$\text{c) } \tan \alpha = 4 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 75'96''}}$$

$$\textcircled{4} \text{ a) } y = \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{x x^{1/2}} = \frac{1}{x^{3/2}} = x^{-3/2};$$

$$y' = -\frac{3}{2} x^{-5/2} = -\frac{3}{2} \frac{1}{x^{5/2}} = \frac{-3}{2\sqrt{x^5}} = \underline{\underline{\frac{-3}{2x^2\sqrt{x}}}}$$

$$\text{b) } y = (3x^2 - 2x + 1) \frac{2}{x+1} = \frac{6x^2 - 4x + 2}{x+1};$$

$$y' = \frac{(12x - 4)(x+1) - (6x^2 - 4x + 2) \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{12x^2 + 12x - 4x - 4 - 6x^2 + 4x - 2}{x^2 + 2x + 1} =$$

$$= \frac{6x^2 + 12x - 6}{x^2 + 2x + 1}$$

$$\text{c) } y' = 5(3 - 4x + x^2 - 2x^3)^4 \cdot (-4 + 2x - 6x^2) =$$

$$= \underline{\underline{(-20 + 10x - 30x^2)(3 - 4x + x^2 - 2x^3)^4}}$$

$$\text{d) } y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}; \quad y' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{2x-1}} \cdot 2 \cdot (x^2-1) - \sqrt{2x-1} \cdot 2x}{(x^2-1)^2} =$$

$$= \frac{\frac{x^2-1}{\sqrt{2x-1}} - 2x\sqrt{2x-1}}{(x^2-1)^2} = \frac{\frac{x^2-1-2x(2x-1)}{\sqrt{2x-1}}}{(x^2-1)^2} = \underline{\underline{\frac{-3x^2+2x-1}{(x^2-1)^2 \cdot \sqrt{2x-1}}}}$$

$$\text{e) } y = \sqrt{(x+1)(x-1)} = \sqrt{x^2-1};$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2-1}} \cdot 2x = \underline{\underline{\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}}}$$