Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Estudia la continuidad de la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x+2} & si \quad x<-1 \\ 3 & si \quad x=-1 \\ x^2-2 & si \quad -1<x<3 \\ \dfrac{4}{x-1}+5 & si \quad x\geq 3 \end{cases}$ en los puntos $x=-1$ y $x=3$.

Caso de que no sea continua en alguno de ellos explica el tipo de discontinuidad. **(2 puntos)**

2. Calcula los siguientes límites **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2+5x-10}{3x^3-6x^2-3x+6}$ **b)** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x^4-3x^5+7}{6x^3+5x^4-2x^2-x+2}$

3. Dada la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x-2}$, contesta a los siguientes apartados:

a) Halla los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
b) Halla las asíntotas verticales y horizontales. **(1 punto)**
c) Realiza una representación gráfica aproximada de la función. **(0,5 puntos)**

4. Calcula la derivada de la función $f(x)=\dfrac{-2x^3+1}{3x-1}$ en el punto $x=2$. **(1 punto)**

5. El consumo de carburantes, en litros, de una flota de camiones a lo largo de un día es el que muestra la tabla siguiente:

Consumo	(0, 10]	(10, 20]	(20, 30]	(30, 40]	(40, 50]	(50, 60]	(60, 70]
Camiones	10	11	11	13	20	15	10

a) Halla la mediana y la moda. **(1 punto)**
b) Halla media, la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**

6. La altura en centímetros de una determinada planta, después de cierto número de semanas de vida, viene expresada en la siguiente tabla

Nº de semanas (X)	1	2	3	4	5	6
Altura de la planta en cm. (Y)	3	3	8	13	19	26

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal, interpretando el resultado. **(1 punto)**
b) Halla la recta de regresión de Y sobre X. ¿Qué altura tendrá la planta pasadas 8 semanas? **(1 punto)**

(1) $\underline{x=-1}$: $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} \frac{x}{x+2} = -1$
$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} (x^2-2) = -1$ $\Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x) = -1$, pero

$f(-1) = 3 \neq \lim_{x\to -1} f(x) \Rightarrow$ $\underline{f \text{ no es continua en } x=-1}$: discontinuidad evitable.

$\underline{x=3}$: $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} (x^2-2) = 7$
$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} \left(\frac{4}{x-1}+5\right) = 7$ $\Rightarrow \lim_{x\to 3} f(x) = 7 = f(3)$

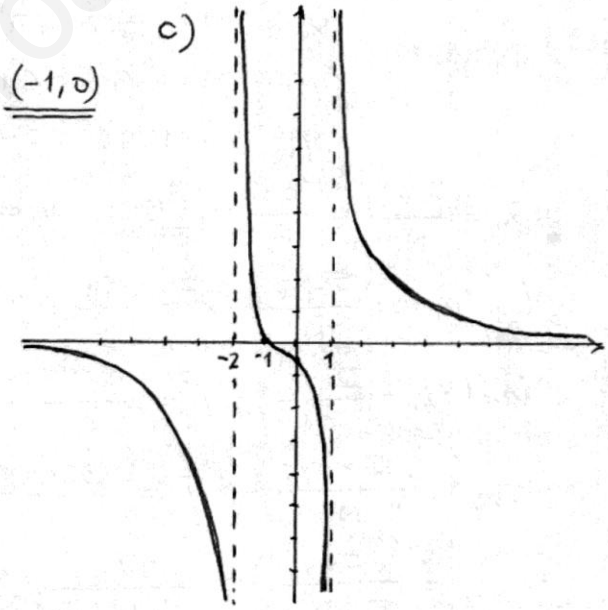
$\Rightarrow$ $\underline{f \text{ es continua en } x=3}$.

(2) a) $\lim_{x\to 1} \frac{5x^2+5x-10}{3x^3-6x^2-3x+6} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(5x+10)}{(x-1)(3x^2-3x-6)} =$

$= \lim_{x\to 1} \frac{5x+10}{3x^2-3x-6} = \frac{15}{-6} = \underline{\underline{-\frac{15}{6}}}$

b) $\lim_{x\to -\infty} \frac{3x^4-3x^5+7}{6x^3+5x^4-2x^2-x+2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = +\infty$ (grado numerador mayor que grado denominador: se estudian los signos de los monomios de mayor grado).

c)



(3) a) Eje X: $y=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$: $\underline{\underline{(-1,0)}}$

Eje Y: $x=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$: $\underline{\underline{\left(0,-\frac{1}{2}\right)}}$

b) $x^2+x-2=0 \Rightarrow x_1 = 1$; $x_2 = -2$

* $\lim_{x\to -2} \frac{x+1}{x^2+x-2} = \frac{-1}{0} = \infty =$

$= \begin{cases} -\infty & \text{si } x\to -2^- \\ +\infty & \text{si } x\to -2^+ \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{x=-2 \text{ es A. V.}}}$

* $\lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x^2+x-2} = \frac{2}{0} = \infty =$

$= \begin{cases} -\infty & \text{si } x\to 1^- \\ +\infty & \text{si } x\to 1^+ \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{x=1 \text{ es A. V}}}$

* $\lim_{x\to \infty} \frac{x+1}{x^2+x-2} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{y=0 \text{ es A. H.}}}$

(4) $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{\frac{-2x^3+1}{3x-1}-(-3)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{\frac{-2x^3+1}{3x-1}+3}{x-2} =$

$= \lim_{x\to 2} \frac{-2x^3+9x-2}{(x-2)(3x-1)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(-2x^2-4x+1)}{(x-2)(3x-1)} =$

$= \lim_{x\to 2} \frac{-2x^2-4x+1}{3x-1} = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f'(2) = -3}}$

5

	f_i	x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$	F_i
[0,10]	10	5	50	250	10
(10,20]	11	15	165	2475	21
(20,30]	11	25	275	6875	32
(30,40]	13	35	455	15925	$45 = \frac{N}{2}$
(40,50]	20	45	900	40500	65
(50,60]	15	55	825	45375	80
(60,70]	10	65	650	42250	90
	90		3320	153650	

a) $Me = e_{i-1} + \dfrac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{F_i - F_{i-1}} \cdot a_i = 40 + \dfrac{45-45}{65-45} \cdot 10 = \underline{\underline{40}}$

$Mo = e_{i-1} + \dfrac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot a_i = 40 + \dfrac{20-13}{(20-13)+(20-15)} \cdot 10 = \underline{\underline{45'83}}$

b) $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{N} = \dfrac{3320}{90} = \underline{\underline{36'89}}$.

$Var(X) = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{N} - \overline{x}^2 = \dfrac{153650}{90} - 36'89^2 = \underline{\underline{346'35}}$

$\sigma_x = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{346'35} \cong \underline{\underline{18'61}}$

6

Nº semanas (X)	1	2	3	4	5	6	21
Altura (Y)	3	3	8	13	19	26	72
x_i^2	1	4	9	16	25	36	91
y_i^2	9	9	64	169	361	676	1288
$x_i y_i$	3	6	24	52	95	156	336

$\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{N} = \dfrac{21}{6} = \underline{\underline{3'5}}$; $\overline{y} = \dfrac{\sum y_i}{N} = \dfrac{72}{6} = \underline{\underline{12}}$

$Var(X) = \dfrac{\sum x_i^2}{N} - \overline{x}^2 = \dfrac{91}{6} - 3'5^2 = \underline{\underline{2'92}} \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2'92} \cong \underline{\underline{1'71}}$

$Var(Y) = \dfrac{\sum y_i^2}{N} - \overline{y}^2 = \dfrac{1288}{6} - 12^2 = \underline{\underline{70'67}} \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{70'67} \cong \underline{\underline{8'41}}$

$\sigma_{xy} = \dfrac{\sum x_i y_i}{N} - \overline{x}\,\overline{y} = \dfrac{336}{6} - 3'5 \cdot 12 = \underline{\underline{14}}$

a) $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \dfrac{14}{1'71 \cdot 8'41} \cong \underline{\underline{0'973}}$; correlación fuerte positiva

b) $y = \overline{y} + \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \overline{x}) \Rightarrow y = 12 + \dfrac{14}{2'92}(x - 3'5)$

$\Rightarrow y = 12 + 4'79x - 16'78 \Rightarrow \underline{\underline{y = 4'79x - 4'78}}$

La altura que tendrá la planta pasadas 8 semanas será:

$y = 4'79 \cdot 8 - 4'78 \Rightarrow \underline{\underline{y = 33'54 \text{ cm}}}$