1.- **(15 puntos) A)** En la fabricación de cierta marca de chocolate se emplea leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios de cada kilogramo de los ingredientes son: leche 0,8 €; cacao 4 €; almendras 13 €. En un día se fabricaron 9 000 kg de ese chocolate, con un coste total de 25 800 €. ¿Cuántos kilos se utilizan de cada ingrediente? Resolver el sistema utilizando el método de Gauss

$$\begin{cases} x=2(y+z) \\ 0{,}8x+4y+13z=25800 \\ x+y+z=9000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y-2z=0 \\ 8x+40y+130z=258000 \\ x+y+z=9000 \end{cases} \underset{\substack{E_2-8E_1 \\ E_3-E_1}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x-2y-2z=0 \\ 56y+146z=258000 \\ 3y+3z=9000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y-2z=0 \\ y+z=3000 \\ 56y+146z=258000 \end{cases} \underset{E_3-56E_2}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x-2y-2z=0 \\ y+z=3000 \\ 90z=90000 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=6000 \\ y=2000 \\ z=1000 \end{matrix}$$

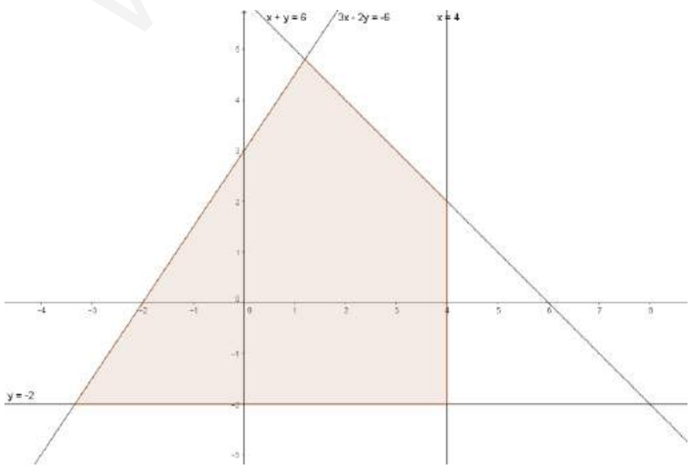
B) En caja registradora encontramos billetes de 50€, 100€ y 200€, siendo el número total de billetes igual a 21, y la cantidad total de dinero 1800€. Sabiendo que el número de billetes de 50€ es el quíntuple de los de 200€, calcular el número de billetes de cada clase. Resolver el sistema utilizando el método de Gauss.

$$\begin{cases} x+y+z=21 \\ 50x+100y+200z=1800 \\ x=5z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=21 \\ x+2y+4z=36 \\ x-5z=0 \end{cases} \underset{\substack{E_2\ \ E_1 \\ E_3-E}}{\Rightarrow} \begin{cases} x+y+z=21 \\ \quad y+3z=15 \\ -y-6z=-21 \end{cases} \underset{E_3+E_2}{\Rightarrow} \begin{cases} x+y+z=21 \\ \quad y+3z=15 \\ \quad -3z=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=10 \\ y=9 \\ z=2 \end{matrix}$$

2.- **(10 puntos)** Resolver, dando la solución en forma de intervalos, el sistema : $\begin{cases} x^2-x-2> \\ \dfrac{2\ \ +7}{3}-\dfrac{3x\ \ \ 4}{}\quad 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2-x-2> \\ \dfrac{2\ \ +7}{3}-\dfrac{3x\ \ \ 4}{}\quad 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\ \ +1)(x-2)>0 \\ \dfrac{-5x+26}{6}\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \xrightarrow{+} -1 \xleftrightarrow{-} \quad \xleftarrow{+} \\ -5\ \ +26\geq 6 \Rightarrow x\leq 4 \end{matrix} \Rightarrow sol:(-\infty,-1)\cup(2,4]$$

3.- **(10 puntos)** Determinar la solución del sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x+y\leq 6 \\ 3\ \ -2y\geq -6 \\ y\geq -2 \\ x\leq 4 \end{cases}$



4.- **(25 puntos)** Calcular los siguientes límites de funciones:

a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x \;\; -x^2+5x+3}{x^2-3x+4} \quad = \dfrac{8-4+10+3}{4-6+4} = -\dfrac{17}{2}$

b) $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty} \dfrac{-3x^5+4x^2-6x+1}{x^3+3x \qquad x} \;= \left(\dfrac{\infty}{\infty}\, Ind \right. \; = \mathop{Lim}\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^5}{x^3} \mathop{Lim}\limits_{\to\infty} -3x^2 = -\infty$

c) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1-\sqrt{x \quad 2}}{x^2-9}$

$$=\left(\frac{0}{0}\,\mathrm{Ind}\right. \; = \lim_{x\to 3}\frac{\left(1-\sqrt{x-2}\right)\left(1+\sqrt{x-2}\right)}{\left(x^2-9\right)\left(1+\sqrt{x-2}\right)} = \lim_{x \;\; 3}\frac{1-\cancel{(x-2)}}{(x+3)\,\cancel{(x-3)}\,\left(1+\sqrt{x-2}\right)} = \lim_{x\to 3}\frac{-1}{(x+3)\left(1+\sqrt{x-2}\right)} = -\frac{\;}{12}$$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5}-x\right) = \left(\infty-\infty\mathrm{Ind}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2-5}-x\right)\left(\sqrt{x \;\; -5}+x\right)}{\sqrt{x \;\; -5}+x} = \lim\limits_{\to\infty}\dfrac{-5}{\sqrt{x^2-5}+x} = 0$

e) $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty}\left(x^2-\dfrac{x^4+1}{2x^2-1}\right) \; = \left(\infty-\infty Ind\right) = \mathop{Lim}\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^4-x^2-1}{2x^2-}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4}{2} = +\infty$

5.- **(10 puntos)** Hallar el valor de "k" para que la función $f(x)=\begin{cases} kx+ & si \;\; x<-2 \\ k-x^2 & si \;\; x\geq -2 \end{cases}$ sea continua.

$y=kx+5,\; y=k-x^2$ son continuas en todo $\mathbb{R}$ $\;y\;$ para que sea continua en x=2:

$$\left.\begin{array}{l} \odot \; \lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = \lim\limits_{\to -} kx+5 = -2k+5 \\ \odot \; \lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{\to -} k-x^2 = k-4 \\ \odot \; f(-2) = \;\; - \end{array}\right\} \Rightarrow -2k+5=k-4 \Rightarrow k=3$$

6.- **(10 puntos)** Estudiar y clasificar las discontinuidades si existen de : $g(x)=\begin{cases} 2x^3-1 & si \;\; x\leq -1 \\ \dfrac{x^2}{x-3} & si \;\; -1<x< \\ 6-5x & si \;\; x \quad 2 \end{cases}$

$g(x)$ es continua en todo $\mathbb{R}$, pero hay que estudiarla en los puntos que cambia.

$$\odot \;\; x=-1 \quad \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^-} 2x^3-1 = -3 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x^2}{x-3} = -\dfrac{1}{4} \\ f(-1) = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{discontinuidad no evitable de salto finito.}$$

$$\odot \;\; x=2 \quad \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2}{x-3} = -4 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} 6-5x = -4 \\ f(2) = \nexists \end{array}\right\} \Rightarrow \text{discontinuidad evitable.}$$