Julio Rey-Pastor
1888-1962

IES REY PASTOR   EXAMEN DE MATEMÁTICAS 1ºBAC CCSS

NOMBRE ……………………………………………………………….

2ª EVALUACIÓN   4 de Marzo de 2013   NOTA: …………

EJERCICIO 1(*0,5 + 1'5 puntos*) **a) En la cuadrícula de la izquierda representa la función**

$$f(x) = \begin{cases} -2 & si \;\; x < -2 \\ x+1 & si \;\; -2 \le x < 1 \\ 1-2x & si \; x \ge 1 \end{cases}$$

b) Escribe la expresión analítica de g(x) = f(|x-1|) y representala en la cuadrícula de la derecha.

EJERCICIO 2 *(1,75 puntos)* **Halla las asíntotas de la función** $f(x) = \frac{4x^2-1}{2-x}$ **y haz una representación aproximada de la misma a partir de éstas, de su dominio y de los cortes con los ejes.** ***(Cuadrícula a la vuelta de la hoja)***

EJERCICIO 3 *(1,25+0,25 puntos)* **El coste total de fabricación de x unidades de cierto artículo es** $C(x) = 3x^2+5x+75$ **euros. El coste medio por unidad es** $M(x) = \frac{C(x)}{x}$ **euros.**

a) **¿Cuántas unidades se deben fabricar para que el coste medio por unidad sea mínimo?**
b) **Calcula C(x) y M(x) para ese valor de x.**

EJERCICIO 4 *(0,75 + 0,75 puntos)*

a) **Halla la curvatura y los puntos de inflexión de la función** $f(x) = 4x^3 - 2x^4$
b) **Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x = -1.**

EJERCICIO 5 *(0,75 + 0,5 + 0,5 puntos)*

a) **Halla la derivada de** $f(x) = 3x^2 -2x-4$ **utilizando la definición de derivada como límite.**

b) Uiliza las reglas de derivación para hallar las derivas de las siguientes funciones y expresa el resultado en la forma más simplificada posible:

$$\mathbf{g(x)} = \frac{3x^2}{(2x-1)^4} \qquad\qquad \mathbf{h(x)} = \sqrt{x}.\ln\sqrt{x}$$

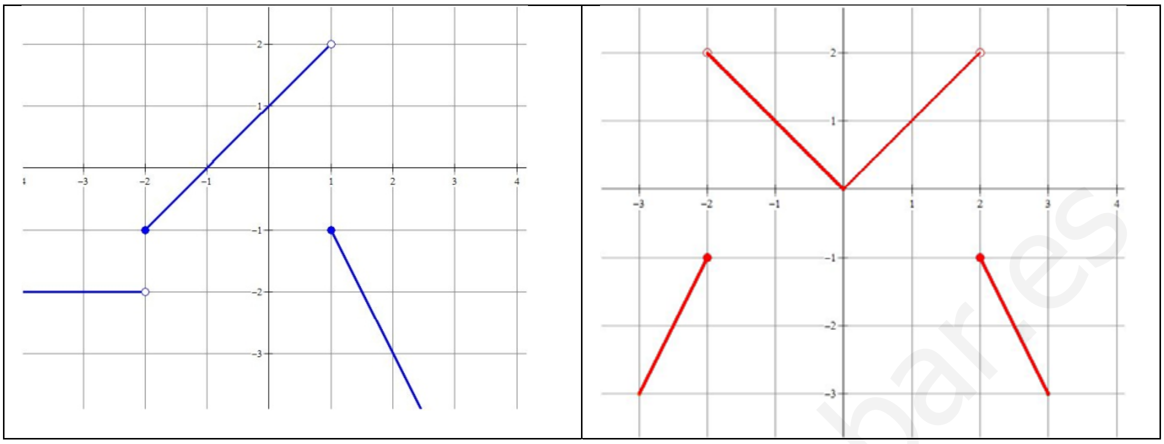
EJERCICIO 6 Halla a y b para que f(x) sea continua en x = -2 y en x = 1 *(1'5 punto)*

$$\mathbf{f(x)} = \begin{cases} ax^2 - 1 & si\ x \le -2 \\ bx + 3a & si\ -2 < x \le 1 \\ 2 + lnx & si\ x > 1 \end{cases}$$

GRÁFICA EJERCICIO 2

SOLUCIONES

EJERCICIO 1



La función y = f(|x-1|) tiene cuatro tramos

TRAMO 1: m = 2 P (-2, - 1) y + 1 = 2 (x + 2) → y = 2x + 3

TRAMO 2 : m = -1 P (0, 0) y = - x

TRAMO 3 : m = 1 P (0, 0) y = x

TRAMO 4: m = -2 P (2, -1) y +1 = -2(x – 2) → y = -2x + 3

Así pues, f(|x-1|) = $\begin{cases} 2x+3 \quad si \ x \ \leq -2 \\ -x \quad si -2 \ < x \leq 0 \\ x \quad si \ 0 < x < 2 \\ -2x+3 \ si \ x \ \geq 2 \end{cases}$

EJERCICIO 2 y = $\frac{4x^2-1}{2-x}$

Asíntotas verticales: x = 2

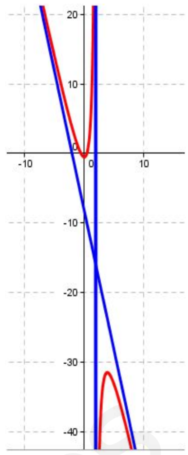
$$\lim_{x\to 2^-} \frac{4x^2-1}{2-x} = \infty$$ **ya que para x = 1,999 y = 14984**

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{4x^2-1}{2-x} = -\infty$$ **ya que para x = 2,001 y =-15016**

Asíntotas horizontales: No hay ya que

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2-1}{2-x} = \lim_{x\to\infty} \frac{4x^2}{-x} = \lim_{x\to\infty} -4x = -\infty$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2-1}{2-x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2}{-x} = \lim_{x\to -\infty} -4x = +\infty$$



<u>Asíntotas oblicuas:</u> m = $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{4x^2-1}{2x-x^2} = -4$ n = $\lim_{x\to\pm\infty} (\frac{4x^2-1}{2-x} + 4x) =$

$$\lim_{x\to\pm\infty} (\frac{4x^2-1}{2-x} + \frac{4x(2-x)}{2-x}) = \lim_{x\to\pm\infty} (\frac{4x^2-1+8x-4x^2}{2-x}) = -8$$

La asíntota oblicua es y = -4x – 8

El dominio de la función es R – {2}

Cortes con los ejes:

Eje Y : si x = 0 y = - ½

Eje Y : si y = 0, $4x^2 - 1 = 0$, $x^2 = 1/4$, x = ½ , x = -1/2

EJERCICIO 3

M(x) = $\frac{3x^2+5x+75}{x}$ M'(x) = $\frac{(6x+5)x-1(3x^2+5x+75)}{x^2} = \frac{6x^2+5x-3x^2-5x-75}{x^2}$

M'(x) = $\frac{3x^2-75}{x^2}$ El dominio de la función es R –{0} y M'(x) = 0 si $3x^2 - 75 = 0$; x = 5, -5

M'	+	I	-	o	-	I	+
		-5		0		5	
M	↗	I	↘	o	↘	I	↗

Mínimo si x = 5 unidades y el coste sería C(5) = 75 + 25 + 75 = 175 y el coste medio sería M(5) = 75/ 5 = 15 euros.

EJERCICIO 4

a) Y = $4x^3 - 2x^4$ y ' = $12x^2 - 8x^3$ y'' = $24x - 24x^2 = x(24 - 24x) = 0$ si x =0 y x = 1

y''	-	I 0	+	I1	-
Y	∩	I 0	U	I1	∩

Puntos de inflexión (0 , 0) y (1, 2)

b) Para x = -1, y = -4 – 2 = - 6 , y' = 12 + 8 = 20 y + 6 = 20(x + 1)

EJERCICIO 5

<u>a)</u> F'(x) =

$$\lim_{h\to 0} \frac{(3(x+h)^2-2(x+h)-4)-(3x^2-2x-4)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{3x^2+3h^2+6xh-2x-2h-4-3x^2+2x+4}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3h^2+6xh-2h}{h} = \lim_{h\to 0} 3h + 6x - 2 = 6x - 2$$

b)

g'(x) = $\dfrac{(3x^2)'(2x-1)^4-3x^2((2x-1)^4)'}{(2x-1)^8}$ = $\dfrac{6x(2x-1)^4-3x^2.4(2x-1)^3.2}{(2x-1)^8} = \dfrac{6x(2x-1)-24x^2}{(2x-1)^5}$ =

$\dfrac{-12x^2-6x}{(2x-1)^5}$

h'(x) = $(\sqrt{x})'\ln\sqrt{x} + \sqrt{x}(\ln\sqrt{x})'$ = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln\sqrt{x}$ + $\sqrt{x} \cdot \dfrac{1/2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln\sqrt{x}$ + $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

EJERCICIO 6

f(x) = $\begin{cases} ax^2 - 1 \text{ si } x \leq -2 \\ bx + 3a \quad \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2 + lnx \quad \text{si } x > 1 \end{cases}$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^+} f(x) \rightarrow \lim_{x\to -2}(ax^2 - 1) = \lim_{x\to -2}(bx + 3a)$ **(*)**

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \rightarrow \lim_{x\to 1}(bx + 3a) = \lim_{x\to 1}(2 + lnx)$ **(**)**

Calculando los límites, obtenemos:

(*) 4a – 1 = - 2b + 3a → a + 2b = 1 → a + 2b = 1

(**) b + 3a = 2 → 3a + b = 2 → -6a – 2b = -4

Sumando las ecuaciones : - 5a = -3 → a = 3/5 b = 2 – 9/5 = 1/5