Dominio de una función

Ejercicio nº 1.-

Averigua cuál es el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{1}{3x - x^2}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

Ejercicio nº 2.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{x - 2}$

Ejercicio nº 3-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{2x}{(x-3)^2}$

b) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x - 2}}$

Ejercicio nº 4.-

Halla el dominio de definición de las funciones:

a) $y = \dfrac{2 + x}{x^2}$

b) $y = \sqrt{3x - 1}$

Ejercicio nº 5.-

Halla el dominio de definición de las funciones siguientes:

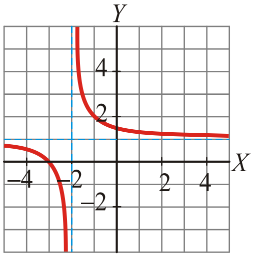
a) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$

b) $y = \dfrac{x + 1}{\sqrt{x}}$

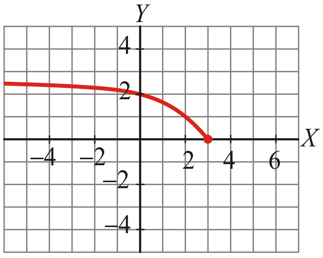
Ejercicio nº 6.-

Observando su gráfica, indica cuál es el dominio de definición de estas funciones:

a)



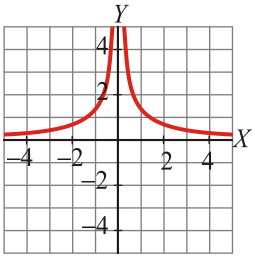
b)



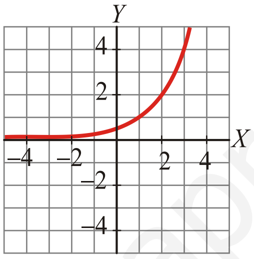
Ejercicio nº 7.-

Averigua el dominio de definición de las siguientes funciones, a partir de sus gráficas:

a)



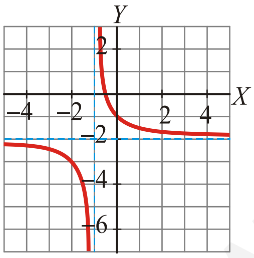
b)



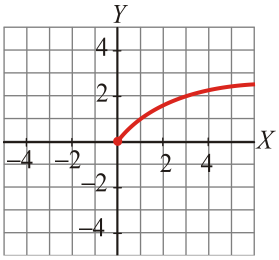
Ejercicio nº 8.-

A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



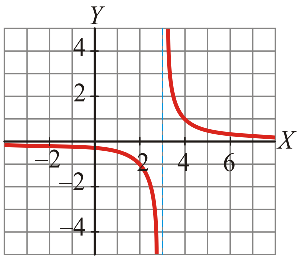
b)



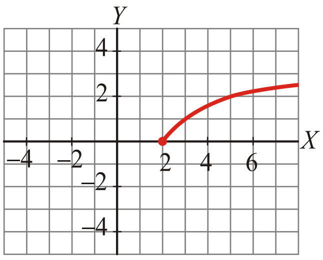
Ejercicio nº 9.-

A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



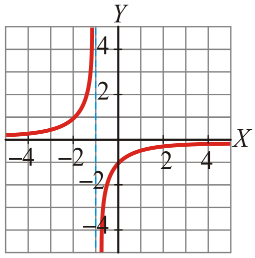
b)



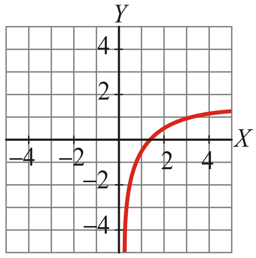
Ejercicio nº 10.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)

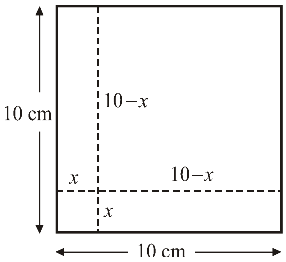


b)



Ejercicio nº 11.-

De un cuadrado de lado 10 cm se recorta una tira de x cm en la base y otra de la misma longitud en la altura, obteniéndose un nuevo cuadrado de lado $(10 - x)$:



El área de este nuevo cuadrado será:

$$A = (10 - x)^2$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Ejercicio nº 12.-

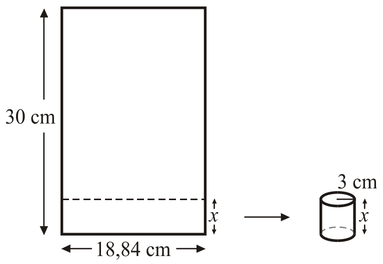
Las tarifas de una empresa de transportes son:

- **Si la carga pesa menos de 10 toneladas, 40 euros por tonelada.**
- **Si la carga pesa entre 10 y 30 toneladas, 30 euros por tonelada (la carga máxima que admiten es de 30 toneladas).**

Si consideramos la función que nos da el precio según la carga, ¿cuál será su dominio de definición?

Ejercicio nº 13.-

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura x:



El volumen del cilindro será:

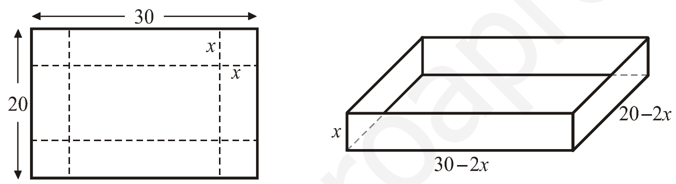
$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28{,}26\, x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

A una hoja de papel de 30 cm × 20 cm le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

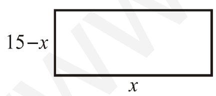
$$V = x(20 - 2x)(30 - 2x)$$



¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

<u>Ejercicio nº 15.-</u>

Vamos a considerar todos los rectángulos de 30 cm de perímetro. Si llamamos x a la longitud de la base, el área será:



$$A = x(15 - x)$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Funciones y gráficas

Ejercicio nº 16.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

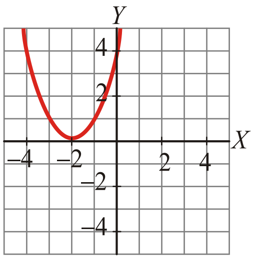
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x+2)^2$

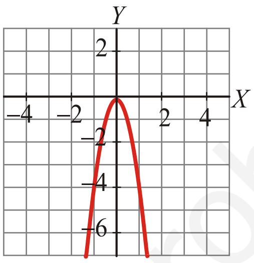
c) $y = -\dfrac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

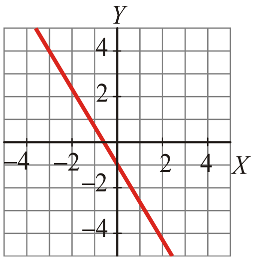
I)



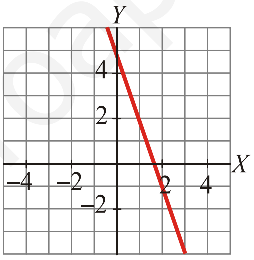
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 17.-

Asocia una de estas ecuaciones con cada una de las siguientes gráficas:

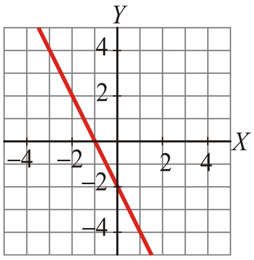
a) $y = -2(x+1)^2$

b) $y = -2(x+1)$

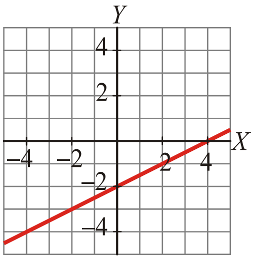
c) $y = 0,5x^2 - 2$

d) $y = 0,5x - 2$

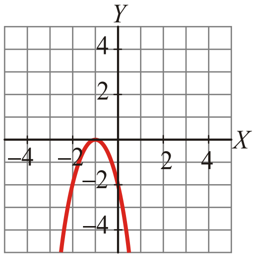
I)



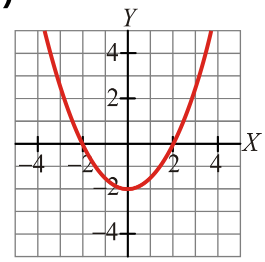
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 18.-

Asocia a cada una de estas gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

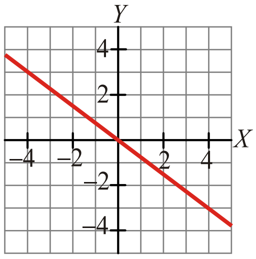
a) $y = \dfrac{-3x^2}{4}$

b) $y = \dfrac{-3x}{4}$

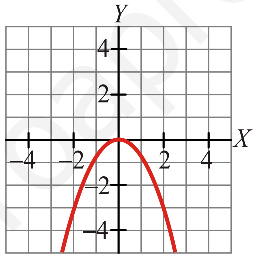
c) $y = 2x^2 - 2$

d) $y = 2x - 2$

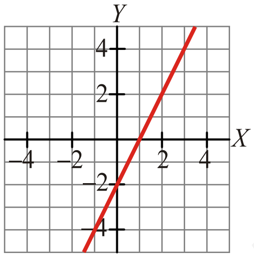
I)



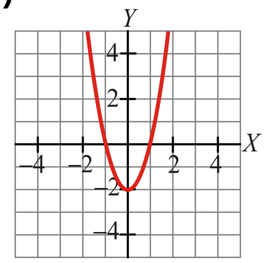
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 19.-

Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

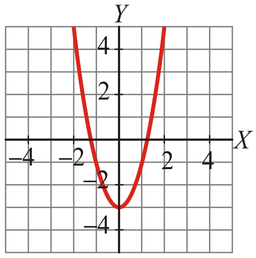
a) $y = \dfrac{2}{3}x$

b) $y = 2x^2 - 3$

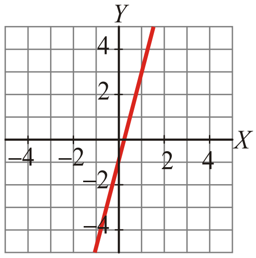
c) $y = 3{,}5x - 0{,}75$

d) $y = -x^2 + 4$

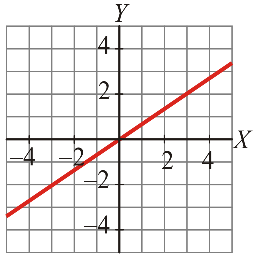
I)



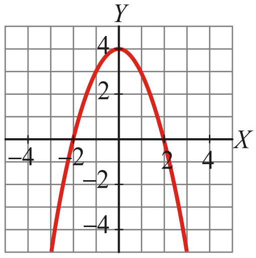
II)



III)



IV)



<u>Ejercicio nº 20.-</u>

Asocia cada ecuación con la gráfica correspondiente:

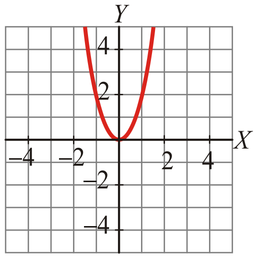
a) $y = 2x + 2$

b) $y = 2x^2$

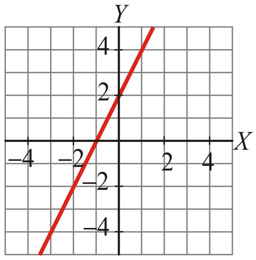
c) $y = 0{,}25x$

d) $y = 0{,}25x^2$

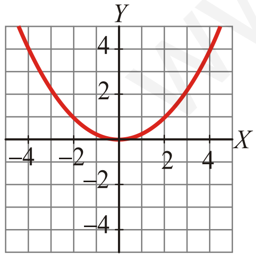
I)



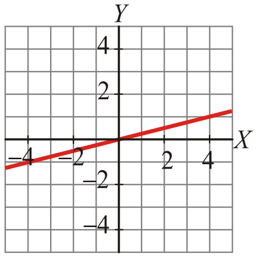
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 21.-

Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

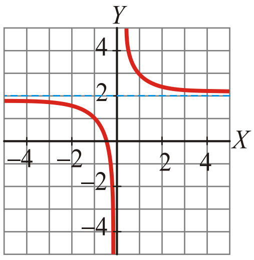
a) $y = \dfrac{1}{x-4}$

b) $y = \sqrt{2x}$

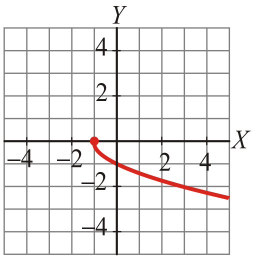
c) $y = \dfrac{1}{x} + 2$

d) $y = -\sqrt{x+1}$

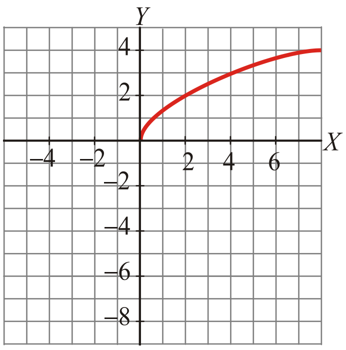
I)



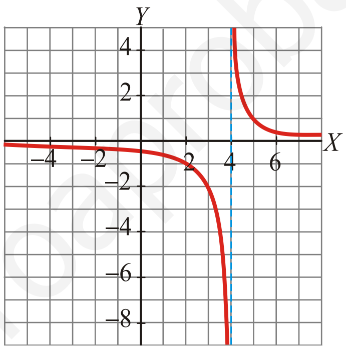
II)



III)



IV)



Ejercicio nº22.-

Asocia cada ecuación con su correspondiente gráfica:

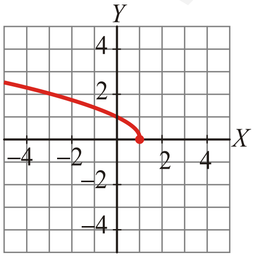
a) $y = \dfrac{1}{x+2}$

b) $y = \sqrt{x+1}$

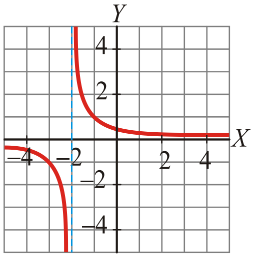
c) $y = \dfrac{1}{x-2}$

d) $y = \sqrt{1-x}$

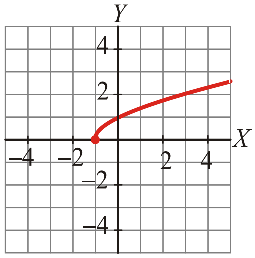
I)



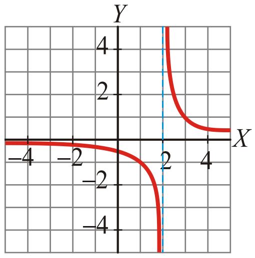
II)



III)



IV)



<u>Ejercicio nº 23.-</u>

Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

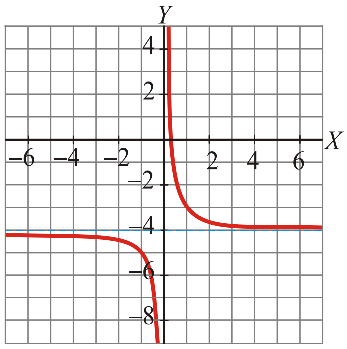
a) $y = \dfrac{1}{x+4}$

b) $y = \sqrt{x-2}$

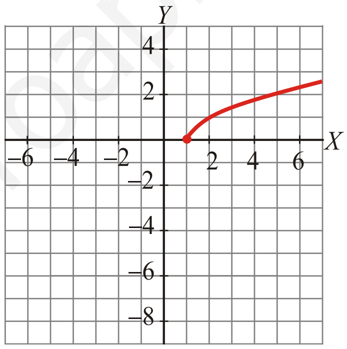
c) $y = \dfrac{1}{x} - 4$

d) $y = \sqrt{2-x}$

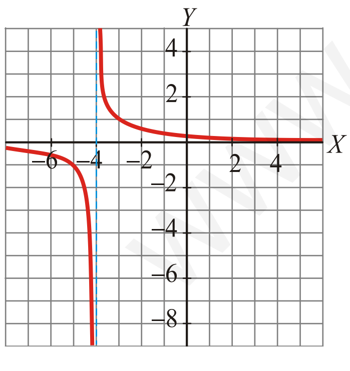
I)



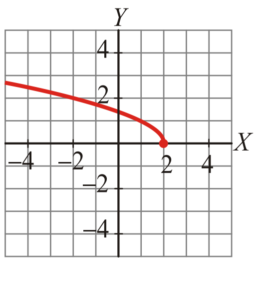
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 24.-

Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

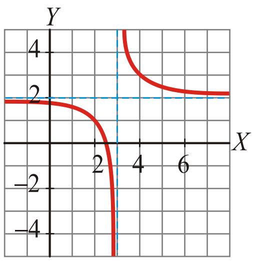
a) $y = \dfrac{1}{x} - 3$

b) $y = \sqrt{x - 3}$

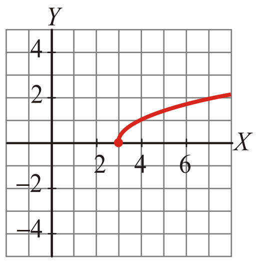
c) $y = \dfrac{1}{x - 3} + 2$

d) $y = \sqrt{x + 3}$

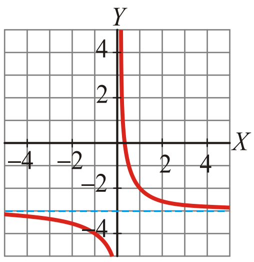
I)



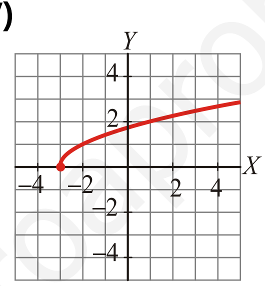
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 25.-

Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

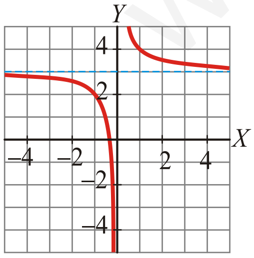
a) $y = \dfrac{1}{x + 3}$

b) $y = \sqrt{3 + x}$

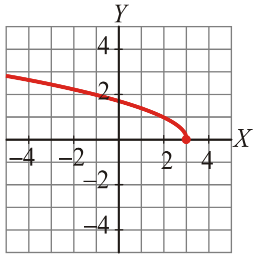
c) $y = \dfrac{1}{x} + 3$

d) $y = \sqrt{3 - x}$

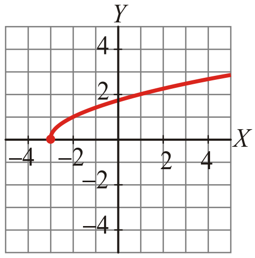
I)



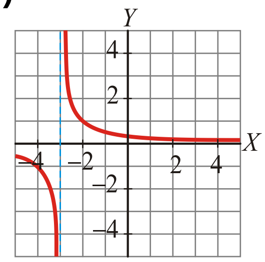
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 26.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

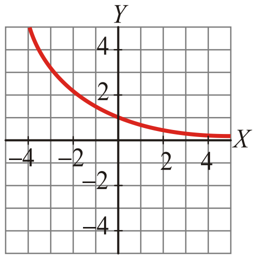
a) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

b) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

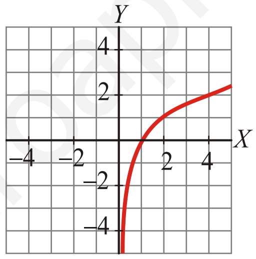
c) $y = log_2 x$

d) $y = log_{1/2} x$

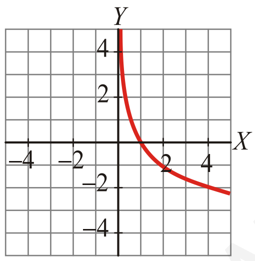
I)



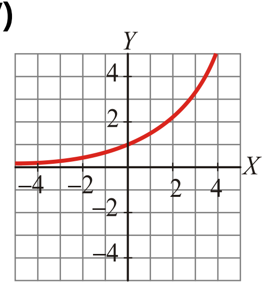
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 27.-

Asocia a cada una de las siguientes gráficas su correspondiente ecuación:

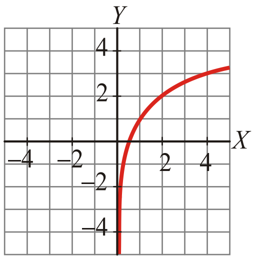
a) $y = 2^{x-1}$

b) $y = 2^x - 1$

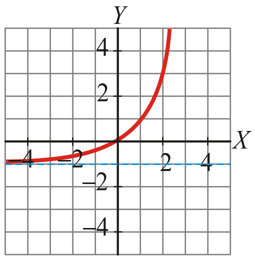
c) $y = log_2(x+1)$

d) $y = 1 + log_2 x$

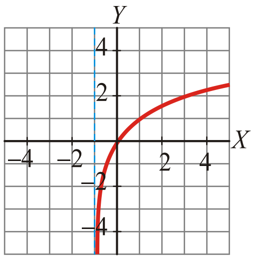
I)



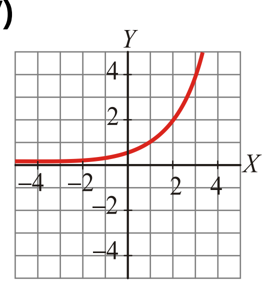
II)



III)



IV)



<u>Ejercicio nº 28.-</u>

Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

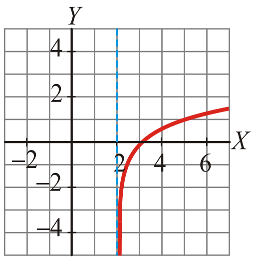
a) $y = 3^{x-2}$

b) $y = 3^{x} - 2$

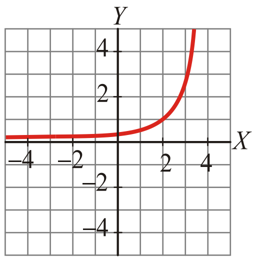
c) $y = log_3(x-2)$

d) $y = log_3 x$

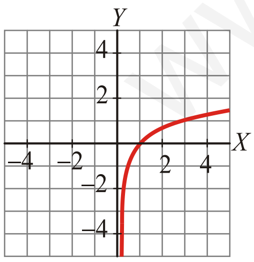
I)



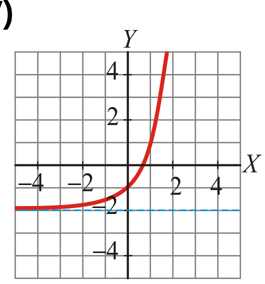
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 29.-

Asocia cada una de las siguientes gráficas con su expresión analítica:

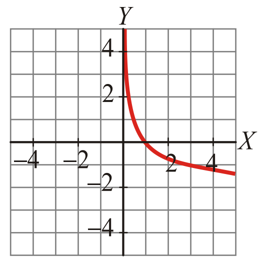
a) $y = 3^x$

b) $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$

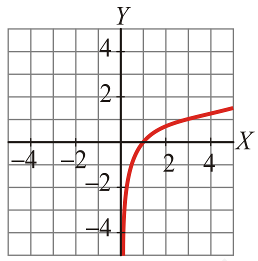
c) $y = \log_3 x$

d) $y = \log_{1/3} x$

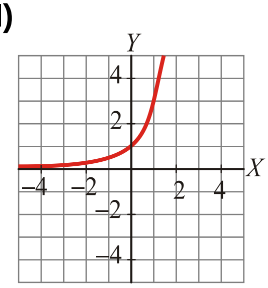
I)



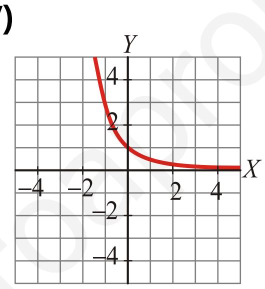
II)



III)



IV)



Ejercicio nº 30.-

Asocia cada una de las siguientes gráficas con su ecuación:

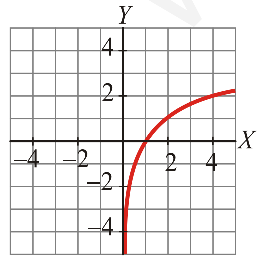
a) $y = 2^x$

b) $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

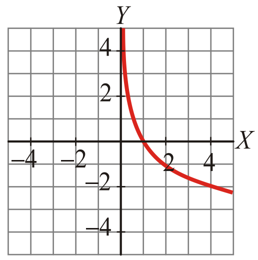
c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$

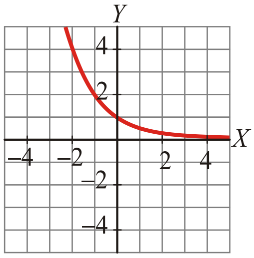
I)



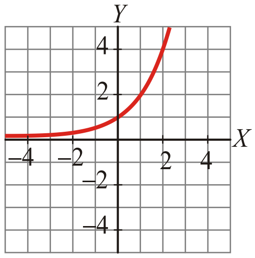
II)



III)



IV)



<u>Ejercicio nº 31.-</u>

Representa la gráfica de la siguiente función:

$$y = \frac{-3}{5}x + 1$$

<u>Ejercicio nº32.-</u>

Representa gráficamente:

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

<u>Ejercicio nº 33.-</u>

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = \frac{2x - 3}{4}$$

<u>Ejercicio nº 34.-</u>

Haz la gráfica de la función:

$$y = -0{,}5x + 3{,}5$$

<u>Ejercicio nº 35.-</u>

Representa gráficamente la función:

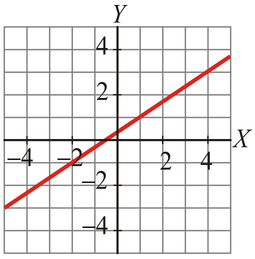
$$f(x) = \frac{4 - 2x}{5}$$

<u>Ejercicio nº 36.-</u>

Halla la ecuación de la recta que pasa por $(-1,\ 2)$ y cuya pendiente es $-\frac{1}{3}$.

Ejercicio nº 37.-

Escribe la ecuación de la siguiente recta:

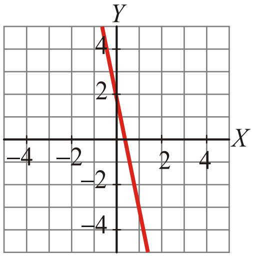


Ejercicio nº 38.-

Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(3, -4)$ y $(-2, 3)$.

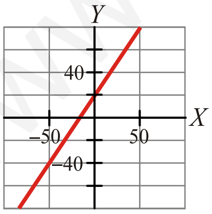
Ejercicio nº 39.-

Escribe la ecuación de la recta cuya gráfica es la siguiente:



Ejercicio nº 40.-

Halla la expresión analítica de la recta cuya gráfica es:



Ejercicio nº 41.-

Representa gráficamente la función:

$$y = -x^2 + 4x - 1$$

Ejercicio nº 42.-

Representa la siguiente función:

$$y = (x+1)^2 - 3$$

Ejercicio nº 43.-

Obtén la gráfica de la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 1$$

Ejercicio nº 44.-

Representa gráficamente la siguiente función:

$$f(x) = -2x^2 + 4x$$

Ejercicio nº 45.-

Representa la gráfica de la siguiente función:

$$y = -x^2 + 4$$

Ejercicio nº 46-

Representa gráficamente $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$**.**

Ejercicio nº 47.-

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$$

Ejercicio nº 48.-

Representa gráficamente la función $y = 2^{x+1}$**.**

Ejercicio nº 49.-

Haz la gráfica de la función $y = 3^{-x}$**.**

Ejercicio nº 50.-

Representa la siguiente función:

$$y = 3^{x-1}$$

Ejercicio nº 51.-

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 3 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 52.-

Representa gráficamente:

$$y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 53.-

Representa la siguiente función:

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si} \quad x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 54.-

Dibuja la gráfica de la siguiente función:

$$y = \begin{cases} -x/2 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ -x + 1/2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

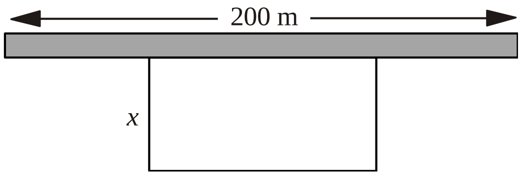
Ejercicio nº 55.-

Dibuja la gráfica de la función:

$$y = \begin{cases} (-x + 1)/2 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ -x^2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 56.-

Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared:



a) Llama *x* a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados?
b) Construye la función que nos da el área del recinto.

Ejercicio nº 57.-

El perímetro de un rectángulo es de 30 cm. Obtén la función que nos dé el área del rectángulo en función de la longitud de la base.

Ejercicio nº 58.-

En algunos países se utiliza un sistema de medición de la temperatura distinto a los grados centígrados que son los grados Farenheit. Sabiendo que 10 °C = 50 °F y que 60 °C = 140 °F, obtén la ecuación que nos permita traducir temperaturas de °C a °F.

Ejercicio nº 59.-

Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2550 gramos. Escribe la función que nos da el peso total del cántaro según la cantidad de agua, en litros, que contiene.

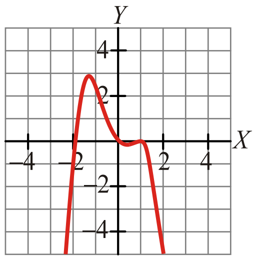
Ejercicio nº 60.-

En un contrato de alquiler de una casa figura que el coste subirá un 2% cada año. Si el primer año se pagan 7200 euros (en 12 recibos mensuales):
a) ¿Cuánto se pagará dentro de 1 año? ¿Y dentro de 2 años?
b) Obtén la función que nos dé el coste anual al cabo de *x* años.

Transformaciones de funciones

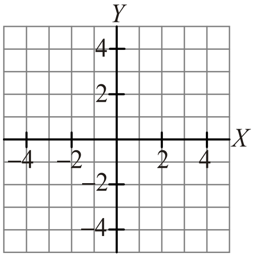
Ejercicio nº 61.-

La siguiente gráfica es la de *y = f(x)*.

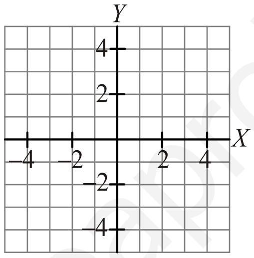


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $y = f(x) + 1$

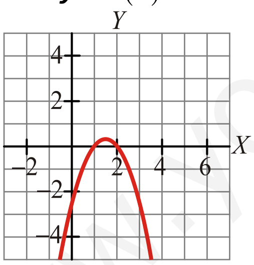


b) $y = f(x + 1)$



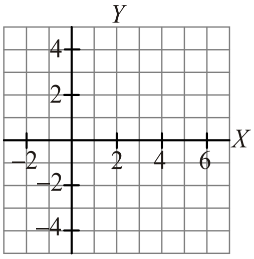
Ejercicio nº 62.-

A partir de la gráfica de $y = f(x)$

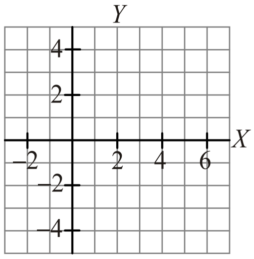


construye las gráficas de

a) $y = f(x) + 2$

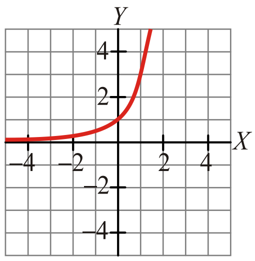


b) $y = -f(x)$



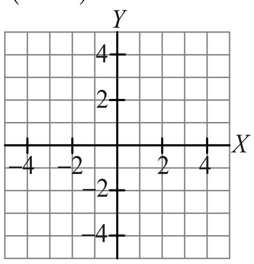
Ejercicio nº 63.-

Esta es la gráfica de la función *y = f(x)*.

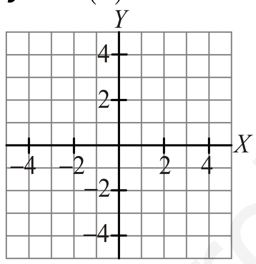


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $f(x-2)$

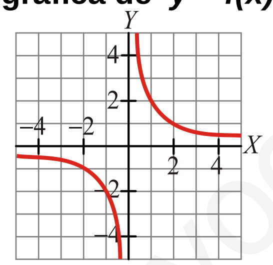


b) $y=-f(x)$



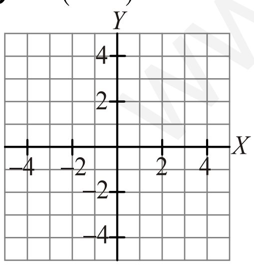
Ejercicio nº 64.-

Sabiendo que la gráfica de *y = f(x)* es la siguiente:

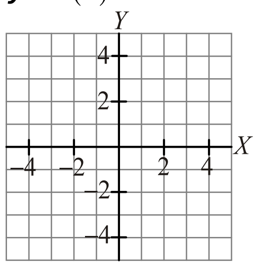


construye, a partir de ella, las gráficas de:

a) $y=f(x-1)$

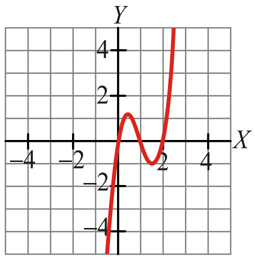


b) $y=f(x)-1$



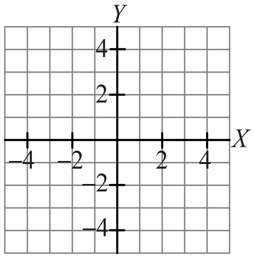
Ejercicio nº 65.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$

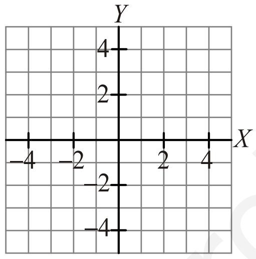


A partir de ella, representa:

a) $y = f(x) - 3$

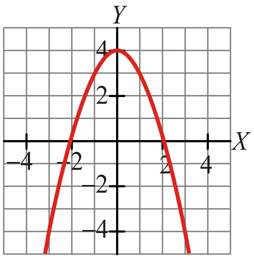


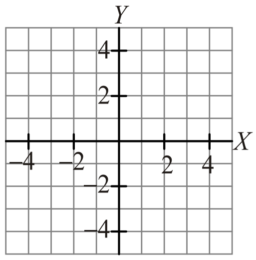
b) $y = f(x+2)$



Ejercicio nº 66.-

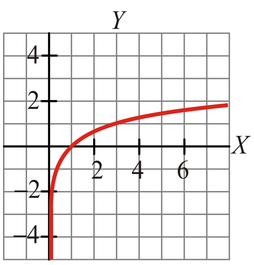
Representa gráficamente la función $y = |f(x)|$, sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:

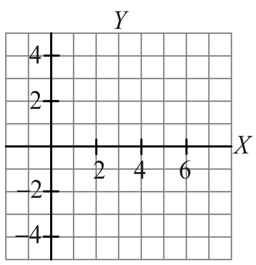




Ejercicio nº 67.-

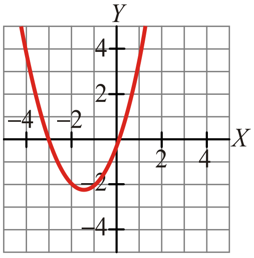
Representa, a partir de la gráfica de $y = f(x)$, la función $y = |f(x)|$:

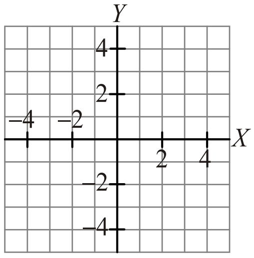




Ejercicio nº 68.-

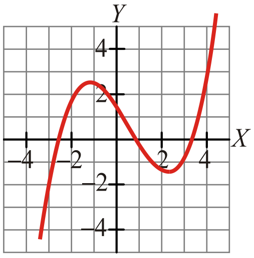
Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:

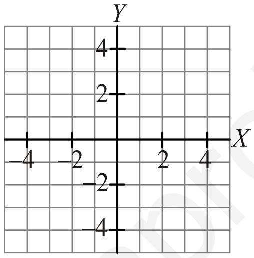




Ejercicio nº 69.-

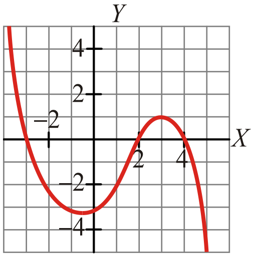
Sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la de la izquierda, representa la gráfica de $y = |f(x)|$.

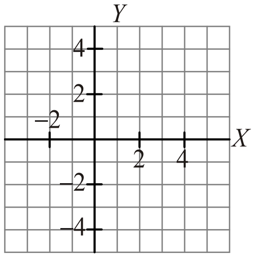




Ejercicio nº 70.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:





Ejercicio nº 71.-

Expresa como función "a trozos":

$$y = \left| \frac{x+1}{2} \right|$$

Ejercicio nº 72.-

Obtén la expresión analítica, en intervalos, de la función $y = \left| \frac{3x+1}{2} \right|$.

Ejercicio nº 73.-

Define como función "a trozos":

$$y = |3x - 2|$$

Ejercicio nº 74.-

Define como función "a trozos":

$$y = |2x + 4|$$

Ejercicio nº 75.-

Obtén la expresión analítica en intervalos de la función $y = |-x + 3|$.

Composición de funciones

Ejercicio nº 76.-

Dadas las siguientes funciones: $f(x) = \dfrac{-3x + 2}{4}$ y $g(x) = x^2 + 1$, halla:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ g)(x)$

Ejercicio nº 77.-

Considera las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = \frac{x+1}{3} \text{ y } g(x) = x^2 - 1$$

Calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

Ejercicio nº 78.-

Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \dfrac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ g \circ f)(x)$

Ejercicio nº 79.-

Sabiendo que $f(x) = x - x^2$ **y** $g(x) = sen\, x$, **halla:**

a) $(g \circ f)(x)$
b) $(g \circ g)(x)$

Ejercicio nº 80.-

Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ **y** $g(x) = \sqrt{x}$, **calcula:**

a) $(f \circ g)(x)$
b) $(g \circ f)(x)$

Ejercicio nº 81.-

Las funciones f **y** g **están definidas por:**

$$f(x) = \frac{x-1}{3} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

Explica cómo, a partir de ellas, por composición, podemos obtener:

$$p(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3}} \qquad \text{y} \qquad q(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{3}$$

Ejercicio nº 82.-

Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \sqrt{x+1}$$

Explica como, a partir de ellas, se pueden obtener por composición estas otras:

$$p(x) = \frac{x+1}{2} \qquad q(x) = \sqrt{\frac{x^2}{2}+1}$$

Ejercicio nº 83.-

Con las funciones:

$$f(x) = x^2 + 1 \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{1}{x}$$

hemos obtenido, por composición, estas otras:

$$p(x) = \frac{1}{x^2+1} \qquad \text{y} \qquad q(x) = \frac{1}{x^2} + 1$$

Explica cómo, a partir de f **y** g**, se pueden obtener** p **y** q**.**

Ejercicio nº 84.-

Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones *p(x)* y *q(x)* a partir de *f(x)* y *g(x),* siendo:

$$f(x)=2x-3 \quad , \quad g(x)=\sqrt{x-2} \quad , \quad p(x)=2\sqrt{x-2}-3 \quad \text{y} \quad q(x)=\sqrt{2x-5}$$

Ejercicio nº 85.-

Sabiendo que:

$$f(x)=3x^2 \qquad \text{y} \qquad g(x)=\frac{1}{x+2}$$

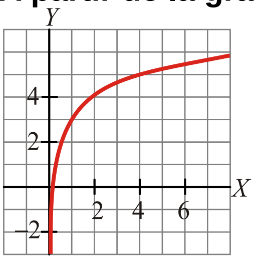
Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones:

$$p(x)=\frac{3}{(x+2)^2} \qquad\qquad q(x)=\frac{1}{3x^2+2}$$

Función Inversa

Ejercicio nº 86.-

A partir de la gráfica de *y = f (x):*

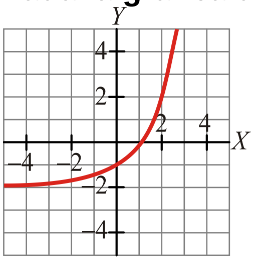


a) **Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(5)$.**

b) **Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$.**

Ejercicio nº 87.-

Dada la gráfica de la función *y = f (x)*:

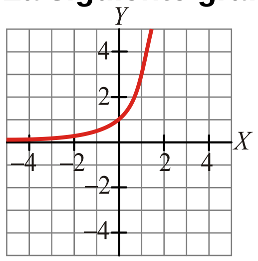


a) **Calcula $f^{-1}(-1)$ y $f^{-1}(0)$.**

b) **Representa gráficamente en los mismos ejes $f^{-1}(x)$, a partir de la gráfica de $f(x)$.**

Ejercicio nº 88.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:

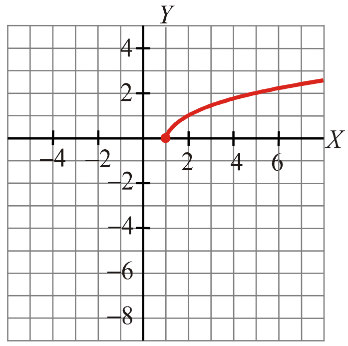


a) Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(1)$

b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$.

Ejercicio nº 89.-

Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$:

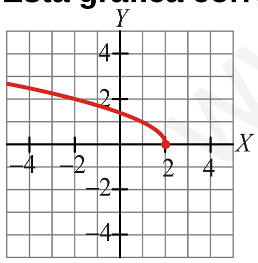


a) Calcula $f^{-1}(0)$ y $f^{-1}(2)$.

b) Representa en los mismos ejes $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$.

Ejercicio nº 90.-

Esta gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



A partir de ella:

a) Calcula $f^{-1}(2)$ y $f^{-1}(0)$.

b) Representa, en los mismos ejes, la función $f^{-1}(x)$.

Ejercicio nº 91.-

Calcula $f^{-1}(x)$, sabiendo que :

$$f(x)=\frac{-x+3}{2}$$

Ejercicio nº 92.-

Calcula la función inversa de:

$$f(x)=\frac{-2x-1}{5}$$

Ejercicio nº 93.-

Obtén la función inversa de:

$$f(x)=\frac{2-3x}{4}$$

Ejercicio nº 94.-

Halla la función inversa de:

$$f(x)=\frac{2x-1}{3}$$

Ejercicio nº 95.-

Halla la inversa de la siguiente función:

$$f(x)=\frac{-2+7x}{3}$$

Soluciones

Dominio de una función

Ejercicio nº 1.-

Averigua cuál es el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{1}{3x - x^2}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

Solución:

a) $3x - x^2 = 0 \Rightarrow x(3 - x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow$ Dominio$= \mathbf{R} - \{0, 3\}$

b) $x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow$ Dominio$= (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

Ejercicio nº 2.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{x - 2}$

Solución:

a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow$ Dominio$= R - \{-3, 3\}$

b) $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow$ Dominio$= [2, +\infty)$

Ejercicio nº 3-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{2x}{(x - 3)^2}$

b) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x - 2}}$

Solución:

a) $(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow$ Dominio$= \mathbf{R} - \{3\}$

b) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \rightarrow$ Dominio$= (2, +\infty)$

Ejercicio nº 4.-

Halla el dominio de definición de las funciones:

a) $y = \dfrac{2+x}{x^2}$

b) $y = \sqrt{3x-1}$

Solución:

a) $x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0\}$

b) $3x - 1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad 3x \geq 1 \quad \Rightarrow \quad x \geq \dfrac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = \left[\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$

Ejercicio nº 5.-

Halla el dominio de definición de las funciones siguientes:

a) $y = \dfrac{1}{x^2+1}$

b) $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$

Solución:

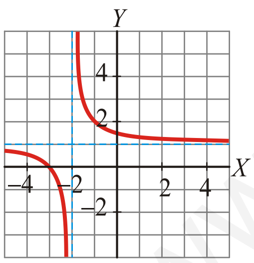
a) $x^2 + 1 \neq 0$ para todo $x \in \mathbf{R} \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = \mathbf{R}$

b) $x > 0 \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = (0, +\infty)$

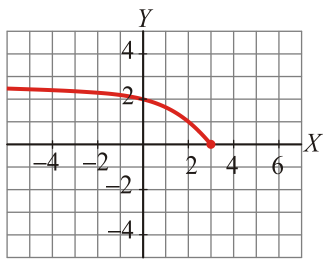
Ejercicio nº 6.-

Observando su gráfica, indica cuál es el dominio de definición de estas funciones:

a)



b)



Solución:

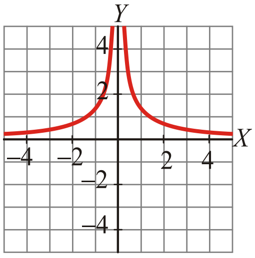
a) $\text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-2\}$

b) $\text{Dominio} = (-\infty, 3]$

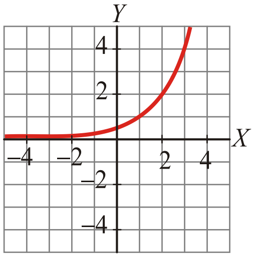
Ejercicio nº 7.-

Averigua el dominio de definición de las siguientes funciones, a partir de sus gráficas:

a)



b)



Solución:

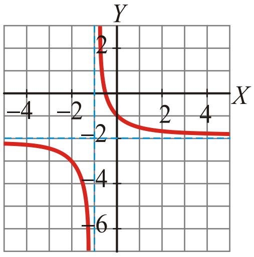
a) Dominio $= \mathbf{R} - \{0\}$

b) Dominio $= \mathbf{R}$

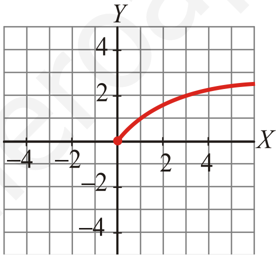
Ejercicio nº 8.-

A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)



Solución:

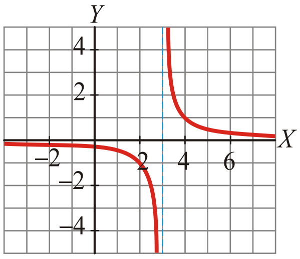
a) Dominio $= \mathbf{R} - \{-1\}$

b) Dominio $= [0, +\infty)$

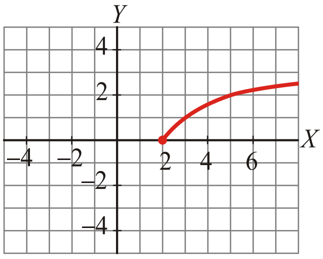
Ejercicio nº 9.-

A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)



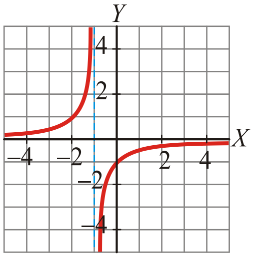
Solución:

a) Dominio $= \mathbf{R} - \{3\}$
b) Dominio $= [2, +\infty)$

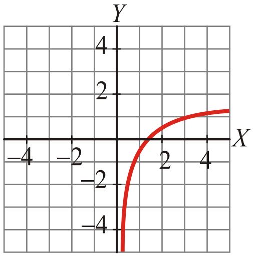
Ejercicio nº 10.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)

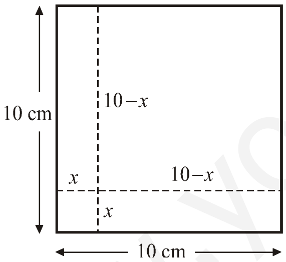


Solución:

a) Dominio $= \mathbf{R} - \{-1\}$
b) Dominio $= (0, +\infty)$

Ejercicio nº 11.-

De un cuadrado de lado 10 cm se recorta una tira de x cm en la base y otra de la misma longitud en la altura, obteniéndose un nuevo cuadrado de lado $(10 - x)$:



El área de este nuevo cuadrado será:

$$A = (10 - x)^2$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

x puede tener valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio $= (0, 10)$.

Ejercicio nº 12.-

Las tarifas de una empresa de transportes son:

· Si la carga pesa menos de 10 toneladas, 40 euros por tonelada.

- **Si la carga pesa entre 10 y 30 toneladas, 30 euros por tonelada (la carga máxima que admiten es de 30 toneladas).**

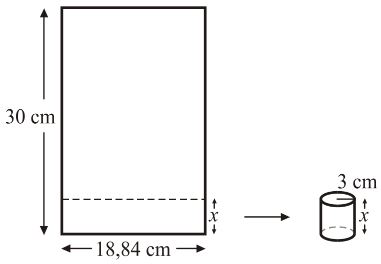
Si consideramos la función que nos da el precio según la carga, ¿cuál será su dominio de definición?

Solución:

La carga que admiten varía entre 0 y 30 toneladas. Por tanto, Dominio $= (0, 30]$.

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura *x*:



El volumen del cilindro será:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28{,}26\,x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

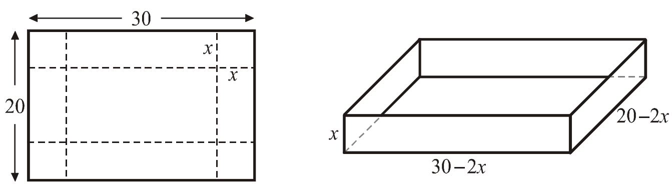
Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio $= (0,\ 30)$.

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

A una hoja de papel de 30 cm × 20 cm le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

$$V = x(20 - 2x)(30 - 2x)$$



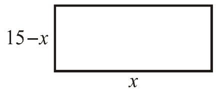
¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio $= (0, 10)$.

<u>Ejercicio nº 15.-</u>

Vamos a considerar todos los rectángulos de 30 cm de perímetro. Si llamamos x a la longitud de la base, el área será:



$$A = x(15 - x)$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 15 cm. Por tanto, Dominio $= (0, 15)$.

<u>Funciones y gráficas</u>

<u>Ejercicio nº 16.-</u>

Asocia a cada gráfica su ecuación:

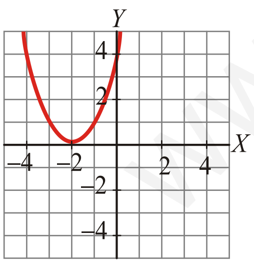
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x + 2)^2$

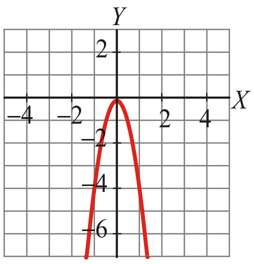
c) $y = -\frac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

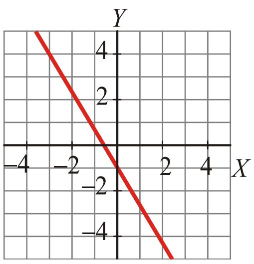
I)



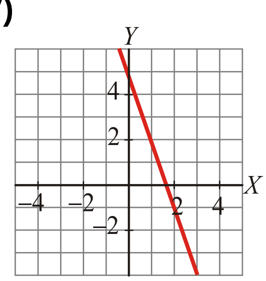
II)



III)



IV)



Solución:

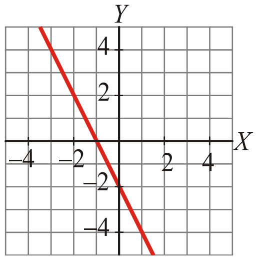
a) IV
b) I
c) III
d) II

<u>Ejercicio nº 17.-</u>

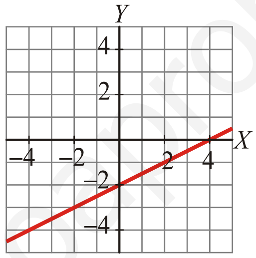
Asocia una de estas ecuaciones con cada una de las siguientes gráficas:

a) $y = -2(x+1)^2$
b) $y = -2(x+1)$
c) $y = 0{,}5x^2 - 2$
d) $y = 0{,}5x - 2$

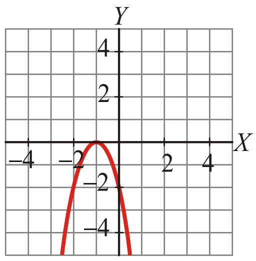
I)



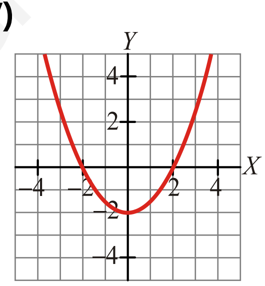
II)



III)



IV)



Solución:

a) III
b) I
c) IV
d) II

<u>Ejercicio nº 18.-</u>

Asocia a cada una de estas gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

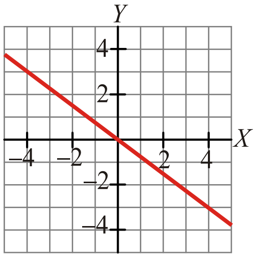
a) $y = \dfrac{-3x^2}{4}$

b) $y = \dfrac{-3x}{4}$

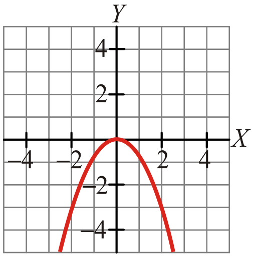
c) $y = 2x^2 - 2$

d) $y = 2x - 2$

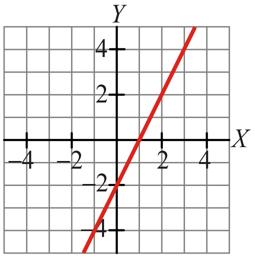
I)



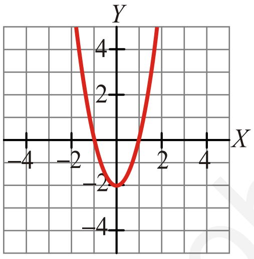
II)



III)



IV)



Solución:

a) II
b) I
c) IV
d) III

<u>Ejercicio nº 19.-</u>

Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

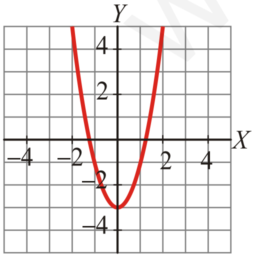
a) $y = \frac{2}{3}x$

b) $y = 2x^2 - 3$

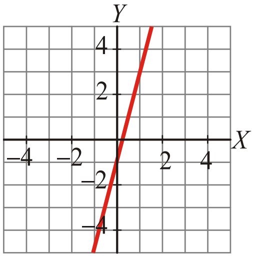
c) $y = 3{,}5x - 0{,}75$

d) $y = -x^2 + 4$

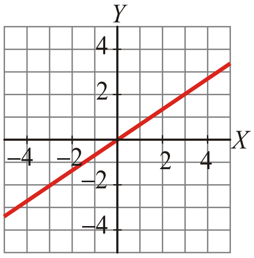
I)



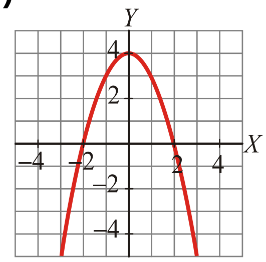
II)



III)



IV)



Solución:

a) III
b) I
c) II
d) IV

<u>Ejercicio nº 20.-</u>

Asocia cada ecuación con la gráfica correspondiente:

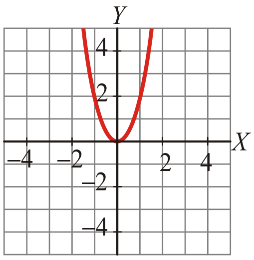
a) $y = 2x + 2$

b) $y = 2x^2$

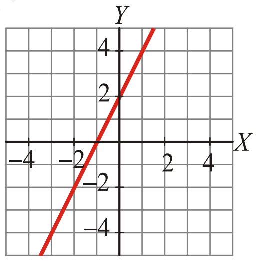
c) $y = 0{,}25x$

d) $y = 0{,}25x^2$

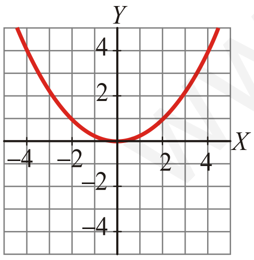
I)



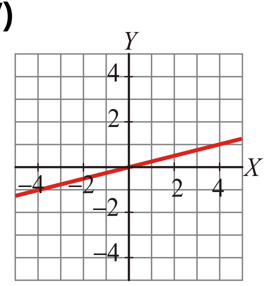
II)



III)



IV)



Solución:

a) II
b) I
c) IV
d) III

Ejercicio nº 21.-

Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

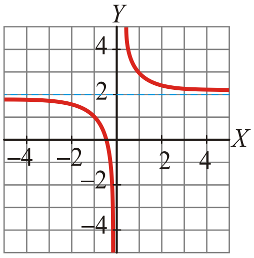
a) $y = \dfrac{1}{x-4}$

b) $y = \sqrt{2x}$

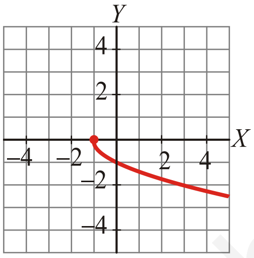
c) $y = \dfrac{1}{x} + 2$

d) $y = -\sqrt{x+1}$

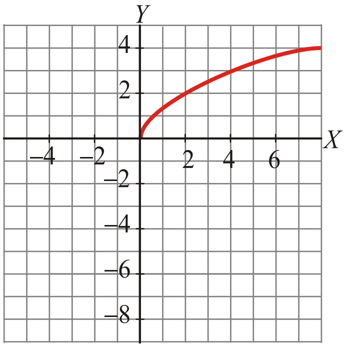
I)



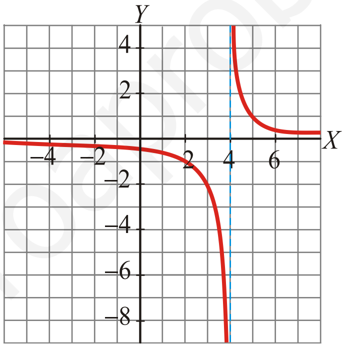
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV
b) III
c) I
d) II

Ejercicio nº22.-

Asocia cada ecuación con su correspondiente gráfica:

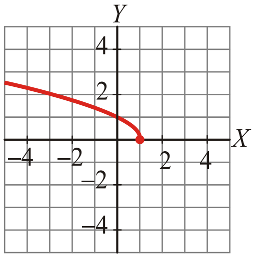
a) $y = \dfrac{1}{x+2}$

b) $y = \sqrt{x+1}$

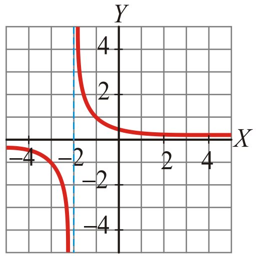
c) $y = \dfrac{1}{x-2}$

d) $y = \sqrt{1-x}$

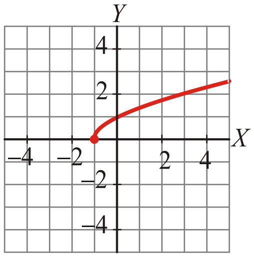
I)



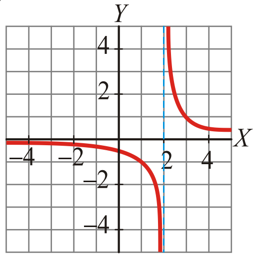
II)



III)



IV)



Solución:

a) II
b) III
c) IV
d) I

<u>Ejercicio nº 23.-</u>

Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

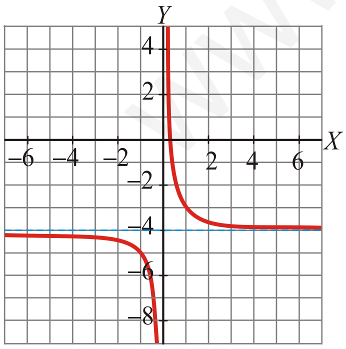
a) $y = \dfrac{1}{x+4}$

b) $y = \sqrt{x-2}$

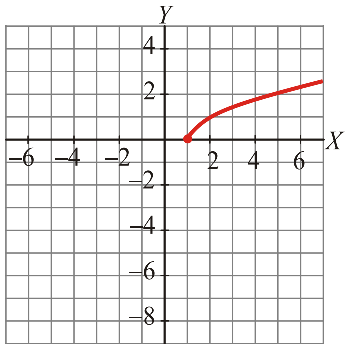
c) $y = \dfrac{1}{x} - 4$

d) $y = \sqrt{2-x}$

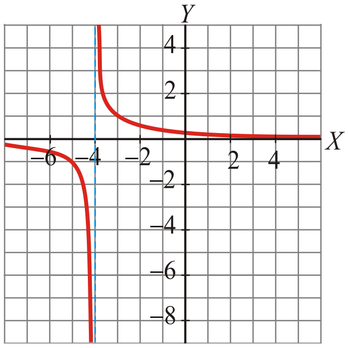
I)



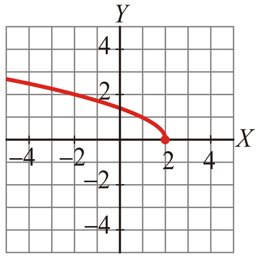
II)



III)



IV)



Solución:

a) III
b) II
c) I
d) IV

<u>Ejercicio nº 24.-</u>

Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

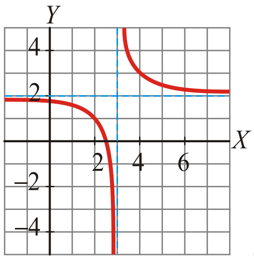
a) $y = \frac{1}{x} - 3$

b) $y = \sqrt{x - 3}$

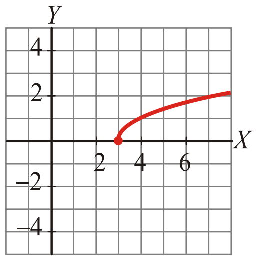
c) $y = \frac{1}{x - 3} + 2$

d) $y = \sqrt{x + 3}$

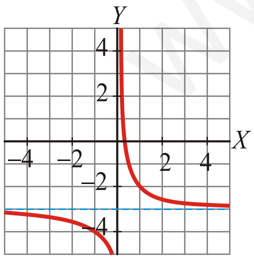
I)



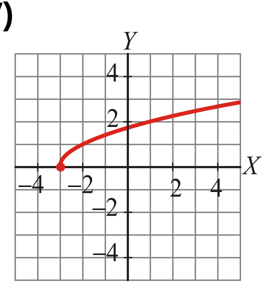
II)



III)



IV)



Solución:

a) III
b) II
c) I

d) IV

Ejercicio nº 25.-

Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

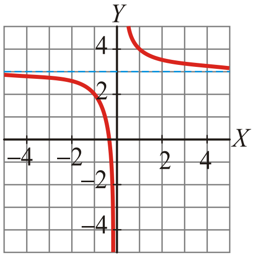
a) $y = \dfrac{1}{x+3}$

b) $y = \sqrt{3+x}$

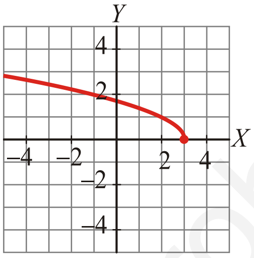
c) $y = \dfrac{1}{x} + 3$

d) $y = \sqrt{3-x}$

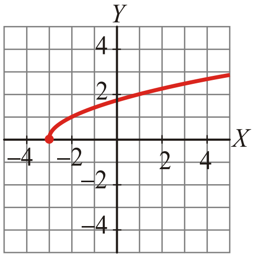
I)



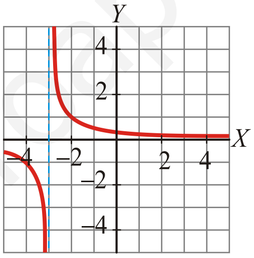
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV
b) III
c) I
d) II

Ejercicio nº 26.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

a) $y = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$

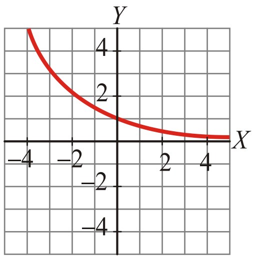
b) $y = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$

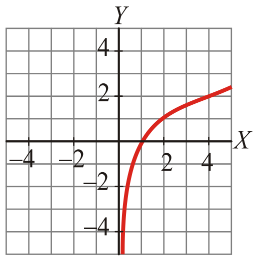
c) $y = log_2 x$

d) $y = log_{1/2} x$

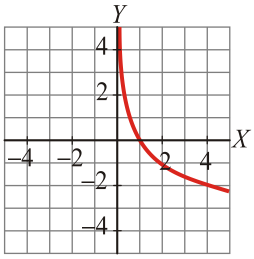
I)

II)

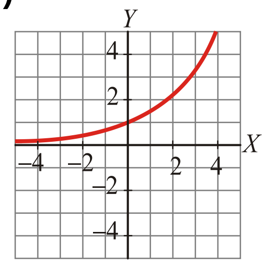




III)



IV)



Solución:

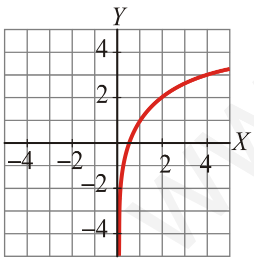
a) I
b) IV
c) II
d) III

<u>Ejercicio nº 27.-</u>

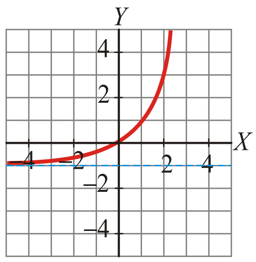
Asocia a cada una de las siguientes gráficas su correspondiente ecuación:

a) $y = 2^{x-1}$
b) $y = 2^{x} - 1$
c) $y = log_2(x+1)$
d) $y = 1 + log_2 x$

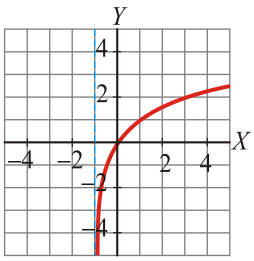
I)



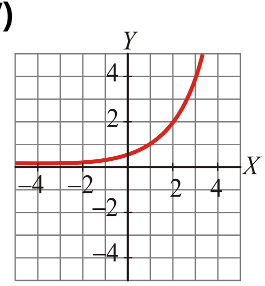
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV
b) II
c) III
d) I

<u>Ejercicio nº 28.-</u>

Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

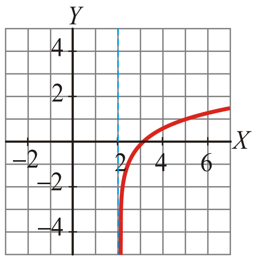
a) $y = 3^{x-2}$

b) $y = 3^{x} - 2$

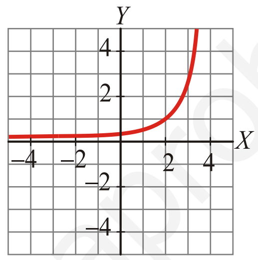
c) $y = log_3(x-2)$

d) $y = log_3 x$

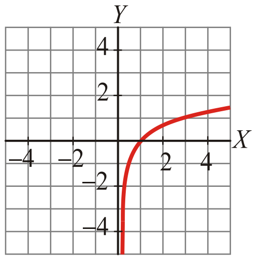
I)



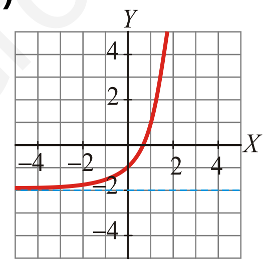
II)



III)



IV)



Solución:

a) II
b) IV
c) I
d) III

<u>Ejercicio nº 29.-</u>

Asocia cada una de las siguientes gráficas con su expresión analítica:

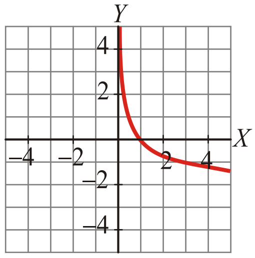
a) $y = 3^{x}$

b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$

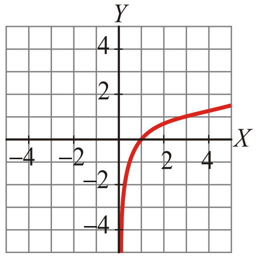
c) $y = \log_3 x$

d) $y = \log_{1/3} x$

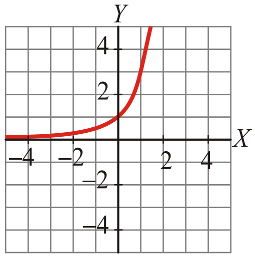
I)



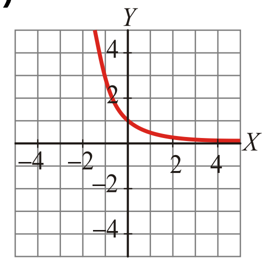
II)



III)



IV)



Solución:

a) III
b) IV
c) II
d) I

<u>Ejercicio nº 30.-</u>

Asocia cada una de las siguientes gráficas con su ecuación:

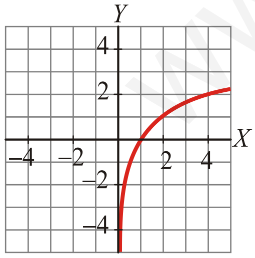
a) $y = 2^x$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

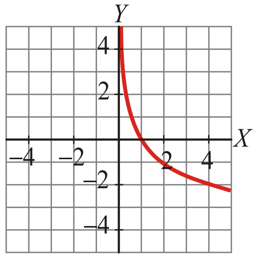
c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$

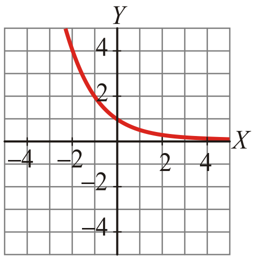
I)



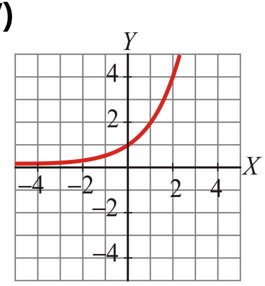
II)



III)



IV)



Solución:

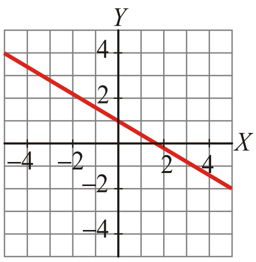
a) IV
b) III
c) I
d) II

<u>Ejercicio nº 31.-</u>

Representa la gráfica de la siguiente función:

$$y = \frac{-3}{5}x + 1$$

Solución:

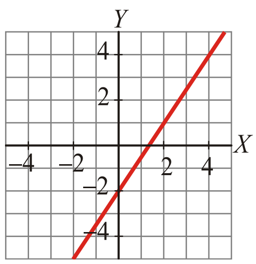


<u>Ejercicio nº32.-</u>

Representa gráficamente:

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

Solución:

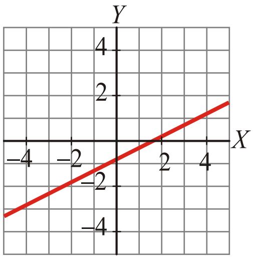


Ejercicio nº 33.-

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = \frac{2x - 3}{4}$$

Solución:

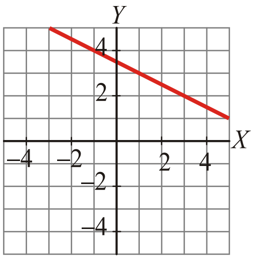


Ejercicio nº 34.-

Haz la gráfica de la función:

$$y = -0,5x + 3,5$$

Solución:

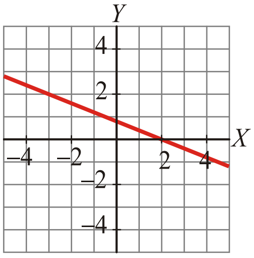


Ejercicio nº 35.-

Representa gráficamente la función:

$$f(x) = \frac{4 - 2x}{5}$$

Solución:



Ejercicio nº 36.-

Halla la ecuación de la recta que pasa por $(-1, 2)$ y cuya pendiente es $-\frac{1}{3}$.

Solución:

Escribimos la ecuación punto–pendiente:

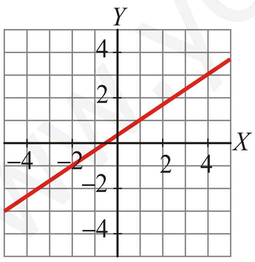
$$y = -\frac{1}{3}(x+1)+2$$

Operando, llegamos a:

$$y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{3} + 2 = \frac{-1}{3}x + \frac{5}{3}$$
$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{5}{3}$$

Ejercicio nº 37.-

Escribe la ecuación de la siguiente recta:



Solución:

Vemos que la recta pasa por los puntos $(1, 1)$ y $(4, 3)$. Su pendiente será :

$$m = \frac{3-1}{4-1} = \frac{2}{3}$$

La ecuación será:

$$y=\frac{2}{3}(x-1)+1=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}+1=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$$
$$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$$

Ejercicio nº 38.-

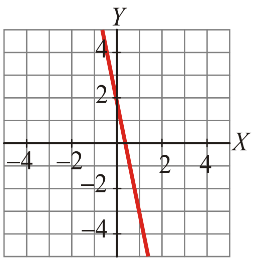
Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(3,-4)$ y $(-2,3)$.

Solución:

La pendiente de la recta es:
$$m=\frac{3-(-4)}{-2-3}=\frac{7}{-5}=-\frac{7}{5}$$
La ecuación será:
$$y=\frac{-7}{5}(x-3)-4=\frac{-7}{5}x+\frac{21}{5}-4=\frac{-7}{5}x+\frac{1}{5}$$
$$y=\frac{-7}{5}x+\frac{1}{5}$$

Ejercicio nº 39.-

Escribe la ecuación de la recta cuya gráfica es la siguiente:

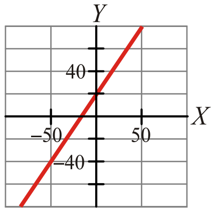


Solución:

Vemos que la recta pasa por $(0,2)$ y por $(1,-3)$. Su pendiente será:
$$m=\frac{-3-2}{1-0}=\frac{-5}{1}=-5$$
Por tanto, la ecuación es:
$$y=-5x+2$$

Ejercicio nº 40.-

Halla la expresión analítica de la recta cuya gráfica es:



Solución:

Observamos que la recta pasa por los puntos $(0,\ 20)$ y $(50,\ 80)$. Su pendiente será:

$$m=\frac{80-20}{50-0}=\frac{60}{50}=\frac{6}{5}$$

Por tanto, su ecuación es:

$$y=\frac{6}{5}x+20$$

<u>Ejercicio nº 41.-</u>

Representa gráficamente la función:

$$\boldsymbol{y=-x^2+4x-1}$$

Solución:

- Hallamos el vértice:

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2\ \rightarrow\ y=3\ \rightarrow\ \text{Punto }(2,\ 3).$$

- Puntos de corte con los ejes:

$$\text{Con el eje } X\ \rightarrow\ y=0\ \rightarrow\ -x^2+4x-1=0\ \rightarrow\ x=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{-2}=$$

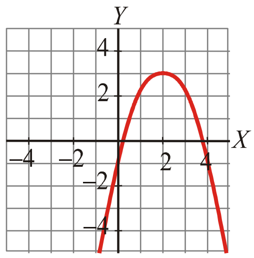
$$=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{-2}\begin{cases}x=0{,}27 & \rightarrow\ \text{Punto}(0{,}27;\ 0)\\ x=3{,}73 & \rightarrow\ \text{Punto}(3{,}73;\ 0)\end{cases}$$

$$\text{Con el eje } Y\ \rightarrow\ x=0\ \rightarrow\ y=-1\ \rightarrow\ \text{Punto }(0,-1)$$

- Hallamos algún otro punto:

x	1	3
y	2	2

- La gráfica es:



Ejercicio nº 42.-

Representa la siguiente función:

$$y = (x+1)^2 - 3$$

Solución:

- Es una parábola con vértice en (–1, –3).

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow \ y = 0 \ \rightarrow \ x^2 + 2x + 1 - 3 = 0 \ \Rightarrow \ x^2 + 2x - 2 = 0$

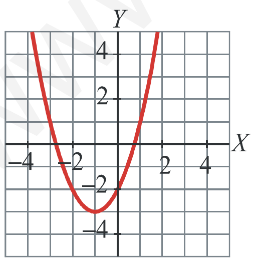
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} \begin{cases} x = 0{,}73 \rightarrow \text{Punto}(0{,}73;\ 0) \\ x = -2{,}73 \rightarrow \text{Punto}(-2{,}73;\ 0) \end{cases}$$

Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2 \ \rightarrow$ Punto $(0, -2)$

- Hallamos algún otro punto:

x	–2	–3	1
y	–2	1	1

- La gráfica es:



Ejercicio nº 43.-

Obtén la gráfica de la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 1$$

Solución:

- Hallamos el vértice de la parábola:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{1} = 2 \quad \to \quad y = -1 \quad \to \quad \text{Punto } (2, -1)$$

- Puntos de corte con los ejes:

$$\text{Con el eje } X \to \quad y = 0 \quad \to \quad \frac{x^2}{2} - 2x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 4x + 2 = 0$$

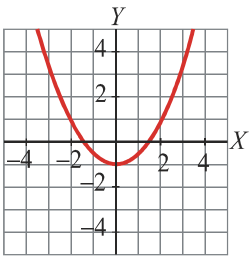
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \begin{cases} x = 3{,}41 & \to \quad \text{Punto}(3{,}41;\ 0) \\ x = 0{,}59 & \to \quad \text{Punto}(0{,}59;\ 0) \end{cases}$$

$$\text{Con el eje } Y \to \quad x = 0 \quad \to \quad y = 1 \quad \to \quad \text{Punto } (0, 1)$$

- Hallamos algún otro punto:

x	–1	4	5
y	3,5	1	3,5

- La gráfica es:



Ejercicio nº 44.-

Representa gráficamente la siguiente función:

$$\boldsymbol{f(x) = -2x^2 + 4x}$$

Solución:

- El vértice de la parábola es:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-4} = 1 \quad \to \quad y = 2 \quad \to \quad \text{Punto}(1, 2)$$

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X → $y = 0$ → $-2x^2 + 4x = 0$ → $x(-2x + 4) = 0$

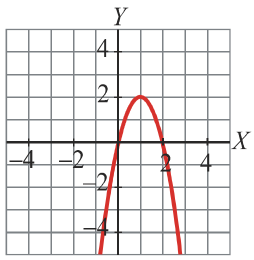
$$\begin{cases} x = 0 & \rightarrow \quad \text{Punto}(0,\ 0) \\ -2x + 4 = 0 & \rightarrow \quad x = 2 \quad \rightarrow \quad \text{Punto}(2,\ 0) \end{cases}$$

Con el eje Y → $x = 0$ → $y = 0$ → Punto (0,0)

- Hallamos algún otro punto:

x	–1	3
y	–6	–6

La gráfica es:



Ejercicio nº 45.-

Representa la gráfica de la siguiente función:

$$\boldsymbol{y = -x^2 + 4}$$

Solución:

- El vértice de la parábola está en $(0,\ 4)$.

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X → $y = 0$ → $-x^2 + 4 = 0$ ⇒ $x^2 = 4$ →

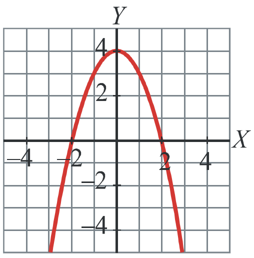
$$\rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \quad \rightarrow \quad \text{Puntos}(-2,\ 0) \text{ y } (2, 0)$$

Con el eje Y → $x = 0$ → $y = 4$ → Punto (0,4)

- Hallamos algún otro punto:

x	–1	1
y	3	3

- La gráfica es:



Ejercicio nº 46-

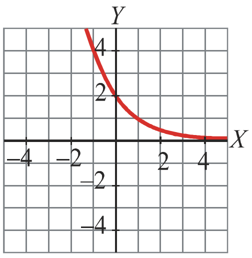
Representa gráficamente $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$.

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	–1	0	1	2	3
y	4	2	1	1/2	1/4

La gráfica es:



Ejercicio nº 47.-

Representa gráficamente la siguiente función:

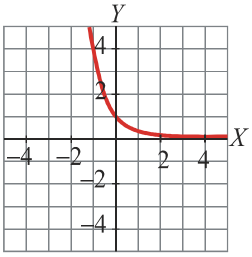
$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	–2	–1	0	1	2
y	16	4	1	0,25	0,0625

La gráfica es:



Ejercicio nº 48.-

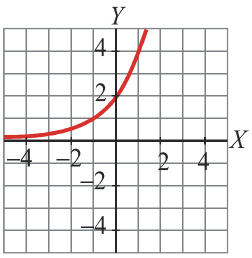
Representa gráficamente la función $y = 2^{x+1}$.

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	–3	–2	–1	0	1
y	1/4	1/2	1	2	4

La gráfica es:



Ejercicio nº 49.-

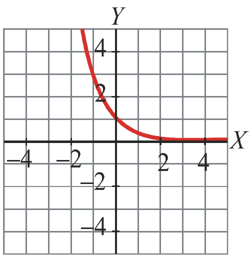
Haz la gráfica de la función $y = 3^{-x}$.

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	–2	–1	0	1	2
y	9	3	1	1/3	1/9

La gráfica es:



Ejercicio nº 50.-

Representa la siguiente función:

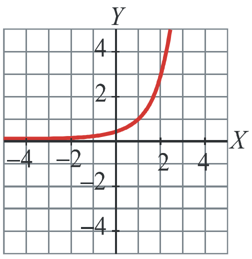
$$y = 3^{x-1}$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	–1	0	1	2	3
y	1/9	1/3	1	3	9

La gráfica es:



Ejercicio nº 51.-

Representa gráficamente la siguiente función:

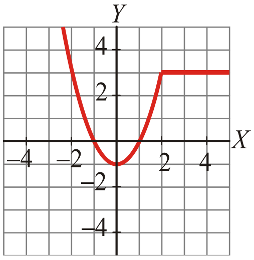
$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si} \quad x \le 2 \\ 3 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \le 2$, es un trozo de parábola.

Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

La gráfica es:



<u>Ejercicio nº 52.-</u>

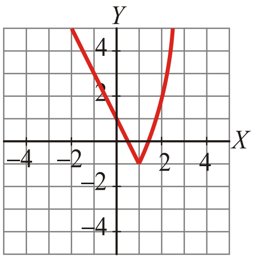
Representa gráficamente:

$$y = \begin{cases} -2x+1 & \text{si} \quad x \le 1 \\ x^2-2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \le 1$, tenemos un trozo de recta.
Si $x > 1$, es un trozo de parábola.

La gráfica es:



<u>Ejercicio nº 53.-</u>

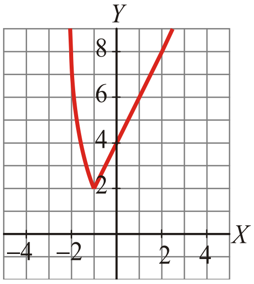
Representa la siguiente función:

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si} \quad x < -1 \\ 2x+4 & \text{si} \quad x \ge -1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola.
Si $x \ge -1$, tenemos un trozo de recta.

La gráfica es:



Ejercicio nº 54.-

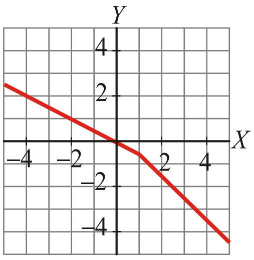
Dibuja la gráfica de la siguiente función:

$$y = \begin{cases} -x/2 & \text{si} \quad x \le 1 \\ -x + 1/2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Son dos trozos de recta.

La gráfica es:



Ejercicio nº 55.-

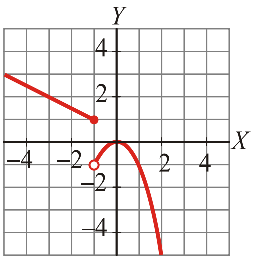
Dibuja la gráfica de la función:

$$y = \begin{cases} (-x+1)/2 & \text{si} \quad x \le -1 \\ -x^2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

Solución:

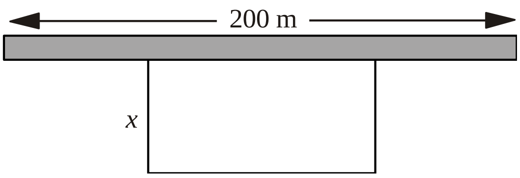
Si $x \le -1$, es un trozo de recta.
Si $x > -1$, es un trozo de parábola.

La gráfica es:



__Ejercicio nº 56.-__

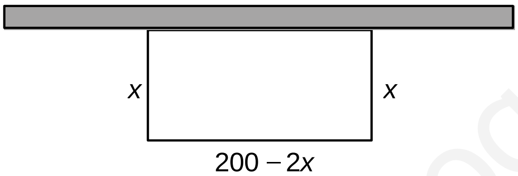
Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared:



a) Llama *x* a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados?
b) Construye la función que nos da el área del recinto.

Solución:

a)



b) $\text{Área} = x(200 - 2x) = 200x - 2x^2$

__Ejercicio nº 57.-__

El perímetro de un rectángulo es de 30 cm. Obtén la función que nos dé el área del rectángulo en función de la longitud de la base.

Solución:

Llamamos x a la longitud de la base.
Si el perímetro es de 30 cm, la altura será $15 - x$.
Por tanto, el área es:

$$A = x(15 - x) = 15x - x^2$$

Ejercicio nº 58.-

En algunos países se utiliza un sistema de medición de la temperatura distinto a los grados centígrados que son los grados Farenheit. Sabiendo que 10 °C = 50 °F y que 60 °C = 140 °F, obtén la ecuación que nos permita traducir temperaturas de °C a °F.

Solución:

Llamamos x a la temperatura en grados centígrados e y a la temperatura en grados Farenheit. La función que buscamos pasa por los puntos (10, 50) y (60, 140). Será una recta con pendiente:

$$m = \frac{140 - 50}{60 - 10} = \frac{90}{50} = \frac{9}{5}$$

La ecuación es:

$$y = \frac{9}{5}(x - 10) + 50 = \frac{9}{5}x - 18 + 50 = \frac{9}{5}x + 32$$

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

Ejercicio nº 59.-

Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2550 gramos. Escribe la función que nos da el peso total del cántaro según la cantidad de agua, en litros, que contiene.

Solución:

El peso del cántaro vacío es de 2,55 kg. Si echamos x litros de agua, pesará x kg más, es decir, la función que buscamos es:

$$y = 2{,}55 + x$$

Donde x e y están en kg. Además, x varía entre 0 y 20, es decir, $0 \le x \le 20$.

Ejercicio nº 60.-

En un contrato de alquiler de una casa figura que el coste subirá un 2% cada año. Si el primer año se pagan 7200 euros (en 12 recibos mensuales):

a) ¿Cuánto se pagará dentro de 1 año? ¿Y dentro de 2 años?

b) Obtén la función que nos dé el coste anual al cabo de x años.

Solución:

a) Dentro de 1 año se pagarán $7200 \cdot 1{,}02 = 7344$ euros.
Dentro de 2 años se pagarán $7200 \cdot 1{,}02^2 = 7490{,}88$ euros.

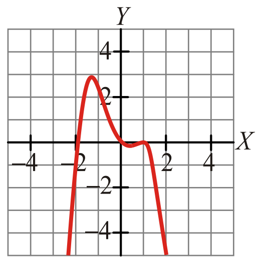
b) Dentro de x años se pagarán:

$$y = 7200 \cdot 1{,}02^{x} \text{ euros.}$$

Transformaciones de funciones

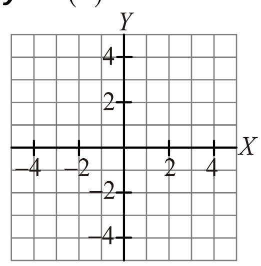
Ejercicio nº 61.-

La siguiente gráfica es la de *y = f(x)*.

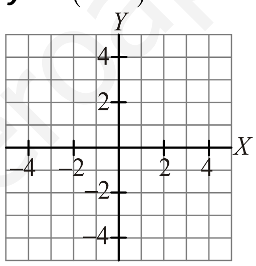


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $\boldsymbol{y = f(x) + 1}$

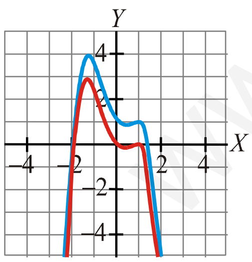


b) $\boldsymbol{y = f(x + 1)}$

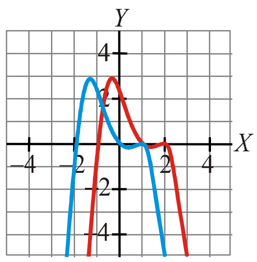


Solución:

a)



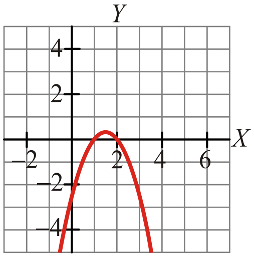
b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

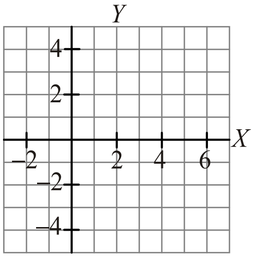
Ejercicio nº 62.-

A partir de la gráfica de $y = f(x)$

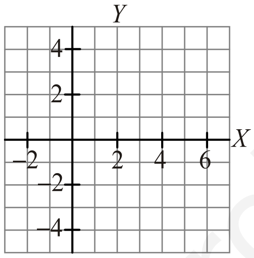


construye las gráficas de

a) $y = f(x) + 2$

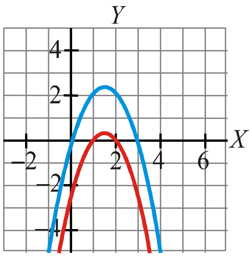


b) $y = -f(x)$

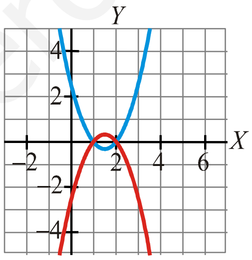


Solución:

a)



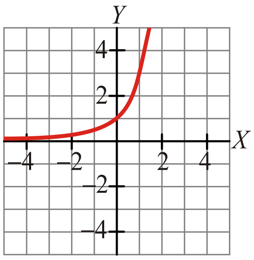
b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

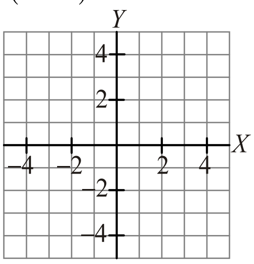
Ejercicio nº 63.-

Esta es la gráfica de la función *y = f(x)*.

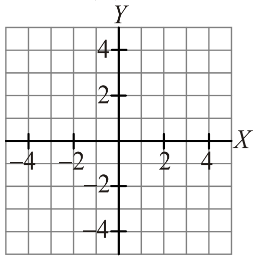


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $f(x-2)$

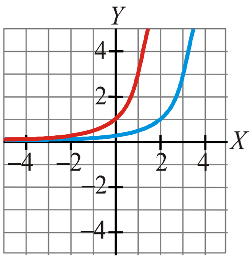


b) $y=-f(x)$

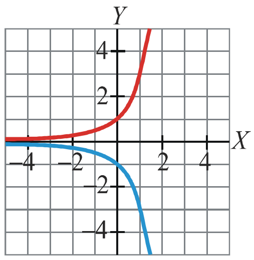


Solución:

a)



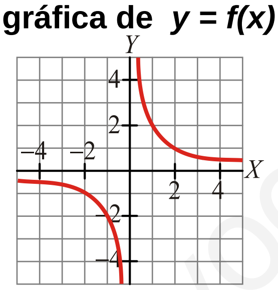
b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

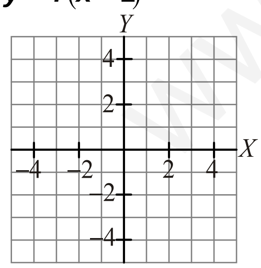
<u>Ejercicio nº 64.-</u>

Sabiendo que la gráfica de *y = f(x)* es la siguiente:

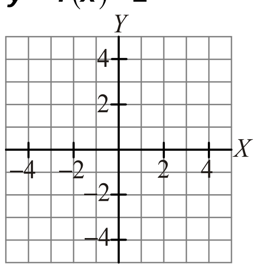


construye, a partir de ella, las gráficas de:

a) $y=f(x-1)$

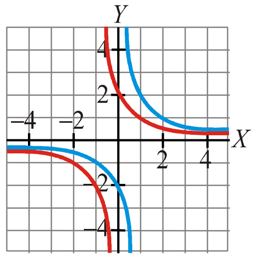


b) $y=f(x)-1$

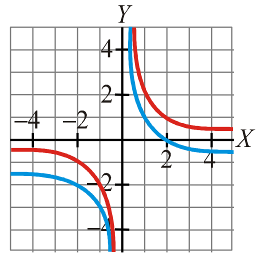


Solución:

a)



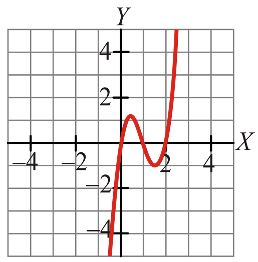
b)



(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

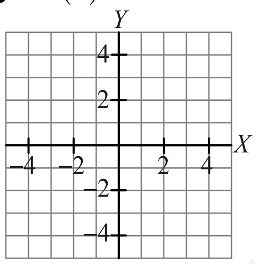
<u>Ejercicio nº 65.-</u>

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$

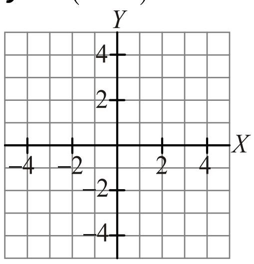


A partir de ella, representa:

a) $y = f(x) - 3$

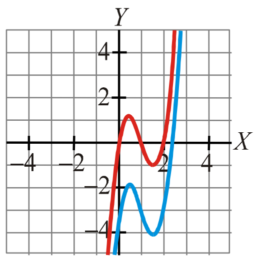


b) $y = f(x + 2)$

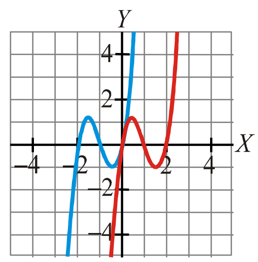


Solución:

a)



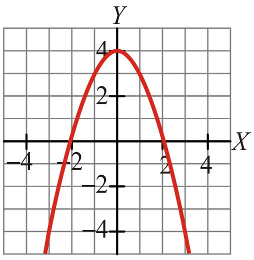
b)

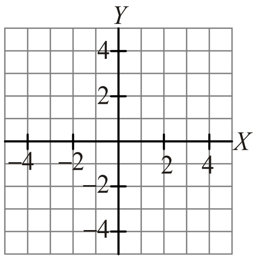


(La gráfica de *f(x)* no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

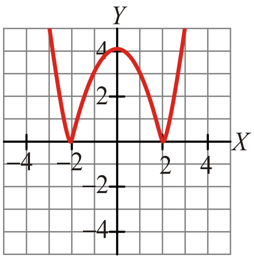
Ejercicio nº 66.-

Representa gráficamente la función $y = |f(x)|$, sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:



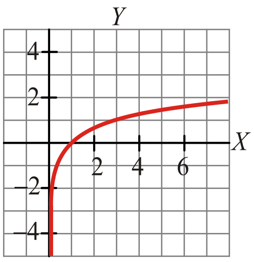


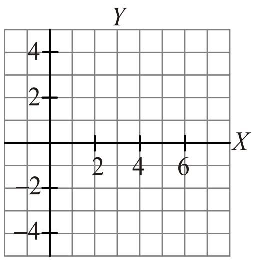
Solución:



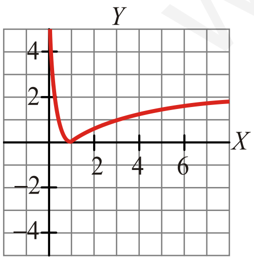
Ejercicio nº 67.-

Representa, a partir de la gráfica de $y = f(x)$, la función $y = |f(x)|$:



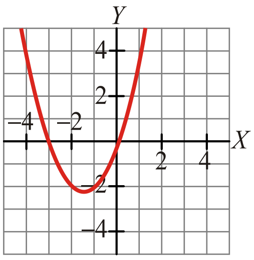


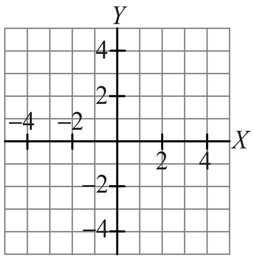
Solución:



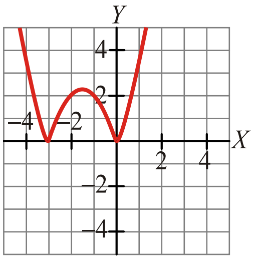
Ejercicio nº 68.-

Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:



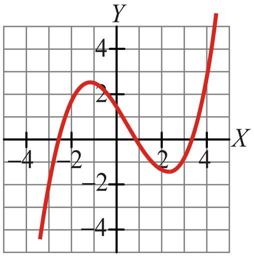


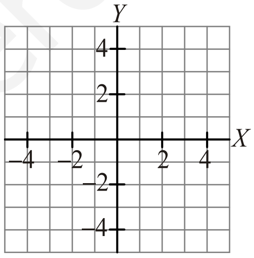
Solución:



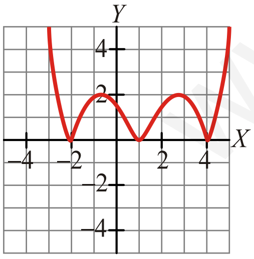
Ejercicio nº 69.-

Sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la de la izquierda, representa la gráfica de $y = |f(x)|$.



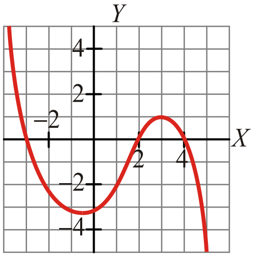


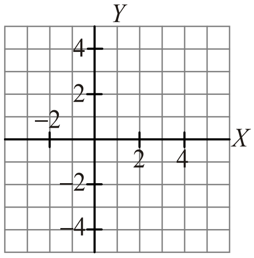
Solución:



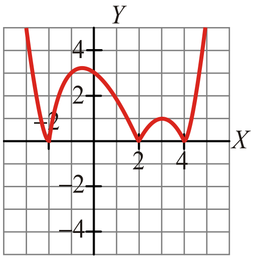
Ejercicio nº 70.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:





Solución:



<u>Ejercicio nº 71.-</u>

Expresa como función "a trozos":

$$y = \left| \frac{x+1}{2} \right|$$

Solución:

$$y = \begin{cases} -\dfrac{x+1}{2} & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{x+1}{2} & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 72.-</u>

Obtén la expresión analítica, en intervalos, de la función $y = \left| \dfrac{3x+1}{2} \right|$.

Solución:

$$y = \begin{cases} -\dfrac{3x+1}{2} & \text{si} \quad x < \dfrac{-1}{3} \\ \dfrac{3x+1}{2} & \text{si} \quad x \geq \dfrac{-1}{3} \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 73.-</u>

Define como función "a trozos":

$$y = |3x - 2|$$

Solución:

$$y=\begin{cases}-3x+2 & \text{si} \quad x<\dfrac{2}{3}\\[2mm] 3x-2 & \text{si} \quad x\geq \dfrac{2}{3}\end{cases}$$

Ejercicio nº 74.-

Define como función "a trozos":

$$\boldsymbol{y=\left|2x+4\right|}$$

Solución:

$$y=\begin{cases}-2x-4 & \text{si} \quad x<-2\\ 2x+4 & \text{si} \quad x\geq -2\end{cases}$$

Ejercicio nº 75.-

Obtén la expresión analítica en intervalos de la función $\boldsymbol{y=\left|-x+3\right|}$.

Solución:

$$y=\begin{cases}-x+3 & \text{si} \quad x<3\\ x-3 & \text{si} \quad x\geq 3\end{cases}$$

Composición de funciones

Ejercicio nº 76.-

Dadas las siguientes funciones: $\boldsymbol{f(x)=\dfrac{-3x+2}{4}}$ y $\boldsymbol{g(x)=x^2+1}$, halla:

a) $\boldsymbol{(f\circ g)(x)}$

b) $\boldsymbol{(g\circ g)(x)}$

Solución:

a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f\left[x^2+1\right]=\dfrac{-3\left(x^2+1\right)+2}{4}=\dfrac{-3x^2-3+2}{4}=\dfrac{-3x^2-1}{4}$

b) $(g\circ g)(x)=g[g(x)]=g\left[x^2+1\right]=\left(x^2+1\right)^2+1=x^4+2x^2+1+1=x^4+2x^2+2$

Ejercicio nº 77.-

Considera las funciones *f* y *g* definidas por:

$$f(x)=\frac{x+1}{3} \text{ y } g(x)=x^2-1$$

Calcula:

a) $(f\circ g)(x)$

b) $(g\circ f)(x)$

Solución:

a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f\left[x^2-1\right]=\dfrac{x^2-1+1}{3}=\dfrac{x^2}{3}$

b) $(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g\left[\dfrac{x+1}{3}\right]=\left(\dfrac{x+1}{3}\right)^2-1=\dfrac{x^2+2x+1}{9}-1=\dfrac{x^2+2x+1-9}{9}=\dfrac{x^2+2x-8}{9}$

Ejercicio nº 78.-

Las funciones *f* y *g* están definidas por $f(x)=\dfrac{x^2}{3}$ y $g(x)=x+1$. Calcula:

a) $(f\circ g)(x)$

b) $(g\circ g\circ f)(x)$

Solución:

a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f[x+1]=\dfrac{(x+1)^2}{3}=\dfrac{x^2+2x+1}{3}$

b) $(g\circ g\circ f)(x)=g[g[f(x)]]=g\left[g\left(\dfrac{x^2}{3}\right)\right]=g\left(\dfrac{x^2}{3}+1\right)=\dfrac{x^2}{3}+1+1=\dfrac{x^2}{3}+2$

Ejercicio nº 79.-

Sabiendo que $f(x)=x-x^2$ y $g(x)=\operatorname{sen} x$, halla:

a) $(g\circ f)(x)$

b) $(g\circ g)(x)$

Solución:

a) $(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g\left[x-x^2\right]=\operatorname{sen}\left(x-x^2\right)$

b) $(g\circ g)(x)=g[g(x)]=g[\operatorname{sen} x]=\operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)$

Ejercicio nº 80.-

Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

a) $(f \circ g)(x)$
b) $(g \circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left[\sqrt{x}\right] = 2\left(\sqrt{x}\right)^2 - 1 = 2x - 1$
b) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g\left[2x^2 - 1\right] = \sqrt{2x^2 - 1}$

Ejercicio nº 81.-

Las funciones *f* y *g* están definidas por:

$$f(x) = \frac{x-1}{3} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \sqrt{x}.$$

Explica cómo, a partir de ellas, por composición, podemos obtener:

$$p(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3}} \qquad \text{y} \qquad q(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{3}$$

Solución:

$$p(x) = (g \circ f)(x) \qquad q(x) = (f \circ g)(x)$$

Ejercicio nº 82.-

Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \sqrt{x+1}$$

Explica como, a partir de ellas, se pueden obtener por composición estas otras:

$$p(x) = \frac{x+1}{2} \qquad q(x) = \sqrt{\frac{x^2}{2} + 1}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \qquad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Ejercicio nº 83.-

Con las funciones:

$$f(x) = x^2 + 1 \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{1}{x}$$

hemos obtenido, por composición, estas otras:

$$p(x) = \frac{1}{x^2+1} \qquad \text{y} \qquad q(x) = \frac{1}{x^2}+1$$

Explica cómo, a partir de *f* y *g*, se pueden obtener *p* y *q*.

Solución:

$$p(x) = (g \circ f)(x) \qquad q(x) = (f \circ g)(x)$$

Ejercicio nº 84.-

Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones *p(x)* y *q(x)* a partir de *f(x)* y *g(x),* siendo:

$$f(x) = 2x-3 \ , \quad g(x) = \sqrt{x-2} \ , \quad p(x) = 2\sqrt{x-2}-3 \quad \text{y} \quad q(x) = \sqrt{2x-5}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \qquad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Ejercicio nº 85.-

Sabiendo que:

$$f(x) = 3x^2 \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{1}{x+2}$$

Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones:

$$p(x) = \frac{3}{(x+2)^2} \qquad q(x) = \frac{1}{3x^2+2}$$

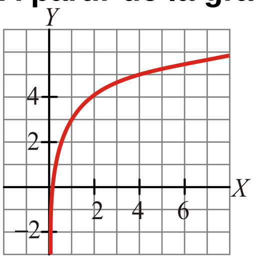
Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \qquad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Función Inversa

Ejercicio nº 86.-

A partir de la gráfica de *y = f (x):*



a) Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(5)$.

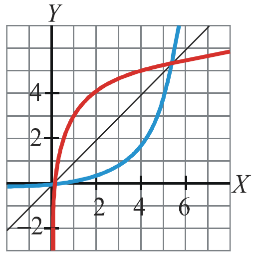
b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(3) = 1$ porque $f(1) = 3$

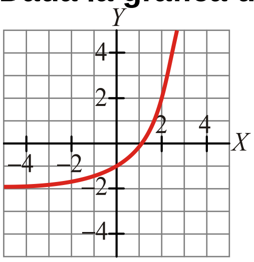
$f^{-1}(5) = 4$ porque $f(4) = 5$

b)



<u>Ejercicio nº 87.-</u>

Dada la gráfica de la función *y = f (x)*:



a) Calcula $f^{-1}(-1)$ y $f^{-1}(0)$.

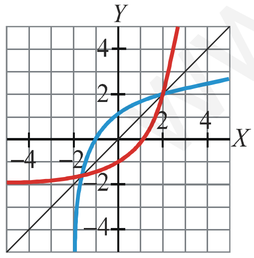
b) Representa gráficamente en los mismos ejes $f^{-1}(x)$, a partir de la gráfica de $f(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(-1) = 0$ porque $f(0) = -1$

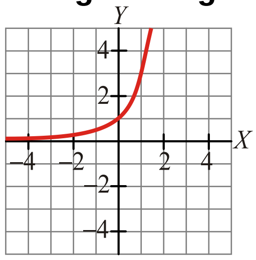
$f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$

b)



Ejercicio nº 88.-

La siguiente gráfica corresponde a la función ***y = f (x):***



a) Calcula $f^{-1}(3)$ **y** $f^{-1}(1)$

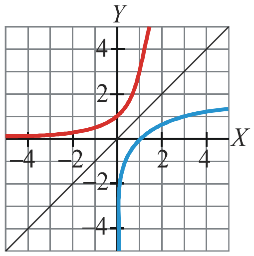
b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$ **a partir de la gráfica de** $f(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(3) = 1$ porque $f(1) = 3$

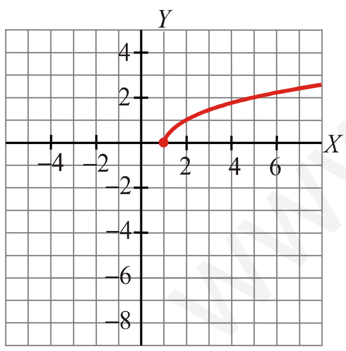
$f^{-1}(1) = 0$ porque $f(0) = 1$

b)



Ejercicio nº 89.-

Esta es la gráfica de la función ***y = f (x):***



a) Calcula $f^{-1}(0)$ **y** $f^{-1}(2)$.

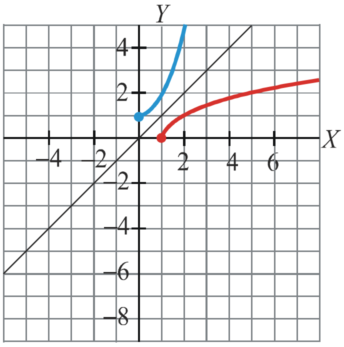
b) Representa en los mismos ejes $f^{-1}(x)$ **a partir de la gráfica de** $f(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$

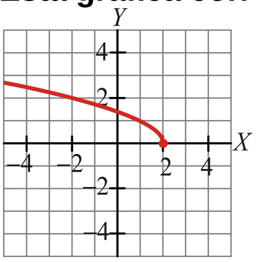
$f^{-1}(2) = 5$ porque $f(5) = 2$

b)



Ejercicio nº 90.-

Esta gráfica corresponde a la función *y = f (x)*:



A partir de ella:

a) Calcula $f^{-1}(2)$ y $f^{-1}(0)$.

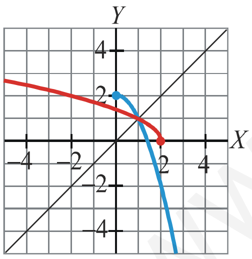
b) Representa, en los mismos ejes, la función $f^{-1}(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(2) = -2$ porque $f(-2) = 2$

$f^{-1}(0) = 2$ porque $f(2) = 0$

b)



Ejercicio nº 91.-

Calcula $f^{-1}(x)$, sabiendo que :

$$f(x) = \frac{-x+3}{2}$$

Solución:

Cambiamos x por y, y despejamos la y :

$$x = \frac{-y+3}{2} \quad \Rightarrow \quad 2x = -y+3 \quad \Rightarrow \quad y = 3-2x$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = 3-2x$$

<u>Ejercicio nº 92.-</u>

Calcula la función inversa de:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{-2x-1}{5}}$$

Solución:

Cambiamos x por y, y despejamos la y:

$$x = \frac{-2y-1}{5} \quad \Rightarrow \quad 5x = -2y-1 \quad \Rightarrow \quad 2y = -5x-1 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-5x-1}{2}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{-5x-1}{2}$$

<u>Ejercicio nº 93.-</u>

Obtén la función inversa de:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{2-3x}{4}}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y:

$$x = \frac{2-3y}{4} \quad \Rightarrow \quad 4x = 2-3y \quad \Rightarrow \quad 3y = 2-4x \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2-4x}{3}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{3}$$

<u>Ejercicio nº 94.-</u>

Halla la función inversa de:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{2x-1}{3}}$$

Solución:

Cambiamos x por y, y despejamos la y:

$$x = \frac{2y-1}{3} \quad \Rightarrow \quad 3x = 2y - 1 \quad \Rightarrow \quad 3x + 1 = 2y \quad \Rightarrow \quad \frac{3x+1}{2} = y$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{2}$$

<u>Ejercicio nº 95.-</u>

Halla la inversa de la siguiente función:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{-2+7x}{3}}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y:

$$x = \frac{-2+7y}{3} \quad \Rightarrow \quad 3x = -2 + 7y \quad \Rightarrow \quad 3x + 2 = 7y \quad \Rightarrow \quad \frac{3x+2}{7} = y$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{7}$$