Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con radicales. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4a}\cdot\sqrt[6]{2a}}{\sqrt[3]{2a^2}}$; b) $\sqrt{24}+7\sqrt{6}-2\sqrt{486}$

2. Racionaliza y simplifica. **[1 puntos, 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\dfrac{a}{\sqrt[9]{a^5}}$; b) $\dfrac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{7\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

3. Calcula el valor de k para que el polinomio $P(x)=2x^3-kx^2+6$ sea divisible por $x+1$. **[1 punto]**

4. Factoriza los siguientes polinomios. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $x^4-9x^2-4x+12$; b) $8x^3+14x^2-7x-6$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones. **[2 puntos; 1 punto por ecuación]**

   a) $\sqrt{10x+6}=\sqrt{5x-6}+3$; b) $\dfrac{6-x}{3}-\dfrac{3(x-4)}{6+x}=\dfrac{x-2}{3}$

6. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones (el segundo debes resolverlo por el método de Gauss) **[2 puntos; 1 punto por sistema]**

   a) $\begin{cases} y^2-2y=x-1 \\ \sqrt{x}+y=5 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x-y+2z=5 \\ 2x+3y-z=5 \\ -x+y-z=-2 \end{cases}$

7. Resuelve las siguientes inecuación de segundo grado y <u>expresa la solución en forma de intervalo</u>. **[1 punto]**

$$\frac{x^2}{2}+x-1>\frac{x^2+2}{6}$$

8. Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones, indicando claramente la región solución. **[1 punto]**

$$\begin{cases} 2x-3y\le 12 \\ x+2y\ge 0 \\ y\le 1 \end{cases}$$

1) a) $\frac{\sqrt{2}\,\sqrt[3]{4a}\,\sqrt[6]{2a}}{\sqrt[3]{2a^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^3}\,\sqrt[6]{(4a)^2}\,\sqrt[6]{2a}}{\sqrt[6]{(2a^2)^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^3\cdot 2^4 a^2\cdot 2a}}{\sqrt[6]{2^2\cdot a^4}} =$

$= \frac{\sqrt[6]{2^8a^3}}{\sqrt[6]{2^2\cdot a^4}} = \sqrt[6]{\frac{2^8a^3}{2^2a^4}} = \sqrt[6]{2^6a^{-1}} = 2\sqrt[6]{a^{-1}} = \underline{\underline{\frac{2}{\sqrt[6]{a}}}}$

b) $\sqrt{24} + 7\sqrt{6} - 2\sqrt{486} = \sqrt{2^3\cdot 3} + 7\sqrt{6} - 2\sqrt{2\cdot 3^5} =$

$= 2\sqrt{2\cdot 3} + 7\sqrt{6} - 2\cdot 3^2\sqrt{2\cdot 3} = 2\sqrt{6} + 7\sqrt{6} - 18\sqrt{6} = \underline{\underline{-9\sqrt{6}}}$

2) a) $\frac{a}{\sqrt[9]{a^5}} = \frac{a\sqrt[9]{a^4}}{\sqrt[9]{a^5}\,\sqrt[9]{a^4}} = \frac{a\sqrt[9]{a^4}}{\sqrt[9]{a^9}} = \frac{a\sqrt[9]{a^4}}{a} = \underline{\underline{\sqrt[9]{a^4}}}$

b) $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{7\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})(7\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(7\sqrt{2}-2\sqrt{3})(7\sqrt{2}+2\sqrt{3})} =$

$= \frac{21\sqrt{6}+6\sqrt{9}-14\sqrt{4}-4\sqrt{6}}{(7\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2} = \frac{21\sqrt{6}+18-28-4\sqrt{6}}{98-12} =$

$= \underline{\underline{\frac{17\sqrt{6}-10}{86}}}$

3) $P(-1)=0 \Rightarrow 2(-1)^3 - k(-1)^2 + 6 = 0 \Rightarrow -2-k+6=0$

$\Rightarrow -k+4=0 \Rightarrow \underline{\underline{k=4}}$

4) a)

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & -9 & -4 & 12 \\
1 & & 1 & 1 & -8 & -12 \\
\hline
 & 1 & 1 & -8 & -12 & \boxed{0} \\
-2 & & -2 & 2 & 12 & \\
\hline
 & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} & \\
-2 & & -2 & 6 & & \\
\hline
 & 1 & -3 & \boxed{0} & & \\
3 & & 3 & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & & &
\end{array}$$

$x^4-9x^2-4x+12 = \underline{\underline{(x-1)(x+2)^2(x-3)}}$

b)

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 8 & 14 & -7 & -6 \\
-2 & & -16 & 4 & 6 \\
\hline
 & 8 & -2 & -3 & \boxed{0}
\end{array}$$

$8x^3+14x^2-7x-6 = (x+2)(8x^2-2x-3)$

$8x^2-2x-3=0 \Rightarrow$

$x = \frac{2\pm\sqrt{4-(-96)}}{16} = \frac{2\pm 10}{16} = \begin{cases} \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \\ \frac{-8}{16} = \frac{-1}{2} \end{cases}$

Entonces:

$8x^3+14x^2-7x-6 =$

$= \underline{\underline{8(x+2)\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}}$

5 a) $\sqrt{10x+6} = \sqrt{5x-6} + 3 \Rightarrow \left(\sqrt{10x+6}\right)^2 = \left(\sqrt{5x-6}+3\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10x+6 = 5x-6+6\sqrt{5x-6}+9 \Rightarrow 5x+3 = 6\sqrt{5x-6} \Rightarrow$

$(5x+3)^2 = \left(6\sqrt{5x-6}\right)^2 \Rightarrow 25x^2+30x+9 = 36(5x-6) \Rightarrow$

$\Rightarrow 25x^2+30x+9 = 180x-216 \Rightarrow 25x^2-150x+225 = 0$

$$x = \frac{150 \pm \sqrt{(-150)^2-4\cdot 25\cdot 225}}{2\cdot 25} = \frac{150 \pm \sqrt{22500-22500}}{50} =$$

$$= \frac{150 \pm 0}{50} = 3 \Rightarrow \underline{\underline{x=3}}$$

b) $\dfrac{6-x}{3} - \dfrac{3(x-4)}{6+x} = \dfrac{x-2}{3}$

Multipliquemos todos los términos por $3\cdot(6+x)$:

$(6-x)(6+x) - 3(x-4)\cdot 3 = (x-2)(6+x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 36-x^2-9x+36 = 6x+x^2-12-2x \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{-2x^2-13x+84=0}$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{13^2-4\cdot(-2)\cdot 84}}{2\cdot(-2)} = \frac{13\pm\sqrt{841}}{-4} = \frac{13\pm 29}{-4} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \dfrac{42}{-4} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = -\dfrac{21}{2}}} \\ x_2 = \dfrac{-16}{-4} \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = 4}} \end{cases}$$

6 a) $\begin{cases} y^2-2y = x-1 \\ \sqrt{x}+y = 5 \end{cases}$ De la 1ª ecuación $\underline{x = y^2-2y+1}$ (*)
Sustituyendo en la segunda:

$\sqrt{y^2-2y+1} + y = 5 \Rightarrow \sqrt{y^2-2y+1} = 5-y \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\sqrt{y^2-2y+1}\right)^2 = (5-y)^2 \Rightarrow y^2-2y+1 = 25+y^2-10y$

$\Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow \underline{\underline{y=3}}$

Sustituyendo en (*): $x = 3^2-2\cdot 3+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{x=4}}$

b) $\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 & f_2 - 2f_1 \\ -x + y - z = -2 & f_3 + f_1 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 5y - 5z = -5 \\ z = 3 \end{cases}$

$\boxed{z = 3}$; $5y - 5\cdot 3 = -5 \Rightarrow 5y = 10 \Rightarrow \boxed{y = 2}$

$x - 2 + 2\cdot 3 = 5 \rightarrow x - 2 + 6 = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

7) $\frac{x^2}{2} + x - 1 > \frac{x^2+2}{6} \Rightarrow 3x^2 + 6x - 6 > x^2 + 2 \Rightarrow \underline{2x^2 + 6x - 8 > 0}$

Resolvamos la ecuación $2x^2 + 6x - 8 = 0$:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4\cdot 2\cdot(-8)}}{2\cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36+64}}{4} = \frac{-6 \pm 10}{4} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

Entonces $2x^2 + 6x - 8 > 0 \Leftrightarrow \underline{2(x-1)(x+4) > 0}$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 1)$	$(1, +\infty)$
$x - 1$	$-$	$-$	$+$
$x + 4$	$-$	$+$	$+$
$2(x-1)(x+4)$	$+$	$-$	$+$

Solución : $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

8)