APUNTES DE MATEMÁTICAS

1º BACHILLERATO

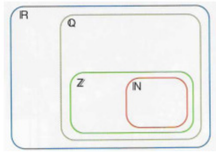
2013-2014

s3r4

1. TEMA 0:NÚMEROS REALES

1.1. CONJUNTOS NUMÉRICOS

ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES

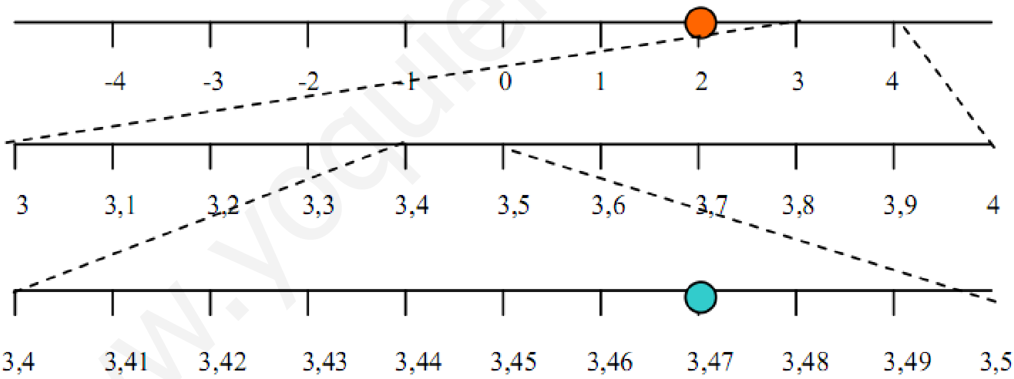


- REALES (R)
  - RACIONALES (Q)
    - ENTEROS (Z)
      - NATURALES (N) $\Rightarrow 0 ; 4 ; \frac{24}{6} ; \sqrt{81}$......
      - ENTEROS NO NATURALES (Enteros negativos) $\Rightarrow -11 ; \frac{-24}{4} ; \sqrt[3]{-8}$....
    - FRACCIONARIOS (Racionales no enteros)
      - Fracciones: $\frac{3}{4}, \frac{-5}{8}$...
      - Números decimales
        - Exactos: 0,31;...
        - Periódicos
          - Puros: $7,\widehat{1}$;...
          - Mixtos: $7,3\widehat{1}$,...
  - IRRACIONALES (I) $\Rightarrow \sqrt{2} ; -\sqrt{3} ; \sqrt[3]{5} ; \pi$, decimales no periódicos.....

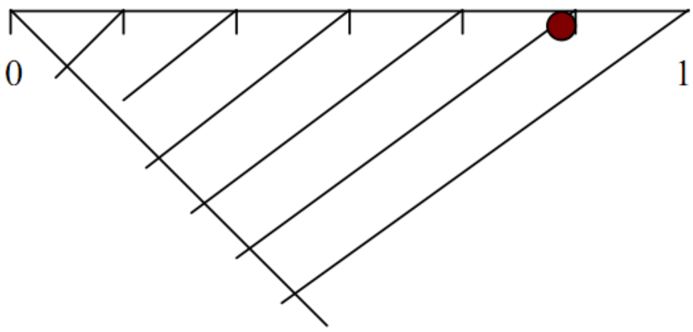
1.2. REPRESENTACIÓN SOBRE LA RECTA

La representación de un número real sobre la recta se hará de un modo u otro según el tipo de número que sea:

Entero o decimal exacto: 2; 3,47

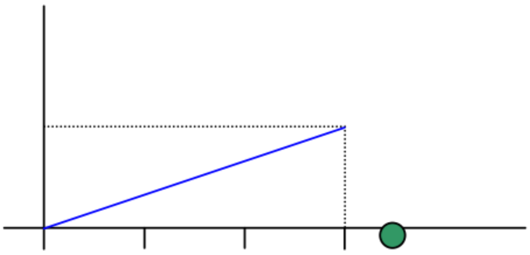


Decimal periódico: Puede expresarse en forma de fracción y, de este modo, se representa dividiendo cada unidad entre las partes que tenga el denominador y tomando tantas de esas partes como indique el numerador: 5/6, -8/5



Racional cuadrático: Construyendo triángulos rectángulos y teniendo el cuenta el

Teorema de Pitágoras: $\sqrt{2}\sqrt{6};\sqrt{10}$



1.3. INTERVALOS Y SEMIRECTAS.

1.3.1. INTERVALO ABIERTO DE EXTREMOS A Y B.

Es el conjunto de números comprendidos entre a y b, sin coger a éstos.
Se suelen representar de las siguientes formas:

(a,b) $\{ x \in R \ / \ a < x < b \}$

1.3.2. INTERVALO CERRADO DE EXTREMOS A Y B.

Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b incluyendo a éstos.
Se suelen representar de las siguientes formas:

[a,b] $\{ x \in R \ / \ a \le x \le b \}$

1.3.3. INTERVALO SEMIABIERTO O SEMICERRADO.

Son intervalos donde uno de sus extremos es abierto y el otro cerrado.
Se nos pueden presentar los siguientes casos:

(a,b], intervalo abierto en a y cerrado en b. Es el conjunto de números comprendidos entre a y b sin coger al a y tomando al b. Sus otras formas de representación son

$\{ x \in R \ / \ a < x \le b \}$

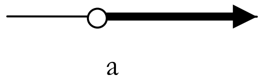
[a,b), intervalo cerrado en a y abierto en b. Es el conjunto de números comprendidos entre a y b, cogiendo al a y no al b.
Sus otras formas de representación son

$\{ x \in R \ / \ a \le x < b \}$

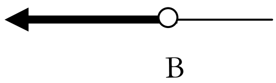
1.3.4. SEMIRECTAS.

Son intervalos donde uno de sus extremos es un número real y el otro es $\pm\infty$
Tenemos los siguientes casos:

$[a, \infty) \equiv \{ x \in R / a \le x \} \equiv$

$(a, \infty) \equiv \{ x \in R / a < x \} \equiv$ 

$(-\infty, b] \equiv \{ x \in R / x \leq b \} \equiv$ 

$(-\infty, b) \equiv \{ x \in R / x < b \} \equiv$ 

1.4. ENTORNOS

Se llama entorno de centro a y radio r, y se denota por Er(a) o E(a,r), al intervalo abierto (a-r, a+r).

Er(a) = (a-r, a+r)

Los entornos se expresan con ayuda del valor absoluto.

Er(0) = (-r, r) se expresa también |x|<0, o bien, -r < x < r.

Er(a) = (a-r, a+r) se expresa también |x-a|<0, o bien, a -r < x < a+r.

1.4.1. ENTORNO REDUCIDO

Se emplea cuando se quiere saber qué pasa en las proximidades del punto, sin que interese lo que ocurre en dicho punto.

E r(a) = { x (a-r, a+r), x ≠ a}*

1.5. VALOR ABSOLUTO.

Consideremos los números 5 y –5, estos dos números tienen el mismo valor sin el signo, o lo que es lo mismo, tienen el mismo valor absoluto.

El valor absoluto de un número a se designa por |a| y coincide con el número si este es positivo o con el opuesto si este es negativo

$$|a| = \begin{cases} a........si.....a \geq 0 \\ -a.....si....a < 0 \end{cases}$$

Tomemos por ejemplos

|3| = 3

|-3| = -(-3) = 3

|6| = 6

|-6| = -(-6) = 6

Observad que para eliminar las barras del valor absoluto, nos tenemos que fijar en el signo de lo que vaya dentro de las barras del valor absoluto. Si es positivo, queda igual y si es negativo, cambiamos el signo de lo que vaya dentro.

El problema se nos presenta cuando no conozcamos el signo. Por ejemplo, resolver la siguiente ecuación con valor absoluto

$$|x| = 3$$

Para resolverla, lo primero es quitar el valor absoluto. Debemos conocer el signo de lo de dentro (x). Como no conocemos el valor de x, no conocemos su signo, no podemos quitar el valor absoluto.

En estos casos se supone que lo de dentro del valor absoluto puede presentar los dos signos, luego el problema tiene doble solución.

Suponemos en primer lugar que $x > 0$ ê

$|x| = 3 \quad \Rightarrow x = 3$

Suponemos en segundo lugar que $x < 0$

$\Rightarrow |x| = 3 \quad \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

Ejemplo:

Hallar la solución (es) de la siguiente ecuación: |3x - 1|=5

Suponemos 3x - 1<0 $\Rightarrow$ -3x+1 = 5 $\Rightarrow$-3x = 4 $\Rightarrow x = \frac{-4}{3}$

Suponemos ahora 3x-1>0 $\Rightarrow$3x-1=5 $\Rightarrow$3x = 6 $\Rightarrow$ x = 2

1.6. PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS.

1.- $a^0 = 1$	2.- $a^1 = a$	3.- $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$
4.- $(a^n)^m = a^{n.m}$	5.- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$	6.- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
7.- $a^m : a^n = a^{m-n}$	8.- $(a.b.c)^d = a^d.b^d.c^d$	9.- $\left(\frac{a}{c}\right)^b = \frac{a^b}{c^b}$

Todo número entero que acabe en ceros, se puede expresar como producto del número sin los ceros, por una potencia de base 10 y exponente igual al número de ceros:

250.000.000 = 25 . 10^7 (notación científica)

Todo número decimal se puede expresar como producto del número sin la coma por una potencia de base 10 y exponente negativo igual al número de cifras decimales.

0’000025 = 25 . 10^{-6}

14’567 = 14567 . 10^{-3}

2. IGUALDADES NOTABLES.

1.- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	2.- $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
3.- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	4.- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
5.- $(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$	

Ejemplos:

$(\mathbf{x+5})^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

$(\mathbf{2x-5})^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25$

$(\mathbf{x^2-x+1})^2 = ((x^2-x)+1)^2 = (x^2-x)^2 + 1^2 + 2((x^2-x))1 =$

$= (x^2)^2 + (-x)^2 - 2x^2(-x) + 2(x^2-x) + 1 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

$(\mathbf{3x-2}) \cdot (\mathbf{3x+2}) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$

3. DEFINICIÓN DE RADICAL.

Dada la ecuación $x^n = a$, llamamos raíz n-ésima de a, a una de las soluciones de dicha ecuación, y que se simboliza por $\sqrt[n]{a}$, donde n es el índice de la raíz y a el radicando.

3.1. Propiedades de los radicales

1.- $\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$	**2.-** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	**3.-** $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$	**4.-** $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

3.2. Simplificación de radicales

Dado $\sqrt[n]{a^m}$, si n y m tienen divisores en común, podemos simplificar el radical, por ejemplo:

$$\sqrt[16]{2^{12}} = \sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3}$$

3.3. Reducción a índice común.

Obtener el índice común de varios radicales consiste en hallar el m.c.m. de los índices, dividir este mcm entre cada índice y el resultado multiplicarlo por el exponente del radicando.

Por ejemplo, reducir a índice común los siguientes radicales:

$$\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{7}$$

El mcm(2,3,6) = 6 ê $\sqrt[6]{2^3}$, $\sqrt[6]{3^2}$, $\sqrt[6]{7}$

3.4. Racionalizar.

Racionalizar una fracción consiste en eliminar las raíces del denominador de una fracción multiplicando el numerador y el denominador por una expresión adecuada. Dicha expresión va en función de la expresión del denominador. Podemos distinguir dos casos:

1.- $\dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \dfrac{a.\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m}.\sqrt[n]{b^{n-m}}} = \dfrac{a.\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^n}} = \dfrac{a.\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$

2.- $\dfrac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \dfrac{a\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)} = \dfrac{a\sqrt{b}+a\sqrt{c}}{b-c}$

Ejemplos: Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{5.\sqrt{5^{3-2}}}{\sqrt[3]{5^2}.\sqrt[3]{5^{3-2}}} = \frac{5.\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{5.\sqrt[3]{5}}{5} = \sqrt[3]{5}$$

$$\frac{7}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{7.\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)} = \frac{7\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{2-3} = -7\sqrt{2}-7\sqrt{3}$$

3.5. Extracción de factores de un radical.

Para extraer factores de un radical $\sqrt[n]{a^p}$, p debe ser mayor o igual que n. Se divide p entre n, el cociente nos dice cuántos factores salen y el resto nos indica cuántos se quedan:

$$\sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3^5} = 3.\sqrt[3]{3^2}$$

3.6. Introducción de factores en un radical.

Para introducir factores dentro de un radical, se eleva el factor al índice: Ej : $5.\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{5^4.2}$

3.6.1. Suma de radicales.

Para sumar o restar radicales, éstos deben ser semejantes, es decir, han de tener el mismo índice y el mismo radicando:

$$5.\sqrt{12} + 2.\sqrt{27} - 3\sqrt{75} = 5.\sqrt{2^2.3} + 2.\sqrt{3^3} - 3.\sqrt{5^2.3} = 5.2\sqrt{3} + 2.3\sqrt{3} - 3.5\sqrt{3} =$$

$=(10+6-15).\sqrt{3} = \sqrt{3}$

3.6.2. Producto y cociente de radicales

Para multiplicar y dividir radicales lo primero es reducir a índice común y, aplicando propiedades de radicales, reducir a un solo radical.

$$\frac{\sqrt{a.\sqrt[3]{a}}.\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^5}} = \frac{\sqrt{\sqrt[3]{a^3.a}}.\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^5}} = \frac{\sqrt[6]{a^4}.\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^5}} = \frac{\sqrt[12]{a^8}.\sqrt[12]{a^9}}{\sqrt[12]{a^5}} = \frac{\sqrt[12]{a^{17}}}{\sqrt[12]{a^5}} = \sqrt[12]{\frac{a^{17}}{a^5}} = \sqrt[12]{a^{12}} = a$$

4. CONCEPTO DE LOGARITMO.

Sea a un número real positivo, no nulo y distinto de 1, y A otro número positivo no nulo. Se llama logaritmo en base a del número A, al exponente x a que debe elevarse la base a para obtener el número A.

Se representa por

$$\log_a A = x \rightarrow a^x = A$$

Ejemplos

1.- Hallar los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 16 = x \rightarrow 2^x = 16 \rightarrow 2^x = 2^4 \rightarrow x = 4 \rightarrow \log_2 16 = 4$

b) $\log_{1/3} 9 = x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 9 \rightarrow 3^{-x} = 3^2 \rightarrow -x = 2 \rightarrow x = -2$

2.- Calcular: $\log_2 128$, $\log_3 \sqrt{243}$, $\log_5 \left(\frac{5}{\sqrt[3]{5}}\right)$

De la infinidad de bases que podemos elegir para un logaritmo, hay dos que son, en la práctica, los más utilizados, los de base a = 10 y base a = e .

Base 10: Los logaritmos de base a = 10, se llaman ***Logaritmos decimales***, y se suele representar de la siguiente forma

4.1. Log A en la calculadora

Estos logaritmos decimales se pueden obtener directamente con la calculadora, usando la tecla $\boxed{\text{log}}$. Por ejemplo, si deseamos calcular el valor de log 245, procederíamos de la siguiente forma

245 $\boxed{\text{log}}$ ➔ en la pantalla aparece 2'389166084 ➔ log 245 = 2'389166084

Base e: Se llaman ***logaritmos neperianos*** y se representan por

4.2. Ln A en la calculadora

Estos logaritmos también se obtienen directamente usando la calculadora y con la tecla $\boxed{\text{ln}}$, por ejemplo, si deseamos obtener el valor de ln 245, teclearíamos

245 $\boxed{\text{ln}}$ ➔ en la pantalla aparece 5'501258211

➔ ln 245 = 5'501258211

4.3. Propiedades de los logaritmos.

Las siguientes propiedades de los logaritmos son fundamentales para poder operar con los mismos.

Las propiedades de los logaritmos son las propiedades de las potencias.

1.- $\log_a a = 1 \rightarrow a^1 = a$	2.- $\log_a 1 = 0 \rightarrow a^0 = 1$

3.- $\log_a a^x = x \rightarrow a^x = a^x$ 4.- $a^{\log_a x} = x \rightarrow \log_a x = \log_a x$

5.- <u>Logaritmo de un producto</u> $\rightarrow \log_a(A.B) = \log_a A + \log_a B$

6.- <u>Logaritmo de un cociente</u> $\rightarrow \log_a \left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$

7.- <u>Logaritmo de una potencia</u> $\rightarrow \log_a A^n = n.\log_a A$

8.- <u>Logaritmo de una raiz</u> $\rightarrow \log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n}\log_a A$

Dominar estas propiedades, equivale a poder resover una gran cantidad de problemas.

Ejemplos:

1.- Hallar el valor de los siguientes logaritmos decimales sin usar la calculadora:

a) $\log \sqrt{10} = \frac{1}{2}\log 10 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

b) $\log 40 + \log 25 = \log(40.25) = \log 1000 = \log 10^3 = 3$

c) $\log 80 - \log 8 = \log\frac{80}{8} = \log 10 = 1$

2.- Descomponer los siguientes logaritmos en logaritmos simples:

a) $\log (x.y.z) = \log x + \log y + \log z$

b) $\log\left(\frac{x^3.y}{z^2}\right) = \log (x^3.y) - \log z^2 = \log x^3 + \log y - \log z^2 =$

$= 3.\log x + \log y - 2 \log z$

3.- Reducir a un solo logaritmo las siguientes expresiones

a) $3 \log A + 5\log B - 2 \log Z = \log A^3 + \log B^5 - \log Z^2 = =\log (A^3.B^5) - \log Z^2 = \log\left(\frac{A^3.B^5}{Z^2}\right)$

b) $\frac{3}{2} \log A + \log B + \frac{1}{2} \log Z = \log A^{3/2} + \log B + \log Z^{1/2} =$

$= \log \left(A^{3/2}.B.Z^{1/2}\right) =$ lob $\left(\sqrt{A^3}.B.\sqrt{Z}\right)$

4.- Sabiendo que log 2 = 0'3010, hallar el valor de los siguientes logaritmos

a) $\log 8 = \log 2^3 = 3.\log 2 = 3. 0'3010 = 0'9030$

b) $\log 5 = \log(10/2) = \log 10 - \log 2 = 1 - 0'3010 = 0'699$

c) $\log 0'125 = \log\left(\frac{125}{1000}\right) = \log 125 - \log 1000 =$ $=\log \left(\frac{1000}{8}\right) - \log 1000 = \log 1000 - \log 8 - \log 1000 = -\log 2^3 =$

$= -3.\log 2 = -3 \,.\, 0'3010 = -\,0'9030$

4.4. Cambio de base.

Conocido el logaritmo de un número en una base, se puede hallar en cualquier otra base.

Supongamos que conocemos el logaritmo de cierto número A en dos bases distintas a y b, es decir, conocemos

$\log_a A$ y $\log_b A$

Nos planteamos conocer la relación que hay entre ambos. Esta relación viene dada por la fórmula

$$\log_b A = \frac{\log_a A}{\log_a b}$$

Como consecuencia de esta última propiedad, se deduce que solamente necesitamos conocer los logaritmos en una sola base, los demás se obtienen aplicando el proceso anterior.

Para hallar un logaritmo en cualquier base, haremos un cambio a base 10, que sabemos hallar.

Hallar los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 40 = \frac{\log 40}{\log 3} = \frac{1'6021}{0'4771} = 3'3580$

b) $\log_2 13'567 = \frac{\log 13'567}{\log 2} = \frac{1'1325}{0'3010} = 3'7625$

5. EXPRESIONES ALGEBRÁICAS.ECUACIONES Y SISTEMAS

5.1. Operaciones con polinomios.

5.1.1. SUMA:

Para obtener la suma de dos polinomios P(x) y Q(x) se suman coeficientes a coeficientes de la misma potencia.

Por ejemplo, consideremos los polinomios:

$P(x)=5x^4+3x^3-3x^2+7x-1$ y $Q(x)=2x^3-5x+10$ ➔ $P(x)+Q(x) = 5x^4+5x^3-3x^2+2x+9$

5.1.2. PRODUCTO:

Dados dos polinomios P(x) y Q(x), para multiplicar P(x).Q(x), se multiplica cada monomio de P(x) con cada uno de los monomios de Q(x) y después sumar los de igual grado.

Por ejmplo, consideremos los polinomios :

$P(x)= 5x^4+3x^2+7x-2$ y $Q(x)= 2x^3+3x^2-1$

➔ $P(x).Q(x)= 10x^7+15x^6-5x^4+6x^5+9x^4-3x^2+14x^4+21x^3-7x-4x^3-6x^2+2 =$

$= 10x^7+15x^6+18x^4+6x^5+17x^3-9x^2+7x+2$

5.1.3. DIVISIÓN:

Dados dos polinomios P(x) y Q(x), para poder dividir P(x) entre Q(x), el grado de P(x) ha de ser mayor o igual que el de Q(x).

$$\begin{array}{l|l} P(x) & Q(x) \\ \hline & C(x) \\ R(x) & \end{array} \quad ➔ \; P(x) = Q(x).C(x)+R(x)$$

Consideremos los polinomios:

$P(x) = 4x^4-12x^3+7x-5$ y $Q(x)= 3x^2-6x$

Realicemos la división P(x):Q(x) ➔

$$➔ \begin{array}{l|l} 4x^4 - 12x^3 \quad + 7x - 5 & 3x^2 - 6x \\ \hline -4x^4 + 8x^3 & \frac{4}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3} \\ \hline \quad - 4x^3 & \\ \quad 4x^3 - 8x^2 & \\ \hline \quad\quad - 8x^2 + 7x & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8x^2 - 16x \\ \hline \quad - 9x - 5 \end{array}$$ ➔ $C(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$ y el resto es $R(x) = -9x-5$

<u>División por un monomio de la forma (x-a):</u>

Para realizar esta división aplicamos la Regla de Ruffini

Por ejemplo, realicemos la división $(x^3-2x^2+3x-5):(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & 3 & -5 \\ -2 & & -2 & 8 & -22 \\ \hline & 1 & -4 & 11 & \boxed{-27} \end{array}$$ ➔ $C(x) = x^2-4x+11$ y $R(x)=-27$

5.2. Descomposición Factorial.

Por ejemplo, factorizar el polinomio $P(x)= 3x^3-6x^2-3x+6$

➔ **Aplicamos Ruffini con los divisores de +6 que son : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$, y nos quedamos con los que den de resto 0.**

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -6 & -3 & 6 \\ 1 & & 3 & -3 & -6 \\ \hline & 3 & -3 & -6 & \boxed{0} \\ -1 & & -3 & 6 & \\ \hline & 3 & -6 & \boxed{0} & \\ 2 & & 6 & & \\ \hline & 3 & \boxed{0} & & \end{array}$$

➔ **$P(x) = (x-1).(x+1).(x-2).3$ siendo las raíces de $P(x)$ $x=1$, $x=-1$, $x=2$**

5.3. FRACCIONES ALGEBRAICAS.

DEF: Denominamos Fracción Algebraica al cociente de polinomios:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \quad \text{con } Q(x) \neq 0$$

Por ejemplo: $\frac{3x-5}{2x^2+x-1}$; $\frac{5}{7x^3-2x+3}$

5.3.1. SIMPLIFICAR FRACCIONES ALGEBRAICAS:

Para simplificar una fracción algebraica, hay que descomponer factorialmente los polinomios del numerador y del denominador, y después, eliminar los factores comunes de ambos.

Por ejemplo, simplificar la fracción:

$$\frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+3x^2+2x}=\frac{x.(x^2+5x+6)}{x.(x^2+3x+2)}=\frac{\cancel{x}.(\cancel{x+2}).(x+3)}{\cancel{x}.(\cancel{x+2}).(x+1)}=\frac{x+3}{x+1}$$

5.3.2. OPERACIONES:

Para sumar o restar fracciones algebraicas, procedemos como en la suma de fracciones numérica, reducimos a común denominador.

Por ejemplo, realizar la siguiente diferencia : $\frac{3x-1}{x^2+2x+1}-\frac{4x^2-1}{x^2-2x-3}$

Obtenemos la descomposición factorial de cada denominador:

$x^2+2x+1=(x+1).(x+1)=(x+1)^2$

$x^2-2x-3=(x+1).(x-3)$

➔ el mínimo común múltiplo es $(x+1)^2.(x-3)$

➔ $\frac{3x-1}{x^2+2x+1}-\frac{4x^2-1}{x^2-2x-3}=\frac{(x-3).(3x-1)-(x+1).(4x^2-1)}{(x+1)^2.(x-3)}=$

$=\frac{-4x^3-x^2-9x+4}{(x+1)^2.(x-3)}$

6. ECUACIONES

En la resolución de una ecuación conviene seguir los siguientes pasos:

1.- Quitar denominadores.

2.- Quitar paréntesis.

3.- Pasar las incógnitas a un miembro y los números al otro.

4.- Despejar la incógnita.

Ejemplos:

1.- Resolver la ecuación

$$\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-4}{10} = 2.(x-5)$$

=> 2.(3x+2) – 1.(4x – 4) = 20.(x – 5)

=> 6x + 4 – 4x + 4 = 20x –100 => -18x = -108

⇨ x = 6

6.1. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Las ecuaciones de 2º grado se reducen , utilizando las transformaciones en las ecuaciones, a la forma

$ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$
que es una ecuación completa de 2º grado en x.

La ecuación incompleta de 2º grado en x tienen la forma

1) $ax^2 = 0$ 2) $ax^2 + bx = 0$ 3) $ax^2 + c = 0$

Para resolver estas ecuaciones de 2º grado, aplicamos la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aunque las ecuaciones incompletas se pueden resolver directamente despejando x.

a) $ax^2 = 0$ => $x^2 = \frac{0}{a} = 0$ ⇨ $x = 0$

b) $ax^2 + bx = 0$ => $x(ax+b) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \end{cases}$

c) $ax^2 + c = 0$ => $ax^2 = -c$ $\Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a}$ $\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

<u>Ejemplos:</u>

Resolver las siguientes ecuaciones

a) $3x^2-48=0$ b) $x^2+3x=0$ c) $x^2+5x+6=0$ d) $\frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{2x} = 2$

El número de soluciones de una ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, pueden ser dos, una o ninguna. Para saber cuántas soluciones tiene una ecuación de segundo grado sin tener que resolverla, basta observar el valor de la expresión $b^2 - 4ac$, que se llama discriminante de la ecuación.

1.- Si $b^2 - 4ac > 0$ $\Rightarrow$ La ecuación tendrá dos soluciones distintas.

2.- Si $b^2 - 4ac = 0$ $\Rightarrow$ La ecuación una solución.

3.- Si $b^2 - 4ac < 0$ $\Rightarrow$ La ecuación no tiene solución.

6.2. ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR A DOS.

6.2.1. ECUACIONES BICUADRADAS.

Estas ecuaciones tienen la forma $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Para resolver estas ecuaciones hacemos un cambio de variable, llamaremos $z = x^2$.

La ecuación queda de la forma $az^2 + bz + c = 0$

que es de 2º grado y ya sabemos como hallar el valor z. Una vez hallada la z, se calcula el valor de x sin más que despejarla en la ecuación

$$x^2 = z \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{z}$$

Ejemplo.

1.- Resolver la ecuación $x^4 + 20x^2 - 576 = 0$

Llamamos

$$z = x^2 \quad \rightarrow \quad z^2 + 20z - 576 = 0$$

$$\rightarrow \quad z = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 2304}}{2} = \frac{-20 \pm 52}{2} = \begin{cases} z = 16 \\ z = -36 \end{cases}$$

Hallemos ahora el valor de x

1.- $z = 16 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

2.- $z = -36 \Rightarrow x^2 = -36 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-36} \notin R$ no hay solución.

2.- Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$ b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

3.- El área de un rectángulo mide 48 cm^2 y la diagonal mide 10 cm. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo?.

6.2.2. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE POLINOMIOS A LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR A DOS.

Supongamos que tenemos el polinomio $P(x)=x^3-4x^2+x+6$. Si igualamos dicho polinomio a cero, obtenemos una ecuación polinómica.

$$x^3-4x^2+x+6=0$$

Podemos aplicar todo lo estudiado con el cálculo de raíces de un polinomio, para calcular las soluciones de estas ecuaciones.

Para resolver la ecuación anterior podemos aplicar la factorización de polinomios, aplicamos la regla de Ruffini.

Los divisores de 6 son $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

	1	-4	1	6
-1		-1	5	-6
	1	-5	6	$\boxed{0}$

➔ $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ ➔ $(x+1).(x^2 - 5x + 6) = 0$ ➔

➔ $\left.\begin{matrix} x+1=0 \\ x^2-5x+6=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-1 \\ x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-24}}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-1 \\ x=3 \\ x=2 \end{matrix}\right\}$

<u>Ejemplos:</u>

1.- Resolver la ecuación $x^3-3x^2+2x=0$

Solución: **Sacamos factor común**

➔ $x(x^2-3x+2)=0$ ➔ $\left.\begin{matrix} x=0 \\ x^2-3x+2=0 \end{matrix}\right\}$ ➔ $\left.\begin{matrix} x=0 \\ x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-8}}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=0 \\ x=2 \\ x=1 \end{matrix}\right\}$

2.- Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $x^3-7x^2+3x=0$ b) $x^3-2x^2-9x+18=0$

6.3. ECUACIONES RACIONALES.

Hay veces que en una ecuación puede aparecer la variable x en el denominador. En estos casos se procede de forma similar a cuando trabajamos con fracciones algebraicas.

- **Se eliminan los denominadores.**
- **Se resuelve la ecuación.**
- **Las soluciones obtenidas se comprueban en la ecuación original. Las que la verifican on las soluciones buscadas.**

Ejemplos:

Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=3$$

Solución:

$$\frac{x.(x+1)}{(x-1).(x+1)}+\frac{2x.(x-1)}{(x-1).(x+1)}=\frac{3.(x-1).(x+1)}{(x-1).(x+1)} \rightarrow$$

$\rightarrow$ $x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3x^2 - 3$ $\rightarrow$ $-x = -3$ $\rightarrow$ $x = 3$

6.4. ECUACIONES IRRACIONALES.

Son aquellas ecuaciones donde la incógnita aparece, en alguno de sus términos, bajo el signo radical.

Lo primero que debemos hacer es aislar la raíz en un miembro y elevar al cuadrado ambos miembros de la ecuación. Si queda algún radical, repetimos el proceso. De esta forma, llegaremos a una ecuación del tipo de las anteriores, que ya sabemos cómo resolverlas.

1.- Resolver la ecuación

$$\sqrt{x+5}+\sqrt{x}=5$$

=> $\left(\sqrt{x+5}\right)^2=\left(5-\sqrt{x}\right)^2$ => $x + 5 = 25 + x - 10\sqrt{x}$

=> $-20 = -10\sqrt{x}$ => $2 = \sqrt{x}$ => $4 = x$

2.- Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $x + \sqrt{5x+10} = 8$ b) $7 + 2x = 1 + x + 3 + 2\sqrt{3+x}$

6.5. ECUACIONES EXPONENCIALES.

Una ecuación exponencial es aquella donde la incógnita aparece en el exponente.

Son ecuaciones exponenciales

$2^x = 8 \qquad 3^{x+2} + 81 = 0 \qquad 5^{2x} - 6.5^x + 5 = 0$

Para resolver estas ecuaciones distinguiremos dos apartados:

6.5.1. ECUACIONES DONDE LA INCÓGNITA APARECE EN UN SOLO EXPONENTE.

Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x+1} = 8$ **b) $4^{x+1} - 8 = 0$**

a) $2^{x+1} = 8 \rightarrow 2^{x+1} = 2^3 \rightarrow x+1 = 3 \rightarrow x = 2$

a) $4^{x-1} = 8 \rightarrow 2^{2x-2} = 2^3 \rightarrow 2x - 2 = 3 \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = 5/2$

Puede ocurrir que no podamos descomponer todos los miembros en potencias de la misma base, por ejemplo en:

$2^x = 127$

En estos casos, para despejar x, tomaremos previamente log

$\text{Log } 2^x = \log 127$

$\rightarrow \; x.\text{ Log } 2 = \log 127 \rightarrow x = \dfrac{\log 127}{lo2} = \dfrac{2'1038}{0'3010} = 0'6332$

6.5.2. ECUACIONES DONDE LA INCÓGNITA APARECE EN MÁS DE UNA POTENCIA.

Son ecuaciones de este tipo

$2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0, \qquad 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

En este tipo de ecuaciones, todas las potencias que tengan en el exponente la incógnita x, se descompone en potencias de la misma base. A continuación, y haciendo uso de las propiedades de las potencias, debemos conseguir que en el exponente aparezca tan sólo x. Posteriormente, hacemos un cambio de variables, llamamos z a la potencia que tiene en el exponente x, quedando una ecuación algebraica simple de resolver.

Ejemplo:

Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$ **b) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$**

a) $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$ ➔ $2^{x+3} + 2^{2x+2} - 320 = 0$ ➔

➔ $2^{x}.8 + 2^{2x} . 4 - 320 = 0$ ➔ $8.2^{x} + 4.(2^{x})^{2} - 320 = 0$

➔ llamamos $z = 2^{x}$ ➔ $8.z + 4. z^{2} - 320 = 0$

➔ $z^{2} + 2z - 80 = 0$

➔ $z = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+320}}{2} = \begin{cases} z_1 = 8 \\ z_2 = -10 \end{cases}$

➔ Una vez hallada z, hallamos x

1) $2^{x} = 8$ ➔ $2^{x} = 2^{3}$ ➔ $x = 3$

2) $2^{x} = -10$ ➔ no tiene solución.

b) $2^{x-1} + 2^{x} + 2^{x+1} = 7$ ➔ $\dfrac{2^{x}}{2} + 2^{x} + 2^{x}.2 = 7$ ➔

➔ llamamos $z = 2^{x}$ ➔ $\dfrac{z}{2} + z + 2z = 7$ ➔ $z + 2z + 4z = 14$ ➔

➔ $7z = 14$ ➔ $z = 2$ ➔ $2^{x} = 2$ ➔ $x = 1$

6.6. ECUACIONES LOGARÍTMICAS.

Resolver las siguientes ecuaciones:

a) log x + log (x+3) = 2.log(x+1)
b) 2.logx – 2. Log(x+1) = 0

a) $\log x + \log(x+3) = 2.\log(x+1)$ ➔ $\log(x^{2}+3x) = \log(x+1)^{2}$ ➔

➔ $x^{2} + 3x = x^{2} + 1 + 2x$ ➔ $3x - 2x = 1$ ➔ $-x = 1$ ➔ $x = -1$

b) $2.\log x - 2..\log(x+1) = 0$ ➔ $\log x^{2} - \log(x+1)^{2} = 0$ ➔

➔ $\log \dfrac{x^{2}}{x^{2}+2x+1} = \log 10^{0}$ ➔ $\dfrac{x^{2}}{x^{2}+2x+1} = 1$ ➔ $x^{2} = x^{2} + 2x + 1$ ➔

➔ $-2x = 1$ ➔ $x = -1/2$

6.7. SISTEMAS DE ECUACIONES . MÉTODO DE GAUSS.

6.7.1. ESTUDIAR EL CARÁCTER DE UN SISTEMA.

Todo sistema de ecuaciones puede presentar o no soluciones, y en caso de tener soluciones, puede tener una o muchas.

Los sistemas que tengan soluciones se dicen que son Sistemas Compatibles.
Si la solución es única, se llaman Sistemas Compatibles Determinados.
Si hay más de una solución se llaman Sistemas Compatibles Indeterminados. Los sistemas que no tiene solución se llaman Sistemas Incompatibles.

Estudiar el carácter de un sistema es estudiar su compatibilidad o incompatibilidad.

Ejemplos.

El sistema

$$\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ 5x+2y=12 \end{array}\right\}$$ es un SCD, pues tiene una única solución (2,1)

El sistema

$$\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=2 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} -4x+6y=-2 \\ ....4x-6y=2 \end{array}\right\}$$ ===> 0 = 0 => es un SCI, tiene infinitas soluciones

El sistema

$$\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=3 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} -4x+6y=-2 \\ ...4x-6y=3 \end{array}\right\}$$

0 = 1 Contradicción

es un S.I., sistema incompatible, no tiene solución.

6.7.2. MÉTODO DE GAUSS

El método de Gauss es el más apropiado cuando tenemos que resolver sistemas lineales con más de dos ecuaciones . En esencia, este método consiste en transformar el sistema inicial en otro equivalente de forma que este último sea más senciallo de resolver.

1.- Resolver mediante el método de Gauss el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2x-5y-4z=0 \\ x+3y-z=2 \\ x+2y+z=6 \end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} 2x-5y-4z=0 \\ x+3y-z=2 \\ x+2y+z=6 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_1\leftrightarrow E_2]{} \left.\begin{array}{l} x+3y-z=2 \\ 2x-5y-4z=0 \\ x+2y+z=6 \end{array}\right\} \xrightarrow[\substack{-2E_1+E_2 \\ -1E_1+E_3}]{} \left.\begin{array}{l} x+3y-z=2 \\ ..-11y-2z=-4 \\ .....-y+2z=4 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+3y-z=2 \\ ..-11y-2z=-4 \\ .....-y+2z=4 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_2\leftrightarrow E_3]{} \left.\begin{array}{l} x+3y-z=2 \\ ......-y+2z=4 \\ ..-11y-2z=-4 \end{array}\right\} \xrightarrow[-11E_2+E_3]{} \left.\begin{array}{l} x+3y-z=2 \\ ......-y+2z=4 \\ ....-24z=-48 \end{array}\right\}$$

➔ **z=2** ➔ **y=0** ➔ **x=4**

➔ **Solución (4,0,2)**

2.- Resolver los siguientes sistemas:

$$\left.\begin{array}{l} 3x-4y+2z=0 \\ 2x-3y+z=0 \\ 2x-y+3z=0 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} -2x-4y+7z=1 \\ 9x-y+3z=0 \\ -5x+3y-2z=-1 \end{array}\right\}$$

6.7.3. SISTEMAS NO LINEALES.

En general, el problema de la resolución de sistemas lineales casi nunca presenta demasiados problemas, pero con los sistemas no lineales, la cosa cambia. Resolver un sistema de ecuaciones no lineales es bastante complicado y laborioso. En este curso, vamos a limitarnos al estudio de algunos casos particulares.

Sistemas no lineales de dos ecuaciones en las cuales una ecuación es lineal y la otra es de segundo grado.

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y=5 \\ x^2-y^2=3 \end{array}\right\}$$

Para resolver este tipo de sistema, el método de sustitución es el más apropiado; se despeja una variable de la ecuación lineal y se sustituye en la ecuación no lineal, resultando una ecuación de segundo grado. Una vez resuelta esta ecuación, volvemos a la primera ecuación y obtenemos los valores de la otra variable.

$$\left.\begin{array}{l}3x + y = 5\\ x^2 - y^2 = 3\end{array}\right\} \Rightarrow \textbf{y=5-3x} \Rightarrow x^2 - (5-3x)^2 = 3 \Rightarrow x^2 - (25 + 9x^2 - 30x) = 3$$

$$\Rightarrow -8x^2 + 30x - 28 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 15x + 14 = 0 \Rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{225-224}}{8} = \begin{cases} x = 2 \\ x = \dfrac{7}{4} \end{cases}$$

➔ **si x=2** ➔ **y=-1** ➔ **Solución (2,-1)**

➔ **si** $x = \frac{7}{4}$ ➔ $y = -\frac{1}{4}$ ➔ **Solución** $\left(\frac{7}{4}, -\frac{1}{4}\right)$

6.8. INECUACIONES DE 1ER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Resolver la inecuación

$$2(x + 1) - 3(x - 2) < x + 6$$

➔ $2x + 2 - 3x + 6 < x + 6$ ➔ $2x - 3x - x < 6 - 2 - 6$

➔ $-2x < -2$ ➔ $x > 1$ ➔ $x > 1$

1 

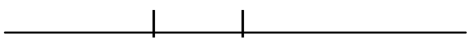
➔ La solución de la inecuación es $x \in (1, \infty)$

6.9. INECUACIONES DE 2º GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Resolver la inecuación $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

Hallamos las raíces de la ecuación $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$



1 2

Los tres intervalos en los que queda descompuesta la recta son $(-\infty, 1]$, $[1,2]$, $[2, \infty)$. Tomamos un valor de cada intervalo y lo sustituimos en la inecuación:

➔ x=0 ➔ $0^2 - 3.0 + 2 = 2$ ➔ no verifica la inecuación

➔ x=1'5 ➔ 1'25 – 4'5 + 2 = - 1'25 ≤ 0 ➔ si verifica la inecuación

➔ $x = 3$ ➔ $9 - 9 + 2 = 2$ ➔ no verifica la inecuación

➔ la solución es el intervalo $[1,2]$ ➔ $x \in [1,2]$

El poner corchete o paréntesis en los intervalos depende de si en la desigualdad aparece el signo igual o no.

6.9.1. INECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO SUPERIOR A DOS.

Resolver $\mathbf{x^3-x^2-6x < 0}$

Solución:

Tenemos que $x^3-x^2-6x = x.(x+2).(x-3) < 0$

	$-\infty$ a -2	-2 a 0	0 a 3	3 a ∞
x	-	-	+	+
x+2	-	+	+	+
x-3	-	-	-	+
	-	+	-	+

➔ La solución es $x \in (-\infty, 0) \cup (0,3)$

6.10. INECUACIONES FRACCIONARIAS.

Toda inecuación fraccionaria de primer grado con una incógnita se reduce a una expresión del tipo

$$\frac{ax+b}{cx+d} <,>,\leq,\geq 0$$

Veamos con un ejemplo cómo se resuelven estas inecuaciones:

Resolver la inecuación $\frac{2x-3}{x+1} > 1$

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Longrightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0 \Longrightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0$$

Hallamos los valores que nos anule el numerador (x=4) y el denominador (x=-1), y construimos la siguiente tabla

	$(-\infty,-1)$	$(-1,4)$	$(4,\infty)$
X – 4	-	-	+
X + 1	-	+	+

	+	-	+

En los intervalos, si la desigualdad no lleva el igual, se pondrán en todos paréntesis. Pero si la desigualdad es $\leq$ ó $\geq$, los números procedente del numerador llevarán corchetes y los del denominador paréntesis.

De cada intervalo tomamos un valor y lo sustituimos en las expresiones del numerador y denominador, apuntando el signo resultante. Al final aplicamos la regla de los signos. Si la desigualdad es < 0 ó ≤ 0 tomaremos como solución los intervalos donde haya quedado el signo (-). Si la desigualdad es > 0 ó ≥ 0, tomaremos como solución los intervalos donde haya quedado el signo (+).

En nuestro caso, la solución está en los intervalos $(-\infty,-1)\text{U}(4,\infty)$

6.11. SISTEMAS DE INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA.

Todo sistema formado por dos o más inecuaciones, recibe el nombre de sistema de inecuaciones.

Para resolverlo, resolvemos cada inecuación por separado, representamos gráficamente cada solución y tomamos como solución del sistema la zona común entre ellas.

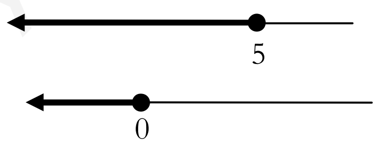
<u>Ejemplo.</u>

Resolver los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{matrix} 3x-7\leq 8 \\ 2x+2\leq 2\end{matrix}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{matrix} 3x\leq 15 \\ 2x\leq 0\end{matrix}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{matrix} x\leq 5 \\ x\leq 0\end{matrix}\right\}$

$x \leq 5$ ➔

$x \leq 0$ ➔

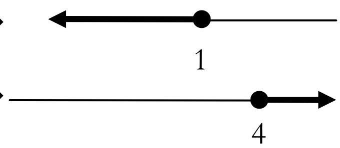


Si montamos un dibujo en el otro, la zona común es $(-\infty,0]$ ➔ solución.

b) $\left.\begin{matrix} 3x+5\leq 8 \\ 2x-5\geq 3\end{matrix}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{matrix} 3x\leq 3 \\ 2x\geq -8\end{matrix}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{matrix} x\leq 1 \\ x\geq 4\end{matrix}\right\}$

$x \leq 1$ ➔

$x \geq 4$ ➔



Si montamos una región sobre la otra, observamos que no hay zona común => el sistema no tiene solución.

EJERCICIOS CON SOLUCIÓN DE LOGARITMOS

1.- Calcular los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 4$ sol:2 b) $\log_2 64$ sol:6
c) $\log_2 128$ sol:7 d) $\log_2 ½$ sol:-1
e) $\log_2 1/4$ sol:-2 f) $\log_2 1/16$ sol:-4
g) $\log_2$ sol:1/2 h) $\log_2$ sol:3/2 2 8

2.- Calcular los siguientes logaritmos:

a) log 1 sol:0 b) log 10 sol:1
c) log 100 sol:2 d) log 1/10 sol:-1
e) log 1/1000 sol:-3 f) $\log \sqrt{10}$ sol:1/2
g) $\log \sqrt{100}$ sol:1

3.- Sabiendo que $\log_5 N = h$, determina el logaritmo en base 5 de N/125.
sol: h-3

4.- Hallar el valor de:
a) log 1000-log0.001+log 1/1000
b) log 7 + log 1/7
sol: a) 3 b) 0

5.- Despeja y en la igualdad log x + log y = log(x + y)

sol: $y = \dfrac{x}{x-1}$

6.- Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas
a) log x + log 50 = log 1000
b) log x = 1 + log(22-x)
c) 2 log x - log (x-16)=2
d) $\log x^3 = \log 6 + 2 \log x$
sol: a) x = 20 b) x = 20 c) :x=20 x=80 d) x=6

7.- Calcula el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a) $\log_2 \dfrac{1}{16} = x$; b) $\log_x 125 = 3$; c) $\log_3 x = 4$

sol: a) x = –4 b) x = 5 c) x =81

8.- Sabiendo que log a = 3 y log b = 5. Calcula:

a) $\log a \cdot b$ b) log a/b c) $\log a^{\log b}$ d) $\log \sqrt{a}$

sol: a) 8 b) –2 c) 15 d) 3/2