Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Dada la función $y=\dfrac{x^2-x-2}{x^3-1}$ calcular:
   a) Dominio. **[0,5 puntos]**
   b) Asíntotas, tanto verticales como horizontales. Si tiene asíntotas verticales hallar la tendencia por la izquierda y por la derecha de las mismas. **[1,5 puntos: 1 punto las verticales y tendencias; 0,5 puntos las horizontales]**
   c) Puntos de corte con el eje *X* y con el eje *Y*. **[1 puntos: 0,6 puntos los del eje *X*; 0,4 puntos el del eje *Y*]**
   d) Representación gráfica aproximada. **[1 punto]**

2. Dada la siguiente función definida por trozos:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 & \text{si} \quad x<-1 \\ \dfrac{x+1}{2x-1} & \text{si} \quad -1\le x\le 1 \\ -2^x & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

   a) Estudiar la continuidad en los puntos $x=-1$ y $x=1$. Caso de que sea continua explicar claramente por qué y caso de que no sea continua decir el tipo de discontinuidad existente. **[2 puntos]**
   b) Realiza una representación gráfica aproximada de la función. **[1,5 puntos]**

3. Contesta a las siguientes cuestiones relacionadas con los logaritmos.
   a) Utilizando que $\ln x=0,2345$ y que $\ln y=0,3456$, calcula el valor de $\ln\dfrac{x\cdot y^3}{\sqrt{y^3}}$ (dar el resultado exacto, con 4 cifras decimales). **[0,5 puntos]**
   b) Simplifica la expresión $\log_3\left(\sqrt{27}\right)-\log_3\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ **[0,5 puntos]**
   c) ¿En que base se verifica que el logaritmo de $\dfrac{6}{\sqrt[3]{6}}$ es $\dfrac{2}{3}$? **[0,5 puntos]**

4. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log x^2-\log\left(\dfrac{10x+11}{10}\right)=1$. **[1 punto]**

***Indicaciones para los ejercicios de logaritmos* (*3 y 4*):**

- Utiliza la definición de logaritmo: $\log_a x=b \Leftrightarrow x=a^b$.
- Aplica cuando sea necesario las propiedades de los logaritmos.
- Escribe las raíces en forma de potencia de exponente racional: $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$.
- Utiliza, si es necesario, las propiedades de las potencias, como: $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$; $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$; $\left(a^m\right)^n=a^{m\cdot n}$.

www.yoquieroaprobar.es

1) a) $\mathrm{Dom} f = \mathbb{R} - \{1\}$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - x - 2}{x^3 - 1} = \left[\dfrac{-2}{0}\right] = \begin{cases} +\infty & \text{si } x \to 1^- \\ -\infty & \text{si } x \to 1^+ \end{cases}$

$\Rightarrow$ $x = 1$ es una asíntota vertical.

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - x - 2}{x^3 - 1} = 0$

$\Rightarrow$ $y = 0$ es una asíntota horizontal.

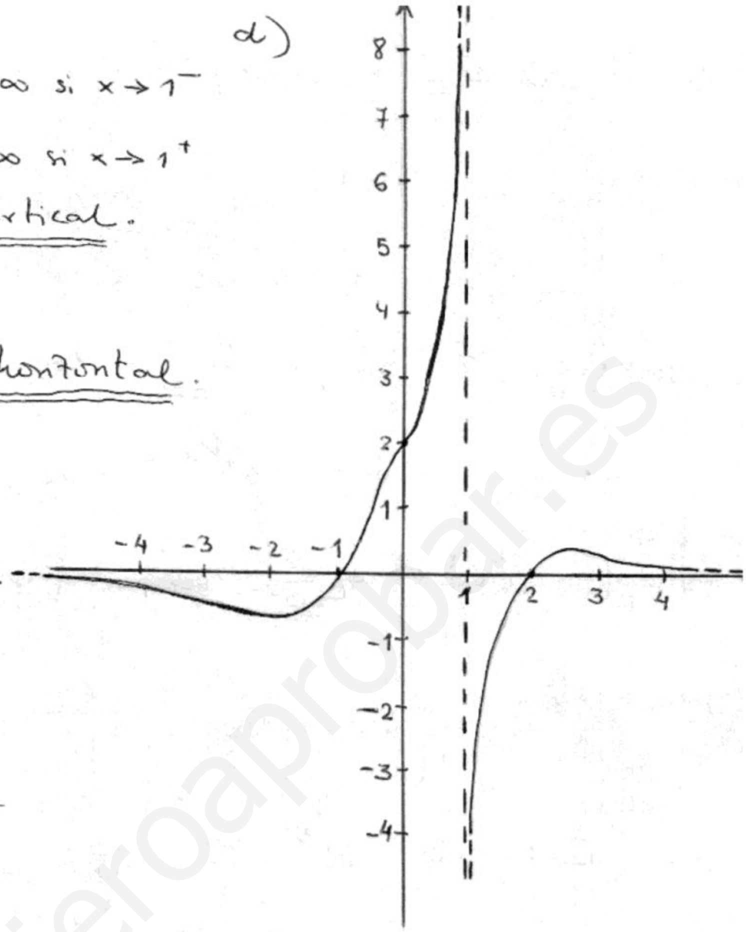
c) $y = 0 \Rightarrow \dfrac{x^2 - x - 2}{x^3 - 1} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Puntos de corte eje X: $(-1, 0)$, $(2, 0)$

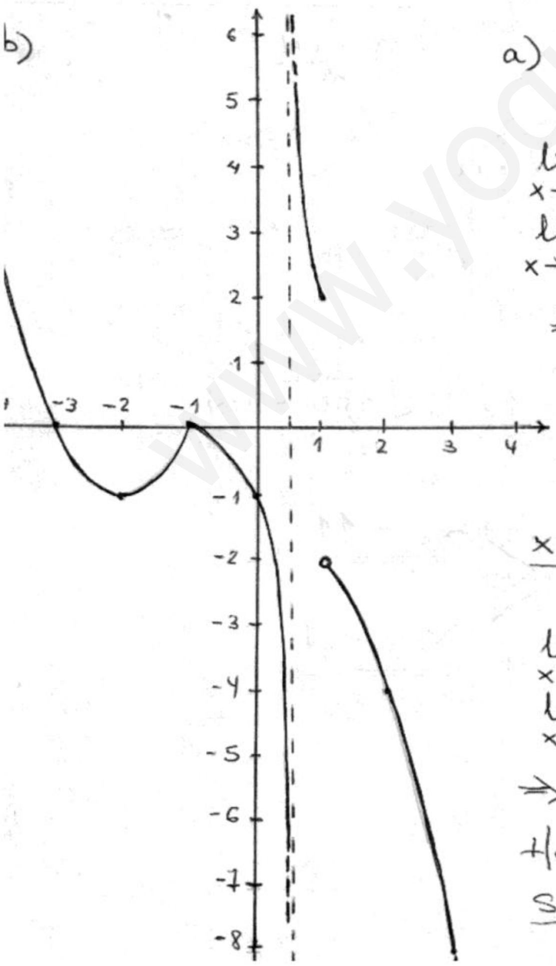
$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$ Punto de corte eje Y: $(0, 2)$

d)



2)

b)



a) $x = -1$

$f(-1) = 0$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} (x^2 + 4x + 3) = 0 \\ \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x+1}{2x-1} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to -1} f(x) = 0$

Entonces $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = f(-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ f es CONTINUA en $x = -1$

$x = 1$

$f(1) = 2$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x+1}{2x-1} = 2 \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (-2^x) = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x \to 1} f(x)$

$\Rightarrow$ f NO ES CONTINUA en $x = 1$.

Hay una discontinuidad de SALTO FINITO.

www.yoquieroaprobar.es

3) a) $\ln\dfrac{xy^3}{\sqrt{y^3}} = \ln(xy^3) - \ln\sqrt{y^3} = \ln x + \ln y^3 - \ln y^{\frac{3}{2}} =$

$= \ln x + 3\ln y - \frac{3}{2}\cdot\ln y = 0{,}2345 + 3\cdot 0{,}3456 - \frac{3}{2}0{,}3456 =$

$= 0{,}2345 + 1{,}0368 - 0{,}5184 = \underline{\underline{0{,}7529}}$

b) $\log_3\sqrt{27} - \log_3\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = \log_3\sqrt{3^3} - \log_3\left(\dfrac{1}{3^{1/2}}\right) =$

$= \log_3 3^{3/2} - \log_3 3^{-1/2} = \log_3\dfrac{3^{3/2}}{3^{-1/2}} = \log_3 3^2 = \underline{\underline{2}}$

c) $\log_a\dfrac{6}{\sqrt[3]{6}} = \dfrac{2}{3}$ Por definición se tiene:

$a^{\frac{2}{3}} = \dfrac{6}{\sqrt[3]{6}}$. Pero $\dfrac{6}{\sqrt[3]{6}} = \dfrac{6}{6^{1/3}} = 6^{1-\frac{1}{3}} = 6^{\frac{2}{3}}$

Entonces $a^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \underline{\underline{a = 6}}$

4) $\log x^2 - \log\left(\dfrac{10x+11}{10}\right) = 1 \Rightarrow \log\left(\dfrac{x^2}{\frac{10x+11}{10}}\right) = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \log\dfrac{10x^2}{10x+11} = 1 \Rightarrow \dfrac{10x^2}{10x+11} = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10x^2 = 100x + 110 \Rightarrow 10x^2 - 100x - 110 = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{x^2 - 10x - 11 = 0}}$

$x = \dfrac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4\cdot 1\cdot(-11)}}{2\cdot 1} = \dfrac{10 \pm \sqrt{100+44}}{2} =$

$= \dfrac{10 \pm \sqrt{144}}{2} = \dfrac{10 \pm 12}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1 = 11}} \\ \underline{\underline{x_2 = -1}} \end{cases}$

www.yoquieroaprobar.es