

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Clasifica cada número en el conjunto más pequeño al que pertenezca (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R}):

[1 punto; por cada error se bajarán 0,2 puntos]

a) $-\frac{7}{3}$; b) $\sqrt[3]{-8}$; c) $6,2655555\dots$; d) $1,01020304\dots$; e) $\sqrt{10000}$; f) $\sqrt[4]{-16}$; g) $\frac{12}{6}$

2. Expresa en forma de intervalo el conjunto de números $x \in \mathbb{R}$ que cumplen cada una de estas expresiones:

[1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a) $|x-4| \leq 4$; b) $|x+1| > 2$

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con radicales. [1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado]

a) $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{625}}{\sqrt[4]{25}}$; b) $\sqrt{243} - \sqrt{75} + 3\sqrt{8}$; c) $\sqrt[4]{\frac{x}{y} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$

4. Racionaliza primero, opera y simplifica después. [2 puntos, 1 punto por apartado]

a) $\frac{7}{\sqrt[5]{3^2}} - \frac{5}{3-\sqrt{2}}$; b) $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

5. Expresa la división de polinomios $(3x^3 - x^5 + x - 3x^2 + 1) : (x^2 - x - 1)$ de la forma $\frac{D}{C} = d + \frac{R}{C}$, donde D es el dividendo, d el divisor, C el cociente y R el resto de la división. [1 punto]

6. Enuncia el teorema del resto y contesta a las siguientes cuestiones de manera razonada: [2 puntos; 0,5 puntos el enunciado del Teorema de Resto, y otros 0,5 puntos por apartado]

a) Si la división $P(x) : (x-2)$ es exacta, ¿qué puedes afirmar del valor $P(2)$?

b) Si -5 es una raíz del polinomio $P(x)$, ¿qué puedes afirmar de la división $P(x) : (x+5)$?

c) ¿Qué valor debe tener m para que la siguiente división sea exacta $(mx^2 - 7x + 3) : (x+3)$?

7. Descomponer en producto de factores los polinomios $2x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 40x - 24$, $4x^3 - 12x^2 + 8x$ y luego simplifica la fracción algebraica $\frac{2x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 40x - 24}{4x^3 - 12x^2 + 8x}$. [1,5 puntos]

- ① a) $-\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt[3]{-8} = -2 \in \mathbb{Z}$; c) $6,26\overline{5} \in \mathbb{Q}$, porque
 $6,26\overline{5} = \frac{5639}{900}$; d) $1,01020304\dots \in \mathbb{R}$ (es irracional)
 e) $\sqrt{10000} = 100 \in \mathbb{N}$; f) $\sqrt[4]{-16}$ no es real porque
 ningún número elevado a 4 da -16 ; g) $\frac{12}{6} = 2 \in \mathbb{N}$

② a) $|x-4| \leq 4$; $-4 \leq x-4 \leq 4$; $0 \leq x \leq 8$
 Solución: $x \in [0, 8]$

b) $|x+1| > 2$. Resuelvo 1º: $|x+1| \leq 2$;
 $-2 \leq x+1 \leq 2$; $-3 \leq x \leq 1$; $x \in [-3, 1]$.
 Entonces la solución que buscamos será la
 Contraria: $x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

③ a) $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{625}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[4]{5^2}} = \frac{\sqrt[12]{5^6} \cdot \sqrt[12]{5^{16}}}{\sqrt[12]{5^6}} =$
 $= \frac{\sqrt[12]{5^{22}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \sqrt[12]{5^{16}} = 5 \sqrt[12]{5^4} = \underline{\underline{5 \cdot \sqrt[3]{5}}}$

b) $\sqrt{243} - \sqrt{75} + 3\sqrt{8} = \sqrt{3^5} - \sqrt{5^2 \cdot 3} + 3\sqrt{2^3} =$
 $= 3^2 \sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2} =$
 $= \underline{\underline{4\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}} \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = \sqrt[4]{3 \sqrt{\frac{y}{x} \frac{x^3}{y^3}}} = \sqrt[12]{\frac{x^2}{y^2}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{\frac{x}{y}}}}$

④ a) $\frac{7}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{7 \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \sqrt[5]{3^3}} = \frac{7 \sqrt[5]{27}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{7 \sqrt[5]{27}}{3}$

$\frac{5}{3-\sqrt{2}} = \frac{5(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \frac{15+5\sqrt{2}}{3^2-\sqrt{2}^2} = \underline{\underline{\frac{15+5\sqrt{2}}{7}}}$

* $\frac{7}{\sqrt[5]{3^2}} - \frac{5}{3-\sqrt{2}} = \frac{7 \sqrt[5]{27}}{3} - \frac{15+5\sqrt{2}}{7} = \frac{49 \sqrt[5]{27}}{21} - \frac{45+15\sqrt{2}}{21} =$
 $= \underline{\underline{\frac{49 \sqrt[5]{27} - 45 - 15\sqrt{2}}{21}}}$

$$b) \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{2} + \sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(2\sqrt{2} - \sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3})} =$$

$$\frac{4 \cdot 2 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 3}{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{11 + 4\sqrt{6}}{4 \cdot 2 - 3} = \frac{11 + 4\sqrt{6}}{5}$$

$$\begin{array}{r} 5) -x^5 + 3x^3 - 3x^2 + x + 1 \quad | \quad x^2 - x - 1 \\ \underline{+x^5 - x^4 - x^3} \\ -x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x + 1 \\ \underline{+x^4 - x^3 - x^2} \\ x^3 - 4x^2 + x + 1 \\ \underline{-x^3 + x^2 + x} \\ -3x^2 + 2x + 1 \\ \underline{+3x^2 - 3x - 3} \\ -x - 2 \end{array}$$

$$\frac{-x^5 + 3x^3 - 3x^2 + x + 1}{-x^3 - x^2 + x - 3} = x^2 - x - 1 + \frac{-x - 2}{-x^3 - x^2 + x - 3}$$

6) Teorema del resto: el resto R de dividir P(x) entre x-a coincide con P(a): $R = P(a)$.

a) Si es exacta el resto es cero, entonces $P(2) = 0$.

b) Si -5 es raíz, entonces $P(-5) = 0$ y la división es exacta

c) $m(-3)^2 - 7(-3) + 3 = 0 \Rightarrow 9m + 21 + 3 = 0 \Rightarrow 9m = -24$
 $\Rightarrow m = -\frac{24}{9} = -\frac{8}{3}$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 7) & 2 & -4 & -14 & 40 & -24 \\ & 1 & & & & \\ \hline & 2 & -2 & -16 & 24 & 0 \\ & 2 & & & & \\ \hline & & 4 & 4 & -24 & \\ & & 2 & 2 & -12 & 0 \\ & & 2 & & & \\ \hline & & & 4 & 12 & \\ & & & 2 & 6 & 0 \\ & & & -3 & -6 & \\ \hline & & & 2 & 0 & \end{array}$$

$$4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x^2 - 3x + 2)$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -3 & 2 \\ & 1 & & \\ \hline & & 1 & -2 \\ & & 2 & \\ \hline & & & 0 \end{array}$$

$$2x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 40x - 24 = \underline{\underline{2(x-1)(x-2)^2(x+3)}}$$

$$4x^3 - 12x^2 + 8x = \underline{\underline{4x(x-1)(x-2)}}$$

$$\frac{2x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 40x - 24}{4x^3 - 12x^2 + 8x} = \frac{2(x-1)(x-2)^2(x+3)}{4x(x-1)(x-2)} = \frac{(x-2)(x+3)}{2x}$$