

2

Matemáticas financieras

ACTIVIDADES INICIALES

2.I. Indica el término general de las siguientes sucesiones y halla el valor del término que ocupa el décimo lugar.

a) 2, 4, 6, 8...

b) 2, 4, 8, 16...

c) 1, 1, 1, 1...

d) 3, 5, 7, 9 ...

e) 1, 4, 7, 10...

f) 2, 6, 18, 54...

g) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10}, \frac{27}{28}$...

h) 1, -1, 1, -1...

a) $a_n = 2n$ $a_{10} = 2 \cdot 10 = 20$

b) $a_n = 2^n$ $a_{10} = 2^{10} = 1024$

c) $a_n = 1$ $a_{10} = 1$

d) $a_n = 2n + 1$ $a_{10} = 2 \cdot 10 + 1 = 21$

e) $a_n = 1 + 3(n - 1)$ $a_{10} = 1 + 3 \cdot 9 = 28$

f) $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ $a_{10} = 2 \cdot 3^9 = 39366$

g) $a_n = \frac{3^{n-1}}{1 + 3^{n-1}}$ $a_{10} = \frac{19683}{19684}$

h) $a_n = (-1)^{n+1}$ $a_{10} = -1$

2.II. Completa la tabla siguiente.

Fracciones	Tantos por uno	Porcentajes
$\frac{2}{5}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{3}{4}$	0,4... 0,5 0,75	40% 55,6% 75%
$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$	0,25 0,6 0,8	25% 60% 80%
$\frac{3}{20}$ $\frac{6}{25}$ $\frac{19}{20}$	0,15 0,24 0,95	15% 24% 95%

EJERCICIOS PROPUESTOS

2.1. Halla el valor de los siguientes logaritmos.

a) $\log_2 \sqrt[3]{2}$

c) $\log_{0,01} 10^6$

e) $\ln \sqrt[3]{e}$

b) $\log \sqrt{10}$

d) $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{8}$

f) $\log_5 25^{-3}$

a) $\log_2 \sqrt[3]{2} = x \Rightarrow 2^x = \sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

b) $\log \sqrt{10} = x \Rightarrow 10^x = 10^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $\log_{0,01} 10^6 = x \Rightarrow 0,01^x = 10^6 \Rightarrow 10^{-2x} = 10^6 \Rightarrow -2x = 6 \Rightarrow x = -3$

d) $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{8} = x \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x = \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{3}{4}} \Rightarrow 4^{-x} = 2^{\frac{3}{4}} \Rightarrow 2^{-2x} = 2^{\frac{3}{4}} \Rightarrow -2x = \frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{8}$

e) $\ln \sqrt[3]{e} = x \Rightarrow e^x = \sqrt[3]{e} \Rightarrow e^x = e^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

f) $\log_5 25^{-3} = x \Rightarrow 5^x = 25^{-3} \Rightarrow 5^x = 5^{-6} \Rightarrow x = -6$

2.2. Halla el valor de x en las siguientes expresiones.

a) $\log_7 x = 3$

b) $\log_x \frac{1}{7} = -3$

c) $\log_{\frac{1}{7}} x = 3$

d) $\log_x 7 = 3$

a) $\log_7 x = 3 \Rightarrow 7^3 = x \Rightarrow x = 343$

b) $\log_{\frac{1}{7}} x = 3 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{343}$

c) $\log_x \frac{1}{7} = -3 \Rightarrow x^{-3} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{1}{x^3} = \frac{1}{7} \Rightarrow x^3 = 7 \Rightarrow x = \sqrt[3]{7}$

d) $\log_x 7 = 3 \Rightarrow x^3 = 7 \Rightarrow x = \sqrt[3]{7}$

2.3. Comprueba la igualdad: $\log \sqrt[n]{A} = \frac{\log A}{n}$

$$\log \sqrt[n]{A} = \log(A^{\frac{1}{n}}) = \frac{1}{n} \cdot \log A = \frac{\log A}{n}$$

2.4. Toma logaritmos en la expresión: $T = \frac{2x^2 \cdot y^3}{z^2}$

$$T = \frac{2x^2 \cdot y^3}{z^2} \Rightarrow \log T = \log(2x^2y^3) - \log(z^2) = \log 2 + 2 \log x + 3 \log y - 2 \log z$$

2.5. Quita los logaritmos en:

a) $\log S = 2 \log x - 4 \log y$

b) $\log R = 5 \log x + 2$

a) $\log S = 2 \log x - 4 \log y \Rightarrow \log S = \log x^2 - \log y^4 = \log \frac{x^2}{y^4} \Rightarrow S = \frac{x^2}{y^4}$

b) $\log R = 5 \log x + 2 \Rightarrow \log R = \log x^5 + \log 100 = \log 100x^5 \Rightarrow R = 100x^5$

2.6. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y que $\log 3 = 0,477$, calcula:

a) $\log 12$

b) $\log 15$

a) $\log 12 = \log(2^2 \cdot 3) = 2 \log 2 + \log 3 = 2 \cdot 0,301 + 0,477 = 1,079$

b) $\log 15 = \log\left(\frac{3 \cdot 10}{2}\right) = \log 3 + \log 10 - \log 2 = 0,477 + 1 - 0,301 = 1,176$

2.7. Halla con la calculadora los siguientes logaritmos y exprésalos redondeando a las milésimas.

a) $\log_3 21$

b) $\log_{0,01} 12$

c) $\log_{\sqrt{3}} 19$

a) $\log_3 21 = \frac{\log 21}{\log 3} = 2,771$

b) $\log_{0,01} 12 = \frac{\log 12}{\log 0,01} = -0,54$

c) $\log_{\sqrt{3}} 19 = \frac{\log 19}{\log \sqrt{3}} = 5,36$

2.8. A la cantidad 264 se le aplican sucesivamente un aumento del 12%, una disminución del 4% y un aumento del 6%. Calcula el resultado final con dos cifras decimales.

$$264 \cdot 1,12 \cdot 0,96 \cdot 1,06 = 300,88$$

2.9. ¿Qué porcentaje representan los 42 hombres asistentes a un congreso si el total de asistentes es de 96? ¿Cuántos hombres más tendrían que asistir para igualar los porcentajes de ambos sexos?

$$\frac{42}{96} \cdot 100 = 43,75\%$$

Hay $96 - 42 = 54$ mujeres. Deberían acudir $54 - 42 = 12$ hombres más.

- 2.10. Se funde un lingote de 500 g con el 75% de oro con otro de 650 g con el 80% de oro. ¿Qué porcentaje de oro tendrá el nuevo lingote que se obtiene?

$$\frac{0,75 \cdot 500 + 0,8 \cdot 650}{500 + 650} \cdot 100 = \frac{895}{1150} \cdot 100 = 77,83\%$$

- 2.11. (PAU) El precio de la vivienda subió durante el año pasado un 7%, y durante este ha bajado un 2,5%. ¿Cuánto cuesta hoy una casa que hace dos años costaba 210000 euros? ¿Cuánto costaba hace dos años una casa que hoy cuesta 208650 euros?

$$210000 \cdot 1,07 \cdot 0,975 = 219082,50 \text{ euros}$$

$$\frac{208650}{1,07 \cdot 0,975} = 200000 \text{ euros}$$

- 2.12. a) Escribe, redondeando con dos cifras decimales, los cuatro primeros términos de una progresión geométrica en la que el quinto término es 15953,52, y la razón, 1,05.
 b) Escribe el término general de la progresión.
 c) Calcula la suma de los 10 primeros términos.

$$a) a_4 = 15193,83 \quad a_3 = 14470,31 \quad a_2 = 13781,25 \quad a_1 = 13125$$

$$b) a_n = 13125 \cdot (1,05)^{n-1}$$

$$c) S_{10} = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r - 1} = \frac{13125 \cdot 1,05^{10} - 13125}{0,05} = 165084,84$$

- 2.13. (TIC) Calcula la razón, el séptimo término y la suma de los 10 primeros términos de las siguientes progresiones geométricas.

$$a) 2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

$$b) 20, 20(1+r), 20(1+r)^2, \dots$$

$$a) r = -\frac{1}{2} \quad a_7 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{2}{64} = \frac{1}{32} \quad S_{10} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{10} - 2}{-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{512} - 2}{-\frac{1}{2}} = \frac{1023}{256}$$

$$b) \text{razón} = 1 + r \quad a_7 = 20 \cdot (1+r)^6 \quad S_{10} = \frac{20 \cdot (1+r)^{10} - 20}{r}$$

- 2.14. Escribe cuatro números entre 2 y -64 de forma que los seis formen progresión geométrica.

Del enunciado se deduce que $a_1 = 2$ y $a_6 = 64$. Por tanto:

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 \Rightarrow -64 = 2 \cdot r^5 \Rightarrow r^5 = -32 \Rightarrow r = -2 \Rightarrow -2, 4, -8, 16, -32, 64$$

Los números buscados son 4, -8, 16 y -32.

- 2.15. Calcula los intereses que generarán 4500 euros depositados a un interés simple del 6% durante:

- a) Un año
 b) Dos años
 c) Tres años

$$a) I = \frac{4500 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 270 \text{ euros}$$

$$b) I = \frac{4500 \cdot 6 \cdot 2}{100} = 540 \text{ euros}$$

$$c) I = \frac{4500 \cdot 6 \cdot 3}{100} = 810 \text{ euros}$$

2.16. Un capital de 6500 euros se quiere aumentar en un 20%. Para ello se coloca a interés simple del 4% anual. ¿Cuánto tiempo debe permanecer depositado este capital?

$$C_i = 6500 \text{ €} \quad r = 4 \quad C_f = 1,2 \cdot 6500 = 7800 \text{ €} \quad I = 7800 - 6500 = 1300 \text{ €}$$

$$I = \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100} = 1300 \Rightarrow t = \frac{1300 \cdot 100}{C_i \cdot r} = \frac{130000}{6500 \cdot 4} = 5 \text{ años}$$

2.17. Un capital colocado al 4,25% anual de interés compuesto se ha convertido en seis años en 6418,39 euros. ¿De qué capital se trata?

$$C_f = 6418,39 \text{ €} \quad r = 0,0425 \quad t = 6 \text{ años}$$

$$6418,39 \Rightarrow C_i = \frac{6418,39}{1,0425^6} \approx 5000 \text{ euros}$$

2.18. Se depositan 2500 euros a un interés compuesto del 3,75% anual durante 2 años. Calcula el capital final si el período de capitalización es cada seis meses.

$$C_i = 2500 \text{ euros} \quad r = 0,0375 \quad t = 2 \text{ años} \quad \text{Período de capitalización: semestral}$$

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2 \cdot t} = 2500 \cdot \left(1 + \frac{0,0375}{2}\right)^4 = 2692,84 \text{ euros}$$

2.19. Calcula el capital con el que se contará al final de una operación financiera que consiste en ingresar 300 euros al principio de cada año, durante 16 años y a un tipo de interés del 6,25%.

$$a = 300 \text{ euros} \quad r = 0,0625 \quad t = 16 \text{ años}$$

$$C = \frac{a \cdot [(1+r)^{t+1} - (1+r)]}{r} = \frac{300 \cdot [1,0625^{17} - 1,0625]}{0,0625} = 8353,44 \text{ euros}$$

2.20. ¿Durante cuántos años se deberán ingresar 3500 euros para que, a un interés del 8%, se consiga juntar el 12% del precio de una vivienda que se estima será de 265000 euros?

$$a = 3500 \text{ euros} \quad r = 0,08 \quad C = 0,12 \cdot 265000 = 31800 \text{ euros}$$

$$C = \frac{a \cdot [(1+r)^{t+1} - (1+r)]}{r} \Rightarrow 31800 = \frac{3500 \cdot [1,08^{t+1} - 1,08]}{0,08} \Rightarrow 1,08^{t+1} = \frac{31800 \cdot 0,08}{3500} + 1,08 = 1,8069$$

Tomando logaritmos decimales a ambos lados de la última expresión:

$$\log 1,08^{t+1} = \log 1,8069 \Rightarrow (t+1) \cdot \log 1,08 = \log 1,8069 \Rightarrow t = \frac{\log 1,8069}{\log 1,08} - 1 = 6,69 \text{ años}$$

2.21. Se solicita un préstamo hipotecario de 195000 euros a devolver en 20 años a un interés anual del 5%. ¿Qué anualidad deberá pagarse?

$$C = 195000 \quad r = 0,05 \quad t = 20 \text{ años}$$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} = \frac{195000 \cdot 0,05 \cdot 1,05^{20}}{1,05^{20} - 1} = 15647,31 \text{ euros}$$

2.22. Nuestro banco nos presta el dinero al 7% para un crédito a 10 años pagadero trimestralmente. ¿Cuál es la cantidad máxima que podemos pedir si no queremos pagar más de 600 euros mensuales?

$$a = 600 \text{ euros} \quad r = 0,07 \quad t = 10 \text{ años} \quad \text{Período de capitalización: trimestral}$$

$$600 = \frac{C \cdot \frac{0,7}{4} \cdot \left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{40}}{\left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{40} - 1} = \frac{C \cdot 0,0175 \cdot 1,0175^{40}}{1,0175^{40} - 1} = \frac{0,035 \cdot C}{1,0016} \quad C = \frac{600 \cdot 1,0016}{0,035} = 17170,29$$

La cantidad máxima que podemos pedir es de 17170,29 euros.

2.23. Se solicita un préstamo hipotecario de 210 000 euros a devolver en 25 años a un interés anual del 4,75%. ¿Qué mensualidad deberá pagarse?

$$C = 210000 \text{ euros} \quad r = 0,475 \quad t = 25 \text{ años}$$

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{12} \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12 \cdot t}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12 \cdot t} - 1} = \frac{210000 \cdot \frac{0,0475}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12 \cdot 25}}{\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12 \cdot 25} - 1} = 1197,25 \text{ euros}$$

2.24. Una entidad bancaria nos ofrece dos posibilidades de préstamo de 6000 euros. La modalidad A es un préstamo a 5 años con cuotas semestrales y a un interés del 8%. La modalidad B consiste en pagar una cuota fija de 1300 euros durante los 5 años. ¿Cuál de las dos es mejor?

Modalidad A

$$C = 6000 \text{ euros} \quad r = 0,08 \quad t = 5 \text{ años} \quad \text{Período de cuotas: semestral}$$

$$A = \frac{6000 \cdot \frac{0,08}{2} \cdot \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2 \cdot 5}}{\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2 \cdot 5} - 1} = \frac{6000 \cdot 0,04 \cdot 1,04^{10}}{(1 + 0,04)^{10} - 1} = 739,75$$

Con la modalidad A se abona a la entidad un total de $739,75 \cdot 10 = 7397,50$ euros.

Modalidad B

Con la modalidad B se abona a la entidad un total de $1300 \cdot 5 = 6500$ euros.

Es más ventajosa la modalidad B.

2.25. Calcula la TAE correspondiente a un 4% anual con capitalización:

a) Mensual b) Bimestral c) Trimestral d) Semestral

$$\text{a) TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 4,0742\% \quad \text{c) TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^4 - 1 \right] \cdot 100 = 4,0406\%$$

$$\text{b) TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,04}{6}\right)^6 - 1 \right] \cdot 100 = 4,0673\% \quad \text{d) TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^2 - 1 \right] \cdot 100 = 4,04\%$$

2.26. Calcula el IDH de un país si los valores asignados para los indicadores son:

$$L = 0,898 \quad E = 0,970 \quad R = 0,910$$

$$\text{IDH} = \frac{0,898 + 0,970 + 0,910}{3} = 0,926$$

2.27. Completa la siguiente tabla, calculando los números índice correspondientes a la renta per cápita en España, tomando como base 1970 y 2000.

Año	Renta per cápita (€)	1970	2000
1970	6319	100	40,45
1980	92,03	145,64	58,91
1990	12 055	190,77	77,17
2000	15 622	247,22	100

EJERCICIOS

Logaritmos

2.28. Aplicando directamente la definición, calcula el valor de los siguientes logaritmos.

a) $\log_3 \frac{1}{27}$	c) $\log 10\,000$	e) $\log 0,001$	g) $\log_{\sqrt{8}} (2\sqrt{2})$	i) $\log_{\sqrt{3}} (3\sqrt{3})^2$
b) $\log_{\frac{1}{27}} \frac{1}{9}$	d) $\log \frac{1}{1000}$	f) $\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{27}$	h) $\log_{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{81}\right)$	j) $\ln (e \cdot \sqrt[3]{e})$

a) $\log_3 \frac{1}{27} = x \Rightarrow 3^x = \frac{1}{27} = 3^{-3} \Rightarrow x = -3$

b) $\log_{\frac{1}{27}} \frac{1}{9} = x \Rightarrow \left(\frac{1}{27}\right)^x = \frac{1}{9} \Rightarrow 3^{-3x} = 3^{-2} \Rightarrow -3x = -2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

c) $\log 10\,000 = x \Rightarrow 10^x = 10^4 \Rightarrow x = 4$

d) $\log \frac{1}{1000} = x \Rightarrow 10^x = 10^{-3} \Rightarrow x = -3$

e) $\log 0,001 = x \Rightarrow 10^x = 10^{-3} \Rightarrow x = -3$

f) $\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{27} = x \Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^x = 27^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 3^{-2x} = 3^{\frac{3}{2}} \Rightarrow -2x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$

g) $\log_{\sqrt{8}} (2\sqrt{2}) = x \Rightarrow \sqrt{8^x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2^{\frac{3x}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{3x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 1$

h) $\log_{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{81}\right) = x \Rightarrow \sqrt{3^x} = 81^{-1} \Rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3^{-4} \Rightarrow \frac{x}{2} = -4 \Rightarrow x = -8$

i) $\log_{\sqrt{3}} (3\sqrt{3})^2 = x \Rightarrow \sqrt{3^x} = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3^3 \Rightarrow \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 6$

j) $\ln (e \cdot \sqrt[3]{e}) = x \Rightarrow e^x = e \cdot e^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{4}{3}} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

2.29. Calcula el valor de x en cada una de las siguientes expresiones.

a) $\log_x 8 = -3$

b) $\log_3 x = -1$

c) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x = -3$

d) $\log_{\frac{1}{a}} a^2 = x$

a) $\log_x 8 = -3 \Rightarrow x^{-3} = 8 = 2^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $\log_3 x = -1 \Rightarrow 3^{-1} = x \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

c) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x = -3 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-3} = \sqrt{3^3} = \sqrt{27}$

d) $\log_{\frac{1}{a}} a^2 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^x = a^2 \Rightarrow a^{-x} = a^2 \Rightarrow x = -2$

2.30. Indica en cada caso la razón por la que las siguientes expresiones no tienen sentido.

- a) $\log_1 2 = x$
- b) $\log_3 -81 = x$
- c) $\log_{-3} x = 9$
- d) $\log_x \sqrt{2} = 0$

- a) La base de un logaritmo tiene que ser estrictamente positiva y diferente de 1.
- b) No existen los logaritmos de los números negativos.
- c) La base debe ser estrictamente positiva.
- d) Si el resultado de un logaritmo, en cualquier base, es cero, dicho número vale 1.

2.31. Toma logaritmos decimales en las siguientes igualdades.

a) $P = 10x^3yz^3$ b) $Q = \frac{100x^2}{x+y}$ c) $R = \sqrt[3]{\frac{2x^2 \cdot y^5}{3z^3}}$ d) $S^2 = \frac{1+x^3}{xy^2z^{-3}}$

- a) $\log P = \log 10 + 3 \log x + \log y + 3 \log z = 1 + 3 \log x + \log y + 3 \log z$
- b) $\log Q = \log 100 + 2 \log x - \log x - \log y = 2 + \log x - \log y$
- c) $\log R = \frac{\log 2 + 2 \log x + 5 \log y - \log 3 - 3 \log z}{3}$
- d) $2 \cdot \log S = 3 \log(1+x) - \log x - 2 \log y + 3 \log z$

2.32. Escribe el valor de E en cada uno de los siguientes casos. En las expresiones obtenidas no deben aparecer logaritmos.

- a) $\log E = 3 \log 2 - 4 \log x + 3 \log y - 2 \log z$
- b) $\log E = \log(x-2y) + \log(x+2y)$
- c) $\log E = 3 \log(x+10) - \log \frac{(2x+20)}{3} + \log \frac{3}{2}$
- a) $\log E = \log 8 - \log x^4 + \log y^3 - \log z^2 = \log \frac{8y^3}{x^4z^2} \Rightarrow E = \frac{8y^3}{x^4z^2}$
- b) $\log E = \log(x-2y)(x+2y) = \log(x^2-4y^2) \Rightarrow E = x^2-4y^2$
- c) $\log E = \log \frac{(x+10)^3 \cdot \frac{3}{2}}{\frac{2x+20}{3}} = \log \frac{9}{2} \frac{(x+10)^3}{2x+20} \Rightarrow E = \frac{9}{4} (x+10)^2$

2.33. Sabiendo que el logaritmo decimal de 2 es 0,301 y que el logaritmo decimal de 3 es 0,477, calcula, sin utilizar las teclas de funciones logarítmicas de la calculadora, los siguientes logaritmos.

- a) $\log 250$ b) $\log 5,4$ c) $\log \sqrt{18}$ d) $\log 270$ e) $\log 45$ f) $\log \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{6}}}$

- a) $\log 250 = \log \frac{1000}{4} = \log 1000 - \log 4 = 3 - \log 2^2 = 3 - 2 \log 2 = 3 - 2 \cdot 0,301 = 2,398$
- b) $\log 5,4 = \log \frac{54}{10} = \log 54 - \log 10 = \log 3^3 \cdot 2 - 1 = 3 \log 3 + \log 2 - 1 = 3 \cdot 0,477 + 0,301 - 1 = 0,732$
- c) $\log \sqrt{18} = \log \frac{18}{2} = \frac{\log(2 \cdot 3^2)}{2} = \frac{\log 2 + 2 \log 3}{2} = \frac{0,301 + 2 \cdot 0,477}{2} = 0,628$
- d) $\log 270 = \log 27 \cdot 10 = \log 27 + \log 10 = \log 3^3 + \log 10 = 3 \log 3 + 1 = 3 \cdot 0,477 + 1 = 2,431$
- e) $\log 45 = \log \frac{90}{2} = \log 90 - \log 2 = \log 9 \cdot 10 - \log 2 = 2 \log 3 + \log 10 - \log 2 = 2 \cdot 0,477 + 1 - 0,301 = 1,653$
- f) $\log \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{6}}} = \log \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \log \frac{1}{6} = (\log 1 - \log 6) = -\frac{1}{6} \log 2 \cdot 3 = -\frac{1}{6}(\log 2 + \log 3) = -\frac{1}{6}(0,301 + 0,477) = -0,129$

2.34. Sabiendo que $\log_3 2 = 0,631$ y que $\log_3 5 = 1,465$, halla, sin utilizar la calculadora, el valor de $\log_3 150$.

$$\log_3 150 = \log_3 (2 \cdot 3 \cdot 5^2) = \log_3 2 + \log_3 3 + 2 \log_3 5 = 0,631 + 1 + 2 \cdot 1,465 = 4,561$$

2.35. Con la ayuda de la calculadora, obtén aproximaciones decimales hasta las milésimas de los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 20$

b) $\log_{\sqrt{2}} 3$

c) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{7}{5}$

d) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}$

a) $\log_3 20 = \frac{\log 20}{\log 3} = 2,727$

c) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{7}{5} = \frac{\log \frac{7}{5}}{\log \frac{1}{4}} = -0,243$

b) $\log_{\sqrt{2}} 3 = \frac{\log 3}{\log \sqrt{2}} = 3,17$

d) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \frac{\log \sqrt{3}}{\log \sqrt{2}} = 1,585$

2.36. Con la ayuda de los logaritmos, calcula el valor de t en los siguientes casos:

a) $1,025^t = 2,45$

b) $2500 = 2000 \cdot 1,03^t$

c) $1,025^t = 2$

d) $120 = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,03}{12}\right)^{12t}$

a) $1,025^t = 2,45 \Rightarrow \log 1,025^t = \log 2,45 \Rightarrow t \log 1,025 = \log 2,45 \Rightarrow t = \frac{\log 2,45}{\log 1,025} = 36,29$

b) $2500 = 2000 \cdot 1,03^t \Rightarrow 1,25 = 1,03^t \Rightarrow \log 1,03^t = \log 1,25 \Rightarrow t \log 1,03 = \log 1,25 \Rightarrow t = \frac{\log 1,25}{\log 1,03} = 7,55$

c) $1,025^t = 2 \Rightarrow \log 1,025^t = \log 2 \Rightarrow t \log 1,025 = \log 2 \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1,025} = 28,07$

d) $120 = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,03}{12}\right)^{12t} \Rightarrow 1,2 = 1,0025^{12t} \Rightarrow 12t \log 1,0025 = \log 1,2 \Rightarrow t = \frac{\log 1,2}{12 \cdot \log 1,0025} = 6,085$

Porcentajes

2.37. Calcula el valor de los siguientes porcentajes:

a) 24% de 4500

d) 0,025% de 4650

b) 2% de 124

e) 200% de 45

c) 0,5% de 2300

f) 123% de 4590

a) 24% de 4500 $\Rightarrow 4500 \cdot 0,24 = 1080$

b) 2% de 124 $\Rightarrow 124 \cdot 0,02 = 2,48$

c) 0,5% de 2300 $\Rightarrow 2300 \cdot 0,005 = 11,5$

d) 0,025% de 4650 $\Rightarrow 0,00025 \cdot 4650 = 1,1625$

e) 200% de 45 $\Rightarrow 2 \cdot 45 = 90$

f) 123% de 4590 $\Rightarrow 1,23 \cdot 4590 = 6088,5$

2.38. El 22% de una cantidad es 275. ¿Cuál es esa cantidad?

$$\frac{275}{0,22} = 1250$$

2.39. ¿Qué porcentaje representan 26 unidades de un total de 48? ¿Y 90 unidades de un total de 48?

$$\frac{26}{48} \cdot 100 = 54,17\%$$

$$\frac{90}{48} \cdot 100 = 187,5\%$$

2.40. Aumenta las siguientes cantidades en los porcentajes que se indican.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) 1350 en un 13% | d) 3500 en un 122% |
| b) 2460 en un 2% | e) 450 en un 200% |
| c) 1250 en un 2,25% | f) 12 000 en un 35% |
-
- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $1350 \cdot 1,13 = 1525,5$ | d) $3500 \cdot 2,22 = 7770$ |
| b) $2460 \cdot 1,02 = 2509,2$ | e) $450 \cdot 3 = 1350$ |
| c) $1250 \cdot 1,0225 = 1278,125$ | f) $12\ 000 \cdot 1,35 = 16\ 200$ |

2.41. Disminuye las siguientes cantidades en los porcentajes que se indican.

- | | |
|---------------------|------------------|
| a) 2650 en un 13% | d) 475 en un 20% |
| b) 3100 en un 2% | e) 300 en un 30% |
| c) 1025 en un 2,25% | f) 215 en un 15% |
-
- | | |
|------------------------------------|------------------------------|
| a) $2650 \cdot 0,87 = 2305,5$ | d) $475 \cdot 0,8 = 380$ |
| b) $3100 \cdot 0,98 = 3038$ | e) $300 \cdot 0,7 = 210$ |
| c) $1025 \cdot 0,9775 = 1001,9375$ | f) $215 \cdot 0,85 = 182,75$ |

2.42. Una cantidad aumentada en un 21% vale 1694. ¿Cuál es dicha cantidad?

$$\frac{1694}{1,21} = 1400$$

2.43. Una cantidad disminuida en un 12% vale 22. ¿Cuál es dicha cantidad?

$$\frac{22}{0,88} = 25$$

Progresiones geométricas

2.44. Indica cuáles de las siguientes sucesiones son progresiones geométricas y, en caso afirmativo, indica el valor de la razón.

- | | |
|----------------------------|---|
| a) 5, 10, 20, 30, 40... | d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10} \dots$ |
| b) 3, 15, 75, 375, 1875... | e) 30, 10, $\frac{10}{3}, \frac{10}{9}, \frac{10}{27} \dots$ |
| c) 2, -2, 2, -2, 2... | f) 1, 5, 26, 127, 626 |

a) $\frac{10}{5} = 2$ $\frac{20}{10} = 2$ $\frac{30}{20} = 1,5 \Rightarrow$ No es progresión geométrica.

b) $\frac{15}{3} = \frac{75}{25} = \frac{375}{75} = \frac{1875}{375} = 5 \Rightarrow$ Sí es una progresión geométrica: $r = 5$.

c) $\frac{-2}{2} = \frac{2}{-2} = \frac{-2}{2} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow$ Sí es una progresión geométrica: $r = -1$.

d) $\frac{1}{4} = 0,25$ $\frac{1}{6} = 0,166\dots \Rightarrow$ No es progresión geométrica.

e) $\frac{10}{30} = \frac{10}{10} = \frac{10}{9} = \frac{10}{27} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ Sí es una progresión geométrica: $r = \frac{1}{3}$.

f) $\frac{5}{1} = 5$ $\frac{26}{5} = 5,2 \Rightarrow$ No es progresión geométrica.

2.45. Calcula el término undécimo de una progresión geométrica cuyo primer término es igual a 1 y cuya razón es 2.

$$a_1 = 1 \quad r = 2 \quad a_{11} = 2^{10} = 1024$$

2.46. Escribe cinco números entre 7 y 5103 de modo que los siete formen una progresión geométrica.

Del enunciado se deduce que $a_1 = 7$ y $a_7 = 5103$. Por tanto:

$$A_7 = a_1 \cdot r^6 \Rightarrow 5103 = 7 \cdot r^6 \Rightarrow r^6 = 729 \Rightarrow r = 3 \Rightarrow 7, 21, 63, 189, 567, 1701, 5103$$

Los números buscados son 21, 63, 189, 567 y 1701.

2.47. Halla la suma de los diez primeros términos de la progresión cuyo término general es $\frac{1}{2^n}$.

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad r = \frac{1}{2} \quad S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{\frac{1}{2^{11}} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{1024}$$

2.48. Para cada una de las siguientes progresiones geométricas, calcula su término general, su décimo término y la suma de los diez primeros términos.

a) 5, 15, 45, 135, 405...

b) -3, 3, -3, 3, -3...

c) 1,04; 1,04²; 1,04³; 1,04⁴; 1,04⁵...

d) $\left(1 + \frac{0,8}{4}\right), \left(1 + \frac{0,8}{4}\right)^2, \left(1 + \frac{0,8}{4}\right)^3, \left(1 + \frac{0,8}{4}\right)^4, \dots$

a) 5, 15, 45, 135, 405...

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ r = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_{10} = 5 \cdot 3^9 = 98\,415 \\ S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{98\,415 \cdot 3 - 5}{3 - 1} = 147\,620 \end{cases}$$

b) -3, 3, -3, 3, -3...

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ r = -1 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = -3 \cdot (-1)^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_{10} = -3 \cdot (-1)^9 = 3 \\ S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{3 \cdot (-1) + 3}{-1 - 1} = 0 \end{cases}$$

c) 1,04; 1,04²; 1,04³; 1,04⁴; 1,04⁵...

$$\begin{cases} a_1 = 1,04 \\ r = 1,04 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 1,04 \cdot 1,04^{n-1} = \begin{cases} a_{10} = 1,04^{10} = 1,4802 \\ S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = 12,4852 \end{cases}$$

d) $\left(1 + \frac{0,8}{4}\right), \left(1 + \frac{0,8}{4}\right)^2, \left(1 + \frac{0,8}{4}\right)^3, \left(1 + \frac{0,8}{4}\right)^4, \dots$

$$\begin{cases} a_1 = 1,2 \\ r = 1,2 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 1,2 \cdot 1,2^{n-1} = 1,2^n \Rightarrow \begin{cases} a_{10} = 1,2^{10} = 6,1917 \\ S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = 31,1502 \end{cases}$$

Interés simple y compuesto

2.49. Calcula el capital final obtenido al depositar las siguientes cantidades a interés simple anual y durante el tiempo indicado en cada apartado:

- a) 100 euros al 5% durante 2 años.
- b) 100 000 euros al 4% durante 7 años.
- c) 1 euro al 6% durante 5 años.

a) $C = 100 + \frac{100 \cdot 5 \cdot 2}{100} = 110$ euros

b) $C = 100\,000 + \frac{100\,000 \cdot 4 \cdot 7}{100} = 128\,000$ euros

c) $C = 1 + \frac{1 \cdot 6 \cdot 5}{100} = 1,30$ euros

2.50. Calcula a qué interés simple anual se ha depositado un capital de 5000 euros sabiendo que en 10 años se ha convertido en 7000 euros.

$C_i = 5000$ euros $t = 10$ años $C_f = 7000$ euros $I = 2000$ euros $r = \frac{100 \cdot I}{C_i \cdot t} = \frac{100 \cdot 2000}{5000 \cdot 10} = 4\%$

2.51. Se coloca un capital de 100 000 euros a un interés compuesto anual del 6% durante 10 años. Calcula el capital final que se obtendrá en el caso de que el período de capitalización sea:

- a) Un año
- b) Un semestre
- c) Un trimestre
- d) Un mes

a) $C_f = 100\,000 \cdot (1 + 0,06)^{10} = 179\,084,77$ euros

b) $C_f = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^{2 \cdot 10} = 100\,000 \cdot 1,03^{20} = 180\,611,12$ euros

c) $C_f = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{4}\right)^{4 \cdot 10} = 100\,000 \cdot 1,015^{40} = 181\,401,84$ euros

d) $C_f = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12 \cdot 10} = 100\,000 \cdot 1,005^{120} = 181\,939,67$ euros

2.52. ¿Cuánto tiempo debe estar depositado un capital a un interés compuesto del 8% para triplicarse si la capitalización es mensual?

$C_f = 3C_i$ $r = 0,08$ Período de capitalización: mensual
 $3C_i = C_i \left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12t} \Rightarrow 3 = 1,0067^{12t} \Rightarrow \log 3 = 12t \log 1,0067 \Rightarrow t = \frac{\log 3}{12 \cdot \log 1,0067} = 13,7$

El capital debe estar depositado 13 años y ocho meses.

2.53. Completa la siguiente tabla con los datos que faltan. En todos los casos se trata de interés compuesto.

C_i (€)	C_f (€)	r (%)	t (años)	capitalización
1353,68	2000	5	8	anual
6000	7145,66	3,5	5	mensual
3000	5000	5,1	10	trimestral
500	800	6	8	semestral

Primera fila

$C_i = \frac{2000}{(1 + 0,05)^8} = 1353,68$ euros

Segunda fila

$C_f = 6000 \cdot \left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^{60} = 7145,66$ euros

Tercera fila

$r = \left(\sqrt[40]{\frac{5}{3}} - 1\right) \cdot 4 = 0,051$

Cuarta fila

$t = \frac{\log 1,6}{2 \cdot \log 1,03} = 7,95$

- 2.54. ¿Qué capital inicial será necesario ingresar en una cuenta para que después de estar colocado durante 3 años a un interés compuesto del 3,5% se convierta en 2400 euros? ¿Y si el período de capitalización es el mes y no el año?

$$C_f = 2400 \text{ euros} \quad r = 0,035 \quad t = 3 \text{ años} \quad \text{Período de capitalización: anual}$$

$$2400 = C_i(1 + 0,035)^3 \quad C_i = \frac{2400}{1,035^3} = 2164,66 \text{ euros}$$

Si el período de capitalización es mensual:

$$2400 = C_i \cdot \left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^{36} = C_i \cdot 1,11054 \Rightarrow C_i = \frac{2400}{1,11054} = 2161,11 \text{ euros}$$

Anualidades de amortización

- 2.55. (TIC) Calcula el capital final del que se dispondrá dentro de 5 años si se depositan 300 euros al comienzo de cada año a un interés compuesto anual del 6%.

$$a = 300 \text{ euros} \quad t = 5 \text{ años} \quad r = 0,06$$

$$C = \frac{a[(1+r)^{t+1} - (1+r)]}{r} = \frac{300 \cdot (1,06^6 - 1,06)}{0,06} = 1792,60 \text{ euros}$$

- 2.56. (TIC) ¿Qué anualidad debe ingresarse al principio de cada año al 6% para reunir un capital de 70 000 euros en 10 años?

$$C_f = 70\,000 \text{ euros} \quad r = 0,06 \quad t = 10 \text{ años}$$

$$70\,000 = \frac{a(1,06^{11} - 1,06)}{0,06} \Rightarrow a = \frac{70\,000 \cdot 0,06}{1,06^{11} - 1,06} = 5010,15 \text{ euros}$$

- 2.57. (TIC) ¿Durante cuántos años se deben entregar 450 € para que colocados al 5,75% de interés compuesto se obtenga un capital final de 12 500 €?

$$12\,500 = \frac{450 \cdot (1,0575^{t+1} - 1,0575)}{0,0575} \Rightarrow 1,0575^{t+1} = \frac{12\,500 \cdot 0,0575}{450} + 1,0575 \Rightarrow 1,0575^{t+1} = 2,6547$$

$$t + 1 = \frac{\log 2,6547}{\log 1,0575} \Rightarrow t + 1 = 17,46 \Rightarrow t = 16,46 \text{ años}$$

- 2.58. (TIC) Un préstamo de 120 000 euros al 5% se devuelve en 20 años en pagos mensuales. Halla la mensualidad de amortización.

$$C = 120\,000 \text{ euros} \quad r = 0,05 \quad t = 20 \text{ años} \quad \text{Período de pago: mensual}$$

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{12} \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12 \cdot t}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t} - 1} = \frac{120\,000 \cdot \frac{0,05}{12} \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{240}}{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{240} - 1} = \frac{120\,000 \cdot 0,0042 \cdot 1,0042^{240}}{1,0042^{240} - 1} = 794,60 \text{ euros}$$

- 2.59. (TIC) ¿Qué deuda se habrá amortizado mediante el pago de 6 anualidades de 5000 euros al 7% anual?

$$A = 5000 \text{ euros} \quad t = 6 \text{ años} \quad r = 0,07$$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} \Rightarrow C = \frac{a \cdot [(1+r)^t - 1]}{r \cdot (1+r)^t} = \frac{5000 \cdot (1,07^6 - 1)}{0,07 \cdot 1,07^6} = 28\,832,70 \text{ euros}$$

2.60. (TIC) ¿Cuánto tiempo se tardará en devolver una hipoteca de 300 000 euros al 4% si la cuota mensual es fija e igual a 2200 euros?

$$C = 300\,000 \text{ euros} \quad r = 0,04 \quad a = 2200 \text{ euros mensuales}$$

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{12} \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t} - 1} \Rightarrow 2200 = \frac{300\,000 \cdot \frac{0,04}{12} \left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12t}}{\left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12t} - 1} \Rightarrow 2200 = \frac{1000 \cdot 1,0033^{12t}}{1,0033^{12t} - 1} \Rightarrow 1,0033^{12t} = 1,83$$

$$t = \frac{\log 1,83}{12 \cdot \log 1,0033} = 15,28 \text{ años}$$

2.61. Calcula a cuántos años se debe solicitar un préstamo de 4500 € al 6% anual para que la anualidad que resulte sea de 915 €.

$$C = 4500 \text{ euros} \quad r = 0,06 \quad a = 915 \text{ euros}$$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} \Rightarrow 915 = \frac{4500 \cdot 0,06 \cdot 1,06^t}{1,06^t - 1} \Rightarrow 1,06^t = 1,42 \Rightarrow t = \frac{\log 1,42}{\log 1,06} = 6,02 \text{ años}$$

Parámetros económicos y sociales

2.62. Calcula la TAE correspondiente al 6% anual con período de capitalización:

a) Semestral

b) Trimestral

c) Mensual

$$a) \left[\left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^2 - 1 \right] \cdot 100 = (1,03^2 - 1) \cdot 100 = 6,09$$

$$b) \left[\left(1 + \frac{0,06}{4}\right)^4 - 1 \right] \cdot 100 = (1,015^4 - 1) \cdot 100 = 6,14$$

$$c) \left[\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = (1,015^{12} - 1) \cdot 100 = 6,17$$

2.63. Calcula los números índice de las siguientes series de datos tomando como base el primero.

a) 1200 1500 1600 1750

b) 15 14 10 6

a) 100 125 133,3 145,83

b) 100 93,33 66,67 40

2.64. En la tabla aparecen los precios en 2007 y 2008 de los cuatro grupos de productos de la cesta de la compra tipo en un país y sus ponderaciones.

Grupo	2007	2008	Ponderaciones
1	100	101	30%
2	106	105	25%
3	106	108	20%
4	120	130	25%

Calcula el IPC del año 2008 tomando como base el año 2006.

$$IPC = \frac{101 \cdot 0,3 + 105 \cdot 0,25 + 108 \cdot 0,2 + 130 \cdot 0,25}{100 \cdot 0,3 + 106 \cdot 0,25 + 106 \cdot 0,2 + 120 \cdot 0,25} = \frac{190,8}{186,75} = 1,0217$$

En el país considerado, el aumento de los precios en el año 2008 fue del 2,17%.

2.65. Calcula el IDH de cada uno de los siguientes países y ordénalos según el grado de desarrollo.

País	L	E	R
A	0,954	0,946	0,959
B	0,792	0,837	0,703
C	0,890	0,993	0,994

$$IDH_A = \frac{0,954 + 0,946 + 0,959}{3} = 0,953$$

$$IDH_B = \frac{0,792 + 0,837 + 0,792}{3} = 0,777$$

$$IDH_C = \frac{0,890 + 0,993 + 0,994}{3} = 0,959$$

$$C > A > B$$

PROBLEMAS

2.66. (PAU) Eva ha pagado 18,75 euros por una falda, 22,25 por un pantalón, 19,50 por una camisa y, por último, 29,15 por una chaqueta. El dueño del comercio consiente en rebajarle el precio de forma que le perdona los céntimos que marca cada una de las prendas.

¿Qué porcentaje de rebaja ha supuesto?

$$\frac{0,75 + 0,25 + 0,5 + 0,15}{18,75 + 22,25 + 19,5 + 29,15} = 0,018. \text{ Por tanto, le rebaja el } 1,8\%.$$

2.67. (PAU) Pablo trabaja repartiendo pizzas y cobra 20 euros cada día que trabaja más un 6% del precio de las pizzas que ha repartido. Durante el mes pasado trabajó 14 días y cobró un total de 394 euros.

Calcula cuántas pizzas repartió en ese período sabiendo que cada una de ellas vale 9,50 euros.

Pablo gana $0,06 \cdot 9,5 = 0,57$ euros por cada pizza que reparte.

El dinero que cobró Pablo correspondiente a las pizzas repartidas es $394 - 20 \cdot 14 = 114$ €.

Por tanto, repartió $114 : 0,57 = 200$ pizzas.

2.68. (PAU) El precio de la gasolina ha variado en las últimas tres quincenas. En la primera subió un 3%, en la segunda bajó un 2% y en la tercera volvió a subir un 4%. Después de las tres quincenas, el precio del litro es de 125 céntimos.

a) ¿Cuál era el precio antes de las tres variaciones?

b) ¿Cuál es el porcentaje de variación global del precio en las tres quincenas?

$$a) P = \frac{125}{1,03 \cdot 0,98 \cdot 1,04} = 119,07 \text{ euros}$$

$$b) 1,03 \cdot 0,98 \cdot 1,04 = 1,0498. \text{ Ha subido un } 4,98\%.$$

2.69. Una cooperativa recibe un depósito de 2000 euros de cada uno de sus socios y se compromete a devolverlo al cabo de tres años y cuatro meses, junto con un interés simple del 5% anual. ¿Qué cantidad devolverá a cada socio?

$$I = \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100} = \frac{2000 \cdot 5 \cdot 3,333}{100} = 333,33 \text{ euros. La cooperativa devolverá a cada socio } 2000 + 333,33 = 2333,33 \text{ euros.}$$

2.70. (PAU) Una persona quiere depositar unos ahorros de 10 000 euros durante 10 años al 4% anual.

a) Calcula los intereses que recibirá si el tipo de interés es simple y si el tipo es compuesto con capitalización anual.

b) Compara los dos resultados mediante el cálculo del porcentaje en que se verían aumentados los intereses al pasar de tipo simple a compuesto.

$$a) \text{ I. simple: } \frac{10\,000 \cdot 4 \cdot 10}{100} = 4000 \text{ euros}$$

$$\text{ I. compuesto: } 10\,000 \cdot 1,04^{10} - 10\,000 = 4802,44 \text{ euros}$$

$$b) \frac{4802,44}{4000} = 1,2 \Rightarrow \text{ Los intereses son un } 20\% \text{ más altos si se coloca a interés compuesto}$$

2.71. Se ingresan 1050 euros en una cuenta remunerada al 3,25% de interés compuesto durante dos años.

Calcula los intereses producidos si:

a) El período de capitalización es el año.

b) El período de capitalización es el mes.

$$a) I = 1050 \cdot (1 + 0,0325)^2 - 1050 = 1050 \cdot 1,0325^2 - 1050 = 1119,36 - 1050 = 69,36 \text{ euros}$$

$$b) I = 1050 \cdot \left(\frac{1 + 0,0325}{12}\right)^{24} - 1050 = 1050 \cdot 1,00271^{24} - 1050 = 1120,46 - 1050 = 70,46 \text{ euros}$$

2.72. Se colocan 6000 euros al 4% anual de interés compuesto durante cinco años. La entidad carga 1 céntimo de euro cada vez que tiene que calcular los intereses generados y acumularlos al capital.

a) Calcula el capital final si el período de capitalización es de un año, un trimestre, un mes y un día.

b) ¿Cuál de los períodos de capitalización indicados favorece más al cliente?

a) Período de capitalización anual

$$C_F = 6000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{1}\right)^5 - 0,01 \cdot 5 = 7299,92 - 0,05 = 7299,87 \text{ euros}$$

Período de capitalización trimestral

$$C_F = 6000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^{20} - 0,01 \cdot 20 = 7321,14 - 0,2 = 7320,94 \text{ euros}$$

Período de capitalización mensual

$$C_F = 6000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{60} - 0,01 \cdot 60 = 7325,98 - 0,6 = 7325,38 \text{ euros}$$

Período de capitalización diario

$$C_F = 6000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{365}\right)^{1825} - 0,01 \cdot 1825 = 7328,34 - 0,01 \cdot 1825 = 7310,09$$

b) El mejor período de capitalización en estas condiciones es el mensual.

2.73. El número de habitantes de una ciudad crece en un período de tres años de acuerdo a una ley igual a la del interés compuesto. Si inicialmente la ciudad tenía 75 000 habitantes y el ritmo de crecimiento fue del 0,5% mensual, ¿cuál será la población al final de los tres años?

$$P_i = 75\,000 \text{ habitantes} \quad \text{Ritmo de crecimiento} = 0,5\% \quad t = 3 \text{ años}$$

$$P_F = 7500 \left(1 + \frac{0,005}{12}\right)^{36} = 7500 \cdot 1,0042^{36} \approx 87\,215 \text{ habitantes}$$

2.74. El crecimiento de una población de bacterias sigue el mismo modelo que el crecimiento de un capital colocado a interés compuesto.

Calcula el número de bacterias de un cultivo después de 84 días si se sabe que el número inicial era de 24 000 y que cada semana aumenta la población en un 5%.

$$P_i = 24\,000 \text{ bacterias} \quad \text{Ritmo de crecimiento} = 5\% \quad t = 7 \text{ semanas}$$

$$P_F = 24\,000 \cdot (1 + 0,05)^{12} = 24\,000 \cdot 1,005^{14} \approx 43\,100 \text{ bacterias}$$

2.75. Cuando Luis cumplió 13 años, su abuela le abrió una cuenta en la que le depositó 2000 euros. Calcula el tipo de interés al que fue colocado el dinero si cuando Luis alcanzó la mayoría de edad y acudió al banco se encontró con que tenía 2503,59 euros en la cuenta. Los intereses se acumulaban al capital mensualmente.

$$C_i = 2000 \text{ euros} \quad C_F = 2503,59 \text{ euros} \quad t = 5 \text{ años}$$

$$C_F = C_i \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t} \Rightarrow 2503,59 = 2000 \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{60} \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{60} = \frac{2503,59}{2000} = 1,2518$$

$$r = \left(\sqrt[60]{1,2518} - 1\right) \cdot 12 = 0,045 \Rightarrow \text{Estuvo colocado al 4,5\% anual.}$$

2.76. Ana contrató un plan de pensiones a los 30 años en el que ha depositado 400 euros anuales, a un tipo del 6,5% anual.

- a) Si ahora tiene 45 años, ¿qué cantidad recibiría si decidiera cancelar el plan?
 b) ¿Con qué cantidad se encontrará cuando se jubile a los 65 años?

a) $a = 400$ euros $t = 45 - 30 = 15$ $r = 0,065$

$$C = \frac{a \cdot [(1 + r)^{t+1} - (1 + r)]}{r} = \frac{400 \cdot (1,065^{16} - 1,065)}{0,065} = 10\,301,60 \text{ euros}$$

b) $a = 400$ euros $t = 65 - 30 = 35$ $r = 0,065$

$$C = \frac{a \cdot [(1 + r)^{t+1} - (1 + r)]}{r} = \frac{400 \cdot (1,065^{36} - 1,065)}{0,065} = 52\,838,78 \text{ euros}$$

2.77. ¿Qué cantidad deberá entregar Pedro como anualidad a su plan de jubilación para que al cabo de 15 años haya conseguido un capital de 20 000 euros? El tipo de interés es del 5,25%.

$C = 20\,000$ euros $t = 15$ años $r = 0,0525$

$$C = \frac{a \cdot [(1 + r)^{t+1} - (1 + r)]}{r} = \frac{a \cdot (1,0525^{16} - 1,0525)}{0,0525} = 20\,000 \Rightarrow a = \frac{20\,000 \cdot 0,0525}{1,0525^{16} - 1,0525} = 864,17 \text{ euros}$$

2.78. Calcula la anualidad que se debe pagar para saldar una deuda de 12 000 euros al 5,5% anual si:

- a) El plazo es de 5 años.
 b) El plazo es de 10 años.

¿Por qué no se paga justo la mitad cuando el plazo para devolver la deuda es el doble?

a) $C = 12\,000$ euros $t = 5$ años $r = 0,055$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{12\,000 \cdot 0,055 \cdot 1,055^5}{1,055^5 - 1} = 2810,12 \text{ euros}$$

b) $C = 12\,000$ euros $t = 10$ años $r = 0,055$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{12\,000 \cdot 0,055 \cdot 1,055^{10}}{1,055^{10} - 1} = 1592,01 \text{ euros}$$

Al haber contraído una deuda con un plazo doble de largo se pagan más del doble de intereses.

2.79. Una persona ha realizado los cálculos de lo que puede pagar anualmente para sufragar la compra de un piso. Decide que puede dedicar a este concepto 8500 euros. En el banco le ofrecen un tipo de interés del 4,25% fijo a 20 años de plazo.

¿Qué cantidad podrá solicitar?

$a = 8500$ euros $t = 20$ años $r = 0,0425$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{C \cdot 0,0425 \cdot 1,0425^{20}}{1,0425^{20} - 1} = 8500 \Rightarrow C = \frac{1,0425^{20} - 1}{0,0425 \cdot 1,0425^{20}} \cdot 8500 = 113\,002,11 \text{ euros}$$

2.80. Ana acaba de cumplir 40 años y se piensa jubilar cuando cumpla 65. Le han hablado de un plan de capitalización al 8%.

¿Cuánto deberá pagar el día de su cumpleaños, cada año, para obtener, junto con sus intereses, 250 000 euros el día que se jubile?

$C = 250\,000$ euros $r = 0,08$ $t = 65 - 40 = 25$ años

$$C = \frac{a \cdot [(1 + r)^{t+1} - (1 + r)]}{r} = \frac{a \cdot (1,08^{26} - 1,08)}{0,08} = 250\,000 \Rightarrow a = \frac{250\,000 \cdot 0,08}{1,08^{26} - 1,08} = 3166,38 \text{ euros}$$

2.81. Los pisos de una inmobiliaria cuestan 100 000 euros. La forma de pago es la siguiente: 20 000 euros a la entrega de llaves, y el resto, a pagar en 20 años con un interés del 5,5%. Si los pagos se realizan al final de cada año:

a) ¿Cuánto se deberá pagar anualmente?

b) ¿Cuánto se habrá pagado en total por el piso cuando hayan transcurrido los 20 años?

$$C = 100\,000 - 20\,000 = 80\,000 \text{ euros} \quad t = 20 \text{ años} \quad r = 0,055$$

$$a) a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{80\,000 \cdot 0,055 \cdot 1,055^{20}}{1,055^{20} - 1} = 6694,35 \text{ euros}$$

$$b) 20\,000 + 6694,35 \cdot 20 = 153\,887 \text{ euros}$$

2.82. Para adquirir un coche que cuesta 21 000 euros, una persona entrega su coche anterior, valorado en 5000, y para el resto pide un préstamo a una financiera, a pagar en 3 años y a un interés del 8,5%.

¿Cuánto debe pagar anualmente?

$$C = 21\,000 - 5\,000 = 16\,000 \text{ euros} \quad t = 3 \text{ años} \quad r = 0,085$$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{16\,000 \cdot 0,085 \cdot 1,085^3}{1,085^3 - 1} = 6264,62 \text{ euros}$$

2.83 En un folleto de propaganda de un banco se anuncia que un euro en 10 años se convierte en 1,5162.

a) Calcula el rédito que ofrece el banco.

b) Calcula la anualidad que se deberá pagar si se solicita un préstamo de 10 000 euros a pagar en 10 años y al mismo tipo de interés que ofrece el banco en la propaganda.

$$a) C_i = 1 \quad C_f = 1,5162 \quad t = 10 \text{ años}$$

$$C_f = C_i(1 + r)^t \Rightarrow 1,5162 = 1 \cdot (1 + r)^{10} \Rightarrow r = \sqrt[10]{1,5162} - 1 = 0,0425 \Rightarrow r = 4,25\%$$

$$b) C = 10\,000 \text{ euros} \quad t = 10 \text{ años} \quad r = 0,0425$$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{10\,000 \cdot 0,0425 \cdot 1,0425^{10}}{1,0425^{10} - 1} = 1248,30 \text{ euros}$$

2.84. Calcula la TAE correspondiente a cada una de las siguientes operaciones.

a) Depósito de 1000 euros a un interés anual nominal del 5% durante 10 años y con capitalización mensual.

b) Depósito de 2000 euros a un interés anual nominal del 5% durante 15 años y con capitalización mensual.

c) Depósito de 3000 euros a un interés anual nominal del 5% durante 20 años y con capitalización mensual.

Los tres casos dan el mismo resultado.

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{k} \right)^k - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0 \cdot 05}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 5,116$$

2.85. Un posible cliente solicita información en un banco sobre el tipo de interés que ofrecen en los depósitos a un año. Le indican que la TAE es del 4,33%. Si el período de capitalización es el mes, ¿cuál es el tipo de interés nominal anual?

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{k} \right)^k - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{r}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 4,33 \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{12} \right)^{12} = 1,0433 \Rightarrow r = 12 \cdot (\sqrt[12]{1,0433} - 1) = 0,0425.$$

El interés nominal anual es del 4,25%.

2.86. En la tabla aparece el PIB (producto interior bruto) de un país en millones de euros y para los años que se indican.

Calcula la tabla de números índice tomando como base el año 2000.

año	PIB	año	PIB
2000	14 080	2000	100
2001	14 220	2001	100,99
2002	14 500	2002	102,98
2003	14 850	2003	105,47
2004	14 120	2004	107,39
2005	14 990	2005	106,46
2006	14 850	2006	105,47
2007	14 200	2007	107,95

2.87. En la tabla aparecen los productos que componen una cesta de la compra tipo en un país clasificados en grupos, su precio en los años 2007 y 2008, y su ponderación. Calcula el IPC de ese país en 2008 tomando como base el año 2007.

Grupo	2006	2007	Ponderación
Alimentos	118,2	119,0	28
Vestido	115,4	116,0	12
Vivienda	132,5	130,5	13
Medicina	123,0	122,3	4
Educación	122,0	123,1	8
Otros	130,1	131,2	35

$$\text{IPC} = \frac{119,0 \cdot 28 + 116,0 \cdot 12 + 130,5 \cdot 13 + 122,3 \cdot 4 + 123,1 \cdot 8 + 131,2 \cdot 35}{118,2 \cdot 28 + 115,4 \cdot 12 + 132,5 \cdot 13 + 123,0 \cdot 4 + 122,0 \cdot 8 + 130,1 \cdot 35} = \frac{12\,486,5}{12\,438,4} = 1,0039$$

PROFUNDIZACIÓN

2.88. Mediante dos anualidades de capitalización de 2000 euros se forma un capital de 4212,40 euros.

Calcula el tipo de interés de la operación.

$$a = 2000 \text{ euros} \quad t = 2 \text{ años} \quad C = 4212,40 \text{ euros}$$

$$C = \frac{a \cdot [(1+r)^{t+1} - (1+r)]}{r} \Rightarrow 4212,4 = \frac{2000 [(1+r)^3 - (1+r)]}{1+r-1} \Rightarrow \text{haciendo } 1+r = x$$

$$4212,4x - 4212,4 = 2000x^3 - 2000x \Rightarrow 2000x^3 - 6212,4x + 4212,4 = 0 \Rightarrow (x-1) \cdot (2000x^2 + 2000x - 4212,4) = 0$$

La solución $x = 1 \Rightarrow r = 0$ no tiene sentido. Por tanto:

$$x = \frac{-2000 \pm 6140}{4000} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,035 \Rightarrow r = 0,035 \\ x = -2,035 \text{ no válida} \end{cases}$$

El interés de la operación es del 3,5%.

2.89. (TIC) Se pide un crédito personal de 20 000 euros para comprar un coche. Se piensa devolver en 5 años y el tipo de interés es del 6,25%.

a) Ordena en una tabla de evolución del préstamo los datos siguientes para cada anualidad.

- Anualidad
- Deuda antes del pago
- Intereses generados por la deuda en ese año
- Capital amortizado
- Deuda después del pago

b) ¿Qué porcentaje de la primera anualidad se dedicó al pago de intereses?

c) ¿Qué porcentaje de la última anualidad se dedicó al pago de intereses?

d) ¿Qué porcentaje de la tercera anualidad se dedicó a la amortización de la deuda?

e) ¿Cuántos intereses se pagaron en total?

a) $C = 20\,000$ euros $t = 5$ años $r = 0,0625$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{20\,000 \cdot 0,0625 \cdot 1,0625^5}{1,0625^5 - 1} = 4780,26$$

Año	Anualidad	Deuda antes del pago	Intereses	Capital amortizado	Deuda después del pago
1	4780,26	20 000	1250	3530,26	16 469,74
2	4780,26	16 469,74	1029,36	3750,90	12 718,84
3	4780,26	12 718,84	794,93	3985,33	8733,51
4	4780,26	8733,51	545,84	4234,42	4499,09
5	4780,26	4499,09	281,19	4499,07	0,02

Queda una deuda de 0,02 euros, debido a los errores cometidos en el redondeo.

b) En la primera anualidad, los intereses supusieron el $\frac{1250}{4780,26} \cdot 100 = 26,15\%$ del total.

c) En la última anualidad, los intereses supusieron el $\frac{281,19}{4780,26} \cdot 100 = 5,88\%$ del total.

d) En la tercera anualidad, la amortización de capital supuso el $\frac{3985,33}{4780,26} \cdot 100 = 83,37\%$ del total.

e) En total se pagaron 3901,32 euros de intereses.

2.90. Se colocan 6000 y 5000 euros durante cuatro años en dos bancos diferentes que ofrecen el $r_1\%$ y el $r_2\%$ de interés compuesto. La cantidad de 6000 se coloca en el banco con menor tipo y se obtiene un total de intereses por las dos cantidades de 2096,70 euros. Si se hubieran colocado a la inversa, se habrían obtenido unos intereses de 2141,30 euros. ¿Cuánto valen r_1 y r_2 ?

Consideramos los bancos B_1 y B_2 , siendo sus intereses $r_1\%$ y $r_2\%$, respectivamente. Supongamos que $r_1 < r_2$.

Primer caso:

B_1 : $C_1 = 6000$ euros $t = 4$ años $r = r_1\%$

B_2 : $C_2 = 5000$ euros $t = 4$ años $r = r_2\%$

$$6000(1 + r_1)^4 + 5000(1 + r_2)^4 = 13\,096,70 \quad (1)$$

Segundo caso:

B_1 : $C_1 = 5000$ euros $t = 4$ años $r = r_1\%$

B_2 : $C_2 = 6000$ euros $t = 4$ años $r = r_2\%$

$$5000(1 + r_1)^4 + 6000(1 + r_2)^4 = 13\,141,30 \quad (2)$$

Llamando $(1 + r_1)^4 = x$ y $(1 + r_2)^4 = y$ y sustituyendo en las ecuaciones (1) y (2) se obtiene el siguiente sistema:

$$6000x + 5000y = 13\,096,70$$

$$5000x + 6000y = 13\,141,30$$

Resolvemos el sistema:

$$(1) - (2): 1000x - 1000y = -4,46 \Rightarrow x - y = -0,0446 \Rightarrow x = y - 0,0446$$

Sustituyendo y simplificando en (1)

$$6y - 0,2676 + 5y = 13,09670 \Rightarrow y = 1,2149, x = 1,2149 - 0,0446 = 1,1703$$

$$(1 + r_1)^4 = 1,1703 \quad r_1 = \sqrt[4]{1,1703} - 1 = 0,04$$

$$(1 + r_2)^4 = 1,2149 \quad r_2 = \sqrt[4]{1,2149} - 1 = 0,05$$

El banco B_1 ofrece un interés del 4%, y el banco B_2 , del 5%.

2.91. (TIC) Un crédito hipotecario tiene las siguientes condiciones.

- Capital prestado: 210 000 euros
- Plazo: 15 años
- Pagos: 180 (12 meses al año)
- Interés nominal: 4,5% anual

a) Calcula la mensualidad a pagar.

b) Para los cinco primeros pagos, completa una tabla que incluya:

- Anualidad
- Deuda anterior
- Intereses
- Amortización
- Deuda posterior

c) Calcula el total de intereses que se han pagado.

d) Sabiendo que la deuda anterior al vigésimo pago es de 193 902,76 euros, calcula los intereses, la amortización y la deuda posterior.

a) $C = 210\,000$ euros $t = 5$ años $r = 0,045$ Período de capitalización: mensual

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{210\,000 \cdot \frac{0,045}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,045}{12}\right)^{15 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{0,045}{12}\right)^{15 \cdot 12} - 1} = 1606,49 \text{ euros}$$

Año	Mensualidad	Deuda antes del pago	Intereses	Capital amortizado	Deuda después del pago
1	1606,49	210 000	787,50	818,99	209 181,01
2	1606,49	209 181,01	784,43	822,06	208 358,96
3	1606,49	208 358,96	781,35	825,14	207 533,82
4	1606,49	207 533,82	778,25	828,23	206 705,58
5	1606,49	206 705,58	775,15	831,34	205 874,24

c) Total de intereses pagados: $1606,49 \times 180 - 210\,000 = 79\,168,2$ euros

d) Intereses: $193\,902,76 \cdot \frac{0,045}{12} = 727,14$ euros

Amortización: $1606,49 - 727,14 = 879,35$ euros

Deuda pendiente: $193\,902,76 - 879,35 = 193\,023,41$ euros

2.92. En el recibo correspondiente a una mensualidad de un crédito hipotecario que el banco envía al interesado aparecen los siguientes datos.

- Importe inicial: 72 121,45 euros
- Deuda pendiente: 48 633,01 euros
- Tipo de interés: 4,564% anual
- Períodos pendientes: 85
- Mensualidad: 670,69 euros

a) Comprueba que la mensualidad es correcta.

b) Calcula qué parte de la mensualidad corresponde a los intereses y qué parte a la amortización de capital.

c) Calcula la deuda pendiente después de pagar la mensualidad.

$$a) a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{48\,633,01 \cdot \frac{0,04564}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,04564}{12}\right)^{85}}{\left(1 + \frac{0,04564}{12}\right)^{85} - 1} = 670,69 \text{ euros}$$

$$b) \text{ Intereses: } 48\,633,01 \cdot \frac{0,04564}{12} = 184,97 \text{ euros}$$

$$\text{Amortización: } 670,69 - 184,97 = 485,72 \text{ euros}$$

$$c) \text{ Deuda pendiente: } 48\,633,01 - 485,72 = 48\,147,29 \text{ euros}$$

2.93. Al pagar la siguiente cuota del crédito del problema anterior, el interesado ingresa los 670,69 euros de la misma más 6000 euros en concepto de adelanto de capital. El interesado opta por reducir la cuota manteniendo el número de pagos pendientes.

¿Cuáles serán las nuevas condiciones del crédito para la nueva cuota?

Deuda pendiente: 48 147,29 euros

$$\text{Parte correspondiente a los intereses: } 48\,147,29 \cdot \frac{0,04564}{12} = 183,12 \text{ euros}$$

$$\text{Amortización: } 670,69 - 183,12 = 487,57 \text{ euros}$$

$$\text{Nueva deuda: } 48\,147,29 - 487,57 - 6000 = 41\,659,72 \text{ euros}$$

Pagos pendientes: 83

$$\text{Nueva cuota: } a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{41\,659,72 \cdot \frac{0,04564}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,04564}{12}\right)^{83}}{\left(1 + \frac{0,04564}{12}\right)^{83} - 1} = 586,25 \text{ euros}$$

2.94. En las mismas condiciones del problema anterior, el interesado opta por mantener la cuota y reducir el número de pagos pendientes. Comprueba que si fija en 71 el número de períodos pendientes, la cuota se aproxima a la anterior.

$$\text{Nueva deuda: } 48\,147,29 - 487,57 - 6000 = 41\,659,72 \text{ euros}$$

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{41\,659,72 \cdot \frac{0,04564}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,04564}{12}\right)^{71}}{\left(1 + \frac{0,04564}{12}\right)^{71} - 1} = 670,65 \text{ euros}$$

2.95. En la tabla se recoge el precio medio en euros por metro cuadrado de la vivienda.

Calcula los números índice para las referencias de enero, por una parte, y de comienzo de trimestre, por otra.

Enero	205400
Febrero	206600
Marzo	206900
Abril	207700
Mayo	211000
Junio	211200
Julio	212400
Agosto	212500
Septiembre	212800
Octubre	213500
Noviembre	214000
Diciembre	214600

Referencia de enero

Enero	205 400	100
Febrero	206600	100,58
Marzo	206900	100,73
Abril	207700	101,12
Mayo	211000	102,73
Junio	211200	102,82
Julio	212400	103,41
Agosto	212500	103,46
Septiembre	212800	103,60
Octubre	213500	103,94
Noviembre	214000	104,19
Diciembre	214600	104,48

Referencia de comienzo de trimestre

Enero	205 400	100
Febrero	206600	100,58
Marzo	206900	100,73
Abril	207 700	100
Mayo	211000	101,59
Junio	211200	101,69
Julio	212 400	100
Agosto	212500	100,05
Septiembre	212800	100,19
Octubre	213 500	100
Noviembre	214000	100,23
Diciembre	214600	100,52