

ACTIVIDADES PARA ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO QUE TIENEN PENDIENTE  
 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS I  
**SEGUNDA PARTE**

1. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$

b)  $g(x) = \ln \frac{4x-5}{2x+6}$

c)  $h(x) = \sqrt{\frac{6-2x}{2x+3}}$

2. Represente la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 8x - 14 & \text{si } x \leq -3 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } -3 < x \leq 3 \\ \frac{2x-7}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

3. Dadas las funciones

$f(x) = \frac{2x+7}{x-3}$

$g(x) = \sqrt{2x+5}$

$h(x) = 3-4x$

se pide:

a)  $h-f$

c)  $f \circ h$

e)  $f^{-1}$

b)  $\text{Dom}(f+g)$

d)  $g(f(a))$

f)  $\text{Rec}(f)$

4. Determine el dominio y el recorrido de la función  $f$  dada por la gráfica adjunta, sus puntos de intersección con los ejes, el signo de la función y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Dibuje la gráfica de la función  $g$  en los siguientes casos:

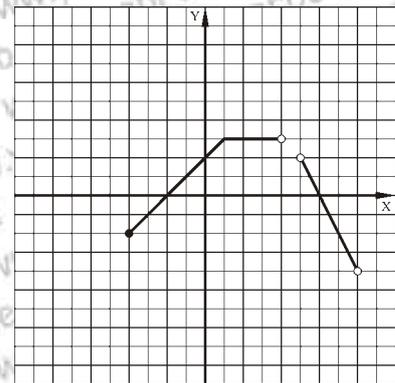
a)  $g(x) = f(x+3)$

d)  $g(x) = -f(x)$

b)  $g(x) = f(-x)$

e)  $g(x) = f(x)-2$

c)  $g(x) = |f(x)|$



5. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \ln \frac{2x+3}{6-2x}$

b)  $g(x) = \ln(25-x^2)$

c)  $h(x) = \frac{x-3}{4x^2-28x}$

d)  $v(x) = \sqrt{x^2-16}$

6. Represente la función

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+3} + 1 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{8-x}{2} & \text{si } -2 < x < 4 \\ -x^2 + 12x - 28 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

7. Dadas las funciones

$f(x) = \frac{5-2x}{x^2-1}$

$g(x) = \frac{x-3}{x-1}$

$h(x) = \frac{3x+4}{2}$

$u(x) = 2^{x+3} + 1$

se pide:

a)  $f-g$

b)  $g \circ h$

c)  $u^{-1}$

d)  $(h \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$

8. Estudie las asíntotas de la función  $f(x) = \frac{2x^2+2}{x-3}$ .

9. Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-9x+10}{3x^2-7x+2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-\sqrt{2x+5}}{x+2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2+x} - \sqrt{4x^2-5x})$

10. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-2x-5}{x-3} & \text{si } x < -3 \\ -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ -x^2 + 6x - 7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

se pide:

- a) Estudio analítico de la continuidad.  
b) Gráfica de  $f$ .

11. Determine el valor de  $a$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & \text{si } x \leq -2 \\ ax - 2 & \text{si } x > -2 \end{cases}$  sea continua.

12. Dada la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ , se pide:

- a) Ecuación de la recta tangente a  $f$  en el punto de abscisa  $x = -2$ .  
b) Determine las coordenadas del punto en el que la recta tangente a  $f$  es paralela a la recta  $3x + y - 2 = 0$  y halla su ecuación.

13. Estudie la monotonía y los extremos de la función  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$ .

14. Obtenga la función derivada de la función  $f$  en los siguientes casos:

- a)  $f(x) = (4x^2 - 3)^3$       c)  $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^2}$       e)  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$   
b)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$       d)  $f(x) = \frac{x-1}{2^x}$       f)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

15. Estudie la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2 + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 7x - 7 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ .

16. Calcule el valor de  $a$  para que la función  $f(x) = ax^3 - 2x^2 + 3x$  tenga un extremo local en el punto de abscisa  $x = 3$ . Analice el tipo de extremo.

17. Estudie el dominio, asíntotas, monotonía y extremos de la función  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ .

18. Determine los dominios de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = \frac{x-4}{x^3 - x^2 - 6x}$       b)  $g(x) = \sqrt{\frac{3x+12}{2x-3}}$       c)  $h(x) = \sqrt{18+9x-2x^2}$

19. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{3x+12}{2x-3}$  y  $g(x) = \frac{4}{x}$ , se pide:

- a)  $g - f$       c)  $f^{-1}$  (inversa de  $f$  respecto de la composición)  
b)  $f \circ g$  ( $g$  compuesta con  $f$ )      d)  $(g \circ f)(5)$

20. Calcule los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 1}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$       c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{x+2}$       d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 4x - 1} \right)$

21. Estudia las asíntotas de la función  $f$  en los siguientes casos:

- a)  $f(x) = \frac{2x+5}{3-x}$       b)  $f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$       c)  $f(x) = \frac{x^2+5x-3}{x^2+x-2}$       d)  $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$

22. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = x^3 - 2x^2$  en el punto de abscisa  $x = -1$ .

23. Calcula la función derivada de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = L\sqrt{x^2-1}$       b)  $f(x) = \left( \frac{x}{x-1} \right)^2$       c)  $f(x) = \frac{x}{2^x}$       d)  $f(x) = 3x^2 \cdot \sqrt{x^2-1}$

24. Estudia el dominio, asíntotas, monotonía y extremos de la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ .
25. Calcula en qué punto la recta tangente a la curva de la función  $f(x) = (2x - 1)^2 + 5$  es paralela a la recta de ecuación  $y = 2x + 5$ . Después escribe las ecuaciones de la recta tangente y normal a la gráfica en dicho punto.
26. Determina los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$  tenga un extremo local en el punto  $(-1, -5)$ .
27. Estudia la monotonía y los extremos de la función  $f(x) = \frac{x^4 - 8x^3 + 16x^2}{8}$ .
28. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 8x - 13 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{1}{2}x - 2 & \text{si } -2 < x < 2 \\ x^2 - 6x + 7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ , se pide:
- Estudio analítico de la continuidad.
  - Gráfica de  $f$ .
29. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < -1 \\ 3 - x^2 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ -x + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ , se pide:
- Estudio analítico de la continuidad.
  - Representación gráfica.
30. Estudia los siguientes límites:
- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 3}$
  - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3}}$
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{5-x}$
31. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{5 - 2x}{x^2 - 1}$  y  $g(x) = \frac{4x - 3}{2x - 1}$ , se pide:
- $g - f$
  - $g \circ h$
  - $g^{-1}$
  - $(g \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$
32. Halla la derivada de las siguientes funciones:
- $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$
  - $h(x) = \sqrt{x} + e^x \cdot x^4$
  - $j(x) = 7x \cdot (x + \cos x)$
  - $l(x) = (x^4 - 2x + 6)^3$
  - $g(x) = (x^2 + 1)^3 \cdot 2^x$
  - $i(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$
  - $k(x) = \frac{x^2 \cdot \ln x}{e^x}$
  - $m(x) = \sqrt{4x} \cdot \sin x$
33. Estudia si la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$  es derivable.
34. Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 15$ . Halla sus extremos.
35. Esboza la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ , estudiando su dominio, asíntotas, puntos de intersección con los ejes, monotonía y extremos relativos:
36. La gráfica de la función  $f(x) = x^2 + bx + c$  pasa por el punto  $P(-2, 1)$  y alcanza un extremo relativo en el punto de abscisa  $x = -3$ . Determina los valores de  $b$  y  $c$ .
37. Calcula la función inversa correspondiente a cada una de las siguientes funciones:
- $f(x) = \frac{2x - 1}{1 - x}$
  - $g(x) = \sqrt{x + 3}$
  - $h(x) = \log_5(x + 5) - 2$
38. ¿Cuál es la ecuación de una parábola que pasa por el punto  $(0, 9)$  y en el punto  $(2, 9)$  tiene como recta tangente  $y - 6x + 3 = 0$ ?

39. Cierta tipo de bengala permanece encendida un tiempo de 4 minutos. Se ha comprobado que el porcentaje de luminosidad que produce viene dado por la siguiente función, considerando el tiempo en minutos.

$$f(t) = 100t - 25t^2 \quad \text{con } t \in [0, 4]$$

- a) ¿Para qué valor de  $t$  se obtiene el porcentaje de luminosidad máximo?  
 b) ¿En qué intervalo de tiempo decrece el porcentaje de luminosidad?  
 c) ¿Para qué valores de  $t$  el porcentaje de luminosidad es del 75%?

40. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$       b)  $g(x) = 2x + \sqrt{x-1}$       c)  $h(x) = \log(x^2-4)$

41. Realiza las siguientes operaciones de funciones, indicando sus respectivos dominios:

a) Siendo  $f(x) = x+2$  y  $g(x) = \frac{1}{x}$ , calcula  $(f+g)(x)$ .

b) Siendo  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$  y  $g(x) = \frac{x-3}{x+1}$ , calcula  $(f \cdot g)(x)$ .

c) Siendo  $f(x) = x^2+1$  y  $g(x) = \sqrt{x-2}$ , calcula  $(f \circ g)(x)$ .

d) Siendo  $f(x) = \frac{3}{x-1}$  y  $g(x) = x^2$ , calcula  $(g \circ f)(x)$ .

42. Dada la función  $f(x) = 2^x$ , indica que transformación sufre en cada una de las siguientes funciones (realiza un esbozo de las gráficas):

a)  $f(x-3)$       b)  $f(x)+4$       c)  $f(-x)$       d)  $-f(x)$

43. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a)  $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$       b)  $g(x) = \frac{2}{x-2}$       c)  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si } x > 3 \end{cases}$

44. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2+2} - \sqrt{3x^2-5x})$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+3x^2-x}{x^2-x}$       c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2x+6}}{x+2}$

45. Estudia la continuidad de las siguientes funciones, clasificando las discontinuidades:

a)  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si } x > 3 \end{cases}$       b)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$       c)  $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x^2-x-2 & \text{si } x > 3 \\ 4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

46. Dadas las funciones:  $f(x) = x^2 - 3x$ ,  $g(x) = \sqrt{1-x}$  y  $h(x) = \frac{2}{x}$ , realiza las siguientes operaciones:

a)  $(f+g)(x)$       b)  $(f \circ g)(x)$       c)  $(h \circ f)(x)$       d)  $g^{-1}(x)$

47. Contesta sólo lo que se te pide en cada apartado:

a) Estudia la simetría de  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ .

b) Halla los puntos de corte con los ejes de  $g(x) = \frac{3x+4}{x^2-1}$ .

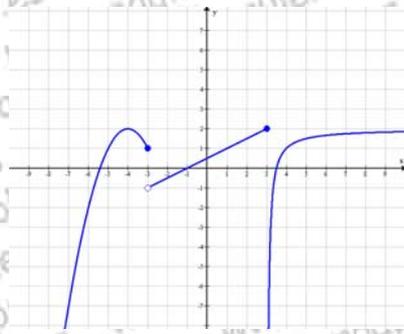
c) Halla la inversa de  $h(x) = 2^{x+3} - 5$ .

48. Sea la función  $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$ . Se pide:

- a) Encuentra los máximos y mínimos relativos de la función.  
 b) Determina las ecuaciones de sus asíntotas y la posición de la curva respecto de ellas.  
 c) Construye un esbozo de la gráfica de la función.

SOLUCIONES

1. a)  $Dom f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$  b)  $Dom g = (-\infty, -3) \cup \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$  c)  $\left(-\frac{3}{2}, 3\right]$

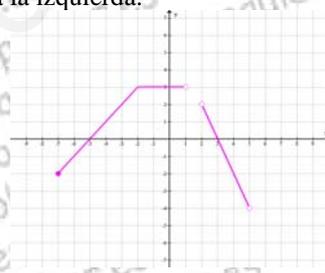
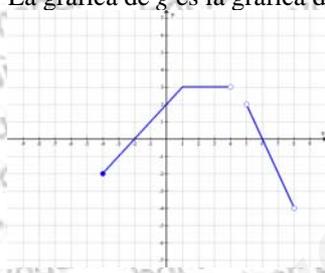


- 2.
3. a)  $(h-f)(x) = \frac{-4x^2 + 13x - 16}{x-3}$  c)  $(f \circ h)(x) = \frac{8x-13}{4x}$  e)  $f^{-1}(x) = \frac{3x+7}{x-2}$   
 b)  $Dom(f+g) = \left[-\frac{5}{2}, 3\right) \cup (3, +\infty)$  d)  $g(f(a)) = \sqrt{\frac{9a-1}{a-3}}$  f)  $Rec(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

4. Gráfica de  $f$ :

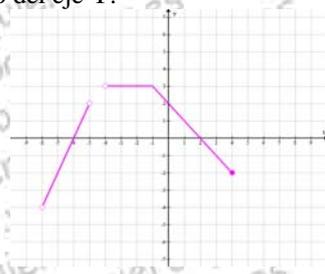
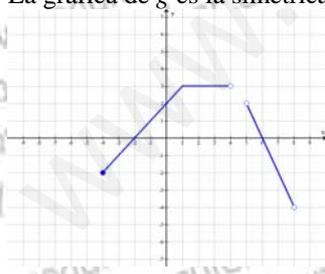
a)  $g(x) = f(x+3)$

La gráfica de  $g$  es la gráfica de  $f$  trasladada 3 unidades a la izquierda.



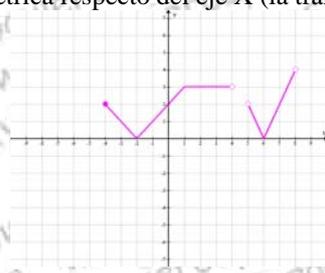
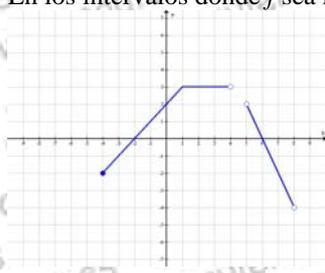
b)  $g(x) = f(-x)$

La gráfica de  $g$  es la simétrica de la gráfica de  $f$  respecto del eje Y.



c)  $g(x) = |f(x)|$

En los intervalos donde  $f$  sea negativa, trazamos su simétrica respecto del eje X (la transformamos en positiva).



d)  $g(x) = -f(x)$

La gráfica de  $g$  es la simétrica de la gráfica de  $f$  respecto del eje X.

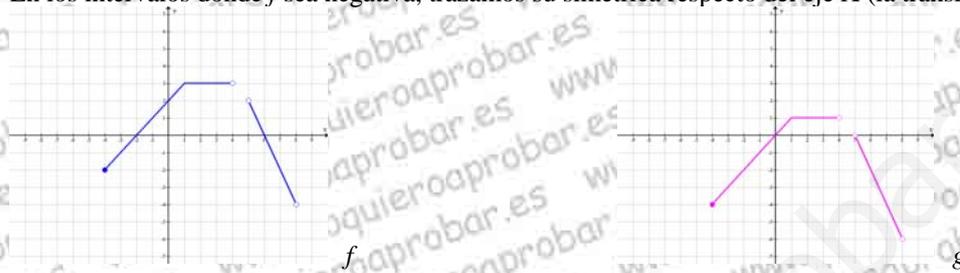
En los intervalos donde  $f$  sea negativa, trazamos su simétrica respecto del eje X (la transformamos en positiva).



e)  $g(x) = -f(x)$

La gráfica de  $g$  es la simétrica de la gráfica de  $f$  respecto del eje X.

En los intervalos donde  $f$  sea negativa, trazamos su simétrica respecto del eje X (la transformamos en positiva).

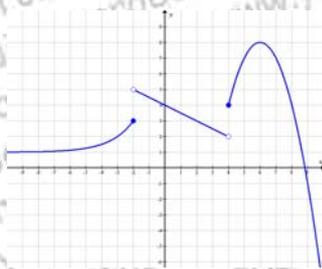


5. a)  $\text{Dom}(f) = \left(-\frac{3}{2}, 3\right)$

b)  $\text{Dom}(g) = (-5, 5)$

c)  $\text{Dom}(h) = \mathbb{R} - \{0, 7\}$

d)  $\text{Dom}(v) = (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$



6.

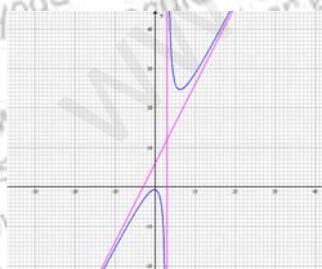
7. a)  $(f-g)(x) = \frac{8-x^2}{(x+1)(x-1)}$

b)  $(g \circ h)(x) = \frac{3x-2}{3x+2}$

c)  $u^{-1}(x) = \log_2(x-1) - 3$

d)  $(h \circ f)\left(\frac{1}{2}\right) = -6$

8. A. V.  $x = 3$ ; A.H. No tiene; A.O.  $y = 2x + 6$ .



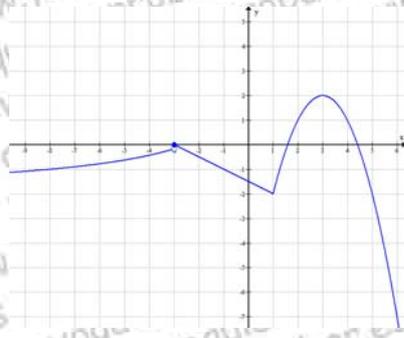
9. a)  $-\frac{1}{5}$

b)  $-1$

c)  $\frac{3}{2}$

10. a)  $f$  es continua en  $\mathbb{R} - \{-3\}$

$f$  tiene una discontinuidad de salto finito en  $x = -3$



b)

11.  $\frac{17}{16}$

12. a)  $y = 24x + 32$

13. Monotonía

$f$  es estrictamente decreciente en  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

$f$  es estrictamente creciente en  $(-1, 3)$

14. a)  $f'(x) = 24x(4x^2 - 3)^2$

b)  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

c)  $f'(x) = 6xe^{x^2}(1 + x^2)$

15.  $f$  es derivable en  $\mathbb{R} - \{2\}$ .

16.  $a = \frac{1}{3}$ ;  $f$  tiene un mínimo en  $x = 3$ .

17.  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

A.V.  $x = -2$  y  $x = 2$

A.H.  $y = 1$

A.O. No tiene por tener A.H. por ambos lados.

Monotonía

$f$  es estrictamente creciente en  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$

$f$  es estrictamente decreciente en  $(0, 2) \cup (2, -\infty)$

18. a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 0, 3\}$     b)  $\text{Dom}(g) = (-\infty, -4] \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$     c)  $\text{Dom}(h) = \left[-\frac{3}{2}, 6\right]$

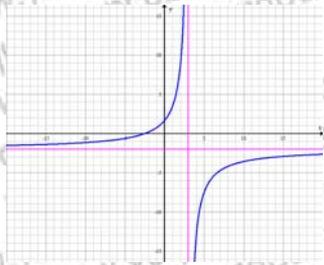
19. a)  $(g - f)(x) = \frac{-3x^2 - 4x - 12}{x(2x - 3)}$     c)  $f^{-1}(x) = \frac{3x + 12}{2x - 3}$

b)  $(f \circ g)(x) = \frac{12(1 + x)}{8 - 3x}$     d)  $(g \circ f)(5) = \frac{28}{27}$

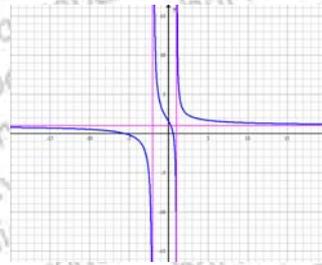
20. a)  $\frac{1}{3}$     b)  $-\frac{1}{4}$     c)  $e^2$     d)  $-2$

21. a) A.V.  $x = 3$ ; A.H.  $y = -2$ ; A.O. No tiene    c) A.V.  $x = -2$  y  $x = 1$ ; A.H.  $y = 1$ ; A.O. No tiene

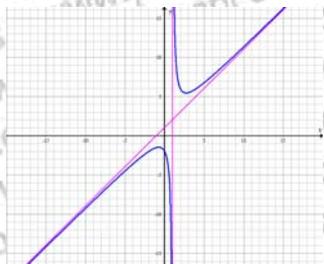
b) A.V.  $x = 1$ ; A.H. No tiene; A.O.  $y = x + 1$     d) A.V.  $x = -2$  y  $x = 2$ ; A.H.  $y = -1$ ; A.O. No tiene



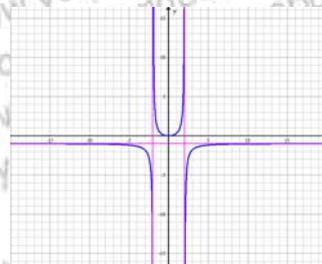
a)



c)



b)



d)

22. a)  $f'(x) = \frac{x}{x^2-1}$

b)  $f'(x) = \frac{-2x}{(x-1)^3}$

c)  $f'(x) = \frac{1-x \ln 2}{2^x}$

d)  $f'(x) = \frac{3x(3x^2-2)}{\sqrt{x^2-1}}$

23. a

24. a

25. a

26. a

27. a

28. a

29. a

30. a

31. a

32. a

33. a

34. a

35. a

36. a

37. a

38. a

39. a

40. a

41. a

42. a

43. a

44. a

45. a

46. a

47. a

48. a

## PARA CAMBIAR EL EJERCICIO 10

1. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-3x-2}{x-3} & \text{si } x < -3 \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ -x^2 + 6x - 7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

se pide:

- Estudio analítico de la continuidad.
- Asíntotas.
- Gráfica de  $f$ .

