Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Dada la función f(x) = $f(x)=\begin{cases} \dfrac{-1}{x} & \text{si} \quad x<-1 \\ x+1 & \text{si} \quad -1\leq x<1 \\ -2x^2+kx & \text{si} \quad x\geq 1 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de *f* en el punto $x=-1$. **(0,5 puntos)**

b) Hallar el valor de *k* para que *f* sea continua en $x=1$. **(1 punto)**

c) Para el valor de *k* hallado en el apartado anterior, representa gráficamente la función *f*. **(1 punto)**

2. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{4x^3}{\sqrt[4]{x}}$ **(0,5 puntos)**

b) $y=\dfrac{2x^3-x+1}{3x^2-1}$ **(0,5 puntos)**

c) $y=\sqrt{x^3-x+2}$ **(0,5 puntos)**

3. Sea la función $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$. Calcula:

a) El dominio y los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**

b) Las asíntotas. **(0,5 puntos)**

c) Los intervalos donde la función es estrictamente creciente y estrictamente decreciente. Hallar asimismo los máximos y mínimos relativos de la función. **(1 puntos)**

d) Representación gráfica. **(1 punto)**

4. A un grupo de 30 personas se les ha tomado el número de pulsaciones por minuto (ritmo cardíaco), obteniéndose los resultados que muestran la siguiente tabla:

Pulsaciones	(50, 56]	(56, 62]	(62, 68]	(68, 74]	(74, 80]	(80, 86]	(86, 92]
Personas	1	1	4	9	6	5	4

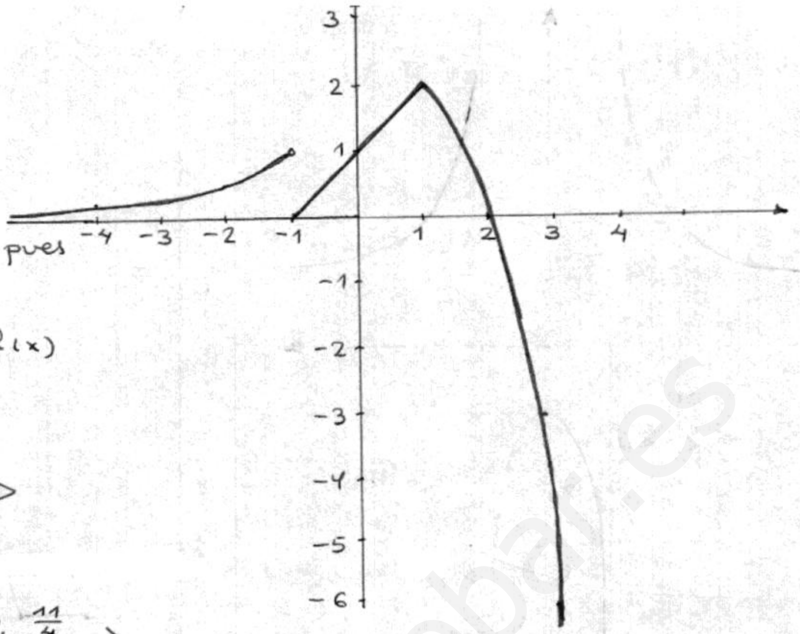
a) Dibujar el histograma y el polígono de frecuencias. **(0,5 puntos)**

b) Calcular la media aritmética, la mediana y la moda. **(1 punto)**

c) Calcular la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**

d) Calcular el coeficiente de variación e interpretar el resultado. **(0,5 puntos)**

TERCERA EVALUACIÓN



1 a) $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \frac{-1}{-1} = 1$

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = -1+1 = 0$

f no es continua en $x=-1$ pues $\lim_{x\to -1^-} f(x) \neq \lim_{x\to -1^+} f(x)$ y por tanto no existe $\lim_{x\to -1} f(x)$

Hay una DISCONTINUIDAD DE SALTO de longitud 1.

b) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow$

$2 = -2 + k \Rightarrow \underline{k=4}$

2 a) $y = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{x}} = \frac{4x^3}{x^{1/4}} = 4x^{\frac{11}{4}} \Rightarrow$

$y' = 4\cdot\frac{11}{4}x^{11/4-1} = 11x^{7/4} = 11\sqrt[4]{x^7} = \underline{\underline{11x\sqrt[4]{x^3}}}$

b) $y' = \frac{(6x^2-1)(3x^2-1)-(2x^3-x+1)6x}{(3x^2-1)^2} = \frac{18x^4-6x^2-3x^2+1-12x^4+6x^2-6x}{(3x^2-1)^2}$

$= \underline{\underline{\frac{6x^4-3x^2-6x+1}{(3x^2-1)^2}}}$

c) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3-x+2}}\cdot(3x^2-1) = \underline{\underline{\frac{3x^2-1}{2\sqrt{x^3-x+2}}}}$

3 a) $x^2-1=0 \iff x=\pm 1 \Rightarrow \text{Dom} f = \mathbb{R}-\{1,-1\}$

Puntos de corte eje X: $y=0 \iff x^2+1=0$ (que no tiene solución).

No hay puntos de corte con el eje X.

Puntos de corte eje Y: $x=0 \Rightarrow y=-1$: $\underline{\underline{(0,-1)}}$

b) Horizontales: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x^2-1} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$ es la asíntota horizontal

Verticales: $\lim_{x\to 1} f(x) = \infty$ y $\lim_{x\to -1} f(x) = \infty \Rightarrow \underline{\underline{y=1}}$, $\underline{\underline{y=-1}}$ son las asíntotas verticales.

c) $f'(x) = \frac{2x(x^2-1)-(x^2+1)2x}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^3-2x-2x^3-2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$

$f'(x)=0 \iff -4x=0 \iff x=0$ (POSIBLE EXTREMO RELATIVO)

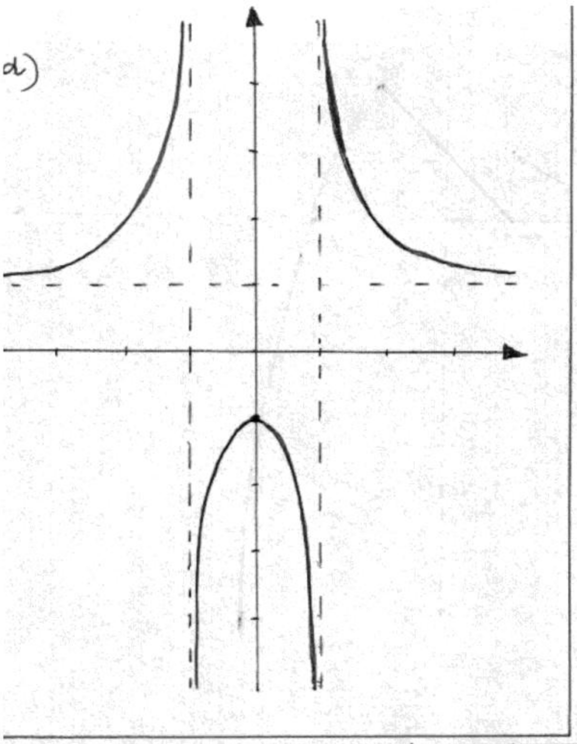
f'	$+$		$+$		$-$		$-$
	$\nearrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	1	$\searrow$

Entonces: $x=0$ es un MÁXIMO RELATIVO $(0,-1)$.

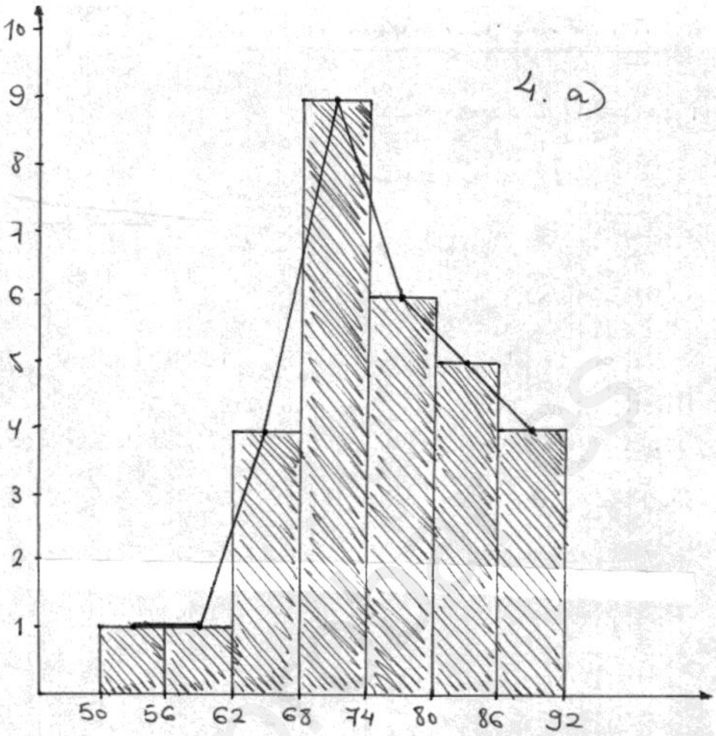
f es estrictamente creciente en $(-\infty, 0)$

f es estrictamente decreciente en $(0, +\infty)$

d)



4. a)



4)

	x_i	n_i	N_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
(50, 56]	53	1	1	53	2809
(56, 62]	59	1	2	59	3481
(62, 68]	65	4	6	260	16900
(68, 74]	71	9	15	639	45369
(74, 80]	77	6	21	462	35574
(80, 86]	83	5	26	415	34445
(86, 92]	89	4	30	356	31684
		30		2244	170262

b) $\bar{x} = \dfrac{\sum n_i x_i}{N} =$

$$= \frac{2244}{30} = \underline{\underline{74'8}}$$

$$\frac{N}{2} = 15$$

$$Me = e_{i-1} + \frac{N/2 - N_{i-1}}{N_i - N_{i-1}} \cdot a_i = 68 + \frac{15 - 6}{15 - 6} \cdot 6 = \underline{\underline{74}}$$

$$Mo = e_{i-1} + \frac{n_i - n_{i-1}}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})} = 68 + \frac{9 - 4}{(9-4)+(9-6)} \cdot 6 = \underline{\underline{71'75}}$$

c) $Var(x) = \sigma^2 = \dfrac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \dfrac{170262}{30} - 74'8^2 = \underline{\underline{80'36}}$

$$\sigma = +\sqrt{Var(x)} = +\sqrt{80'36} = \underline{\underline{8'96}}$$

d) $CV = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{8'96}{74'8} = 0'12$. Como el coeficiente de variación es muy cercano a cero, la distribución de los datos es muy homogénea: la media (74'8 pulsaciones por minuto) representa muy bien a la población.