PENDIENTES

MATEMÁTICAS I

Bachillerato Tecnológico

1.- Calcula: $\sqrt[4]{25}+\sqrt{45}+\sqrt{\frac{5}{9}}-\sqrt{80}$

2.- Simplifica la siguiente expresión: $\frac{2}{2-\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

3.- Simplifica la siguiente expresión: $\sqrt{a\sqrt[3]{\frac{1}{a}}}$

4.- Encuentra los valores enteros del intervalo abierto $(-7,\pi)$.

5.- Escribe en forma de entorno la inecuación: $|x+3|\leq\frac{1}{2}$

6.- Calcula el área de un triángulo equilátero de $18\,cm$ de perímetro.

7.- Un cateto de un triángulo rectángulo mide $\sqrt{3}\,cm$ y la hipotenusa $2\sqrt{7}\,cm$. Calcula el otro cateto y la superficie del triángulo, indicando en cada caso qué tipo de números son.

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x-1=(x+5)\cdot(x-1)$

b) $\frac{3x-2\cdot(x+3)}{6}-\frac{1-\frac{x+2}{3}}{3}=1$

c) $\frac{x+1}{2}-\frac{x-2}{3}+\frac{x+4}{5}=6$

d) $12x^2-18=0$

e) $(x+1)^3-(x-2)^3=4x^2+5x+1$

f) $3x^6-82x^3+27=0$

g) $(x^6-9x^3+8)\cdot(x^4-13x^2+36)=0$

h) $\frac{x}{6}=\frac{x^2-10}{x^2-7}$

i) $x^5+3x^4-56x^3-234x^2-116x-480=0$

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log(x+1)-\log x=1$

b) $2\log x+\log(x-1)=2$

10.- Un triángulo equilátero tiene $12\,cm$ de perímetro. Calcula las dimensiones de sus lados, la altura y el área.

11.- Hay que enviar 500 cartas de propaganda, que hay que doblar y ensobrar. Una persona sola tardaría una hora más que otra persona, también sola. Pero juntas, tardan 2 horas, 13 minutos y 20 segundos. ¿Cuánto tarda cada persona en preparar el envío por separado?

12.- Un alumno debe sumar 1 a un número, restar 4 del mismo número y multiplicar después los resultados. Por error suma 4 al número, resta 1 de dicho número y multiplica los resultados, de manera que obtiene el mismo número que si no se hubiera equivocado. ¿Con qué número operó?

13.- Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones en función del número de Soluciones:

a) $\begin{cases} 3x+5y=-7 \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{3}=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-5y=3 \\ x+3y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x+4y=3 \\ x+3y=1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}+\dfrac{x-y}{3}=1 \\ 2x+\dfrac{x+y}{2}=3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{x+\dfrac{x+y}{2}}{3}-\dfrac{y-\dfrac{x-y}{3}}{2}=1 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$

14.- Un terreno rectangular de $100\,m$ de largo y $80\,m$ de ancho está bordeado por calles de anchura uniforme. Si la superficie de las calles que rodean al terreno es $4000\,m^2$, ¿cuál es la anchura de las calles?

15.- Halla el valor en que debe aumentar la arista de un cubo que mide $3\,cm$ para que su volumen aumente en $279\,cm^3$.

16.- Las edades de unos gemelos y las de unos trillizos suman 150 años. Si permutáramos sus edades, entonces sumarían 120 años. ¿Cuántos años tienen los trillizos?

17.- Dos trenes salen al encuentro uno del otro desde dos ciudades que distan entre sí $900\,km$. Uno de los trenes viaja $10\,km/h$ más rápido que el otro. Halla la velocidad de cada tren sabiendo que se encuentran a las 5 horas de haber salido.

18.- En una cafetería han cobrado a unos clientes por dos cafés con leche, un refresco y un bocadillo de jamón, un total de $5'20$ €. Por dos bocadillos, un café con leche y dos refrescos, cobraron $7'40$ €. ¿Cuánto cobran por un bocadillo y un refresco? Con los datos que tienes, ¿podrías calcular el precio de cada tipo de consumición? ¿Y el precio del café con leche? Este problema ¿está determinado o indeterminado?

19.- En unas rebajas de unos almacenes de ropa, por cada prenda cobran un precio, pero si compras dos iguales hacen un descuento del 10%, y si compras tres, la rebaja es del 20%. El precio de dos camisas, un pantalón y un jersey es de 126€. El precio de una camisa, dos pantalones y dos jerseys es de 182€. Por último, tres camisas, dos pantalones y tres jerseys cuestan 234€. ¿Qué precio tiene cada prenda?

20.- Resuelve estas inecuaciones:

a) $2x<10$ b) $2x\leq 10$ c) $3x+2\geq -1$

d) $3x+2>-1$ e) $-x+2<-3+x$ f) $\frac{1}{x+1}\geq \frac{2}{x-1}$

21.- Dibuja, sobre la recta real, las siguientes soluciones de inecuaciones:

a) $x\in[2,+\infty)$ b) $x\in(1,+\infty)$ c) $x\in(-\infty,-2)$

22.- Un almacenista de patatas suministra a un supermercado patatas a 1 € la red suelta. Si el pedido es grande, le ofrece al dueño del supermercado cobrarle un fijo de 100€ y a $0'8$ €, cada red de patatas servidas. ¿Cuántas redes se habrán de pedir, por lo menos, para que la factura salga más económica con la segunda forma de pago?

23.- Un crítico de cine tiene un presupuesto de 120€ al mes para ver películas. En los grandes cines, en que se proyecta una sola cinta, la entrada cuesta $7'2$€, y en los multicines, que proyectan dos películas por sala, la localidad cuesta 6€. Si quiere ir al menos 4 veces por mes a una gran sala y alguna vez por mes a un multicine:

a) ¿Cuál es el mayor número de películas que puede ver?
b) ¿Cuánto le sobra del presupuesto mensual?

24.- Un padre tiene 30 años más que su hijo. Determina la época en la que la edad del padre excedía al menos en más de 10 años al doble de la edad de su hijo.

25.- Si $0<x<\frac{\pi}{2}$, ¿cuáles son las soluciones de la ecuación $sen\,(\pi-x)=\frac{1}{5}$?

26.- Si $cosec\,\alpha=-3$ y $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$, encuentra el valor de las restantes razones trigonométricas del ángulo α.

27.- Si $tg\,\alpha=\frac{1}{2}$, $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Calcula de forma razonada las siguientes expresiones:

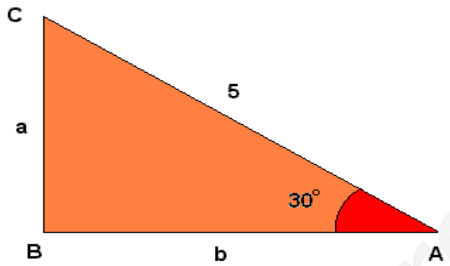
a) $sen\,\alpha$ b) $sec\,\alpha$ c) $tg(\pi+\alpha)$ d) $sen(\pi-\alpha)$ e) $ctg(-\alpha)$

28.- ¿Para qué valores de x se cumple la siguiente igualdad trigonométrica?

$$tg\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$$

29.- Si $tg\,\alpha=-\frac{3}{5}$, $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$. Halla el valor de sen α.

30.- Encuentra los valores de *a* y *b* en la siguiente figura:



31.- La distancia en línea recta entre dos puntos *P* y *Q* es de 70 metros. El mástil de una bandera se encuentra anclado en el punto *Q*, y la parte más alta se observa desde el punto *P* bajo un ángulo de 60^{o}. Determina la altura del mástil.

32.- Un árbol tiene una altura de 20 metros. ¿A qué distancia de su base se observa su copa bajo un ángulo de 30^{o}?

33.- Para determinar la altura de una montaña se hacen dos observaciones desde dos puntos situados en el terreno y distantes entre sí 30 metros, obteniéndose 30^{o} y 45^{o}. ¿Qué altura tiene dicha montaña?

34.- Un triángulo rectángulo de catetos de igual longitud, tiene una hipotenusa de $2\,cm$. ¿Qué valor tienen los catetos y los ángulos de dicho triángulo?

35.- Realiza las siguientes operaciones con números complejos:

a) $(1-i)^{7}=$ b) $\left(2_{60^{o}}\right)^{5}=$

36.- Opera dando el resultado en forma binómica:

$$\left[\frac{(1-i)\cdot i^{15}}{1+i}\right]^{34}$$

37.- Calcula y representa:

a) $\sqrt[3]{-8i}$ $\quad$ *b)* $\sqrt[4]{1+\sqrt{3}i}$ $\quad$ *c)* $\sqrt[4]{16i}$ $\quad$ *d)* $\sqrt[3]{-8_{135^\circ}}$

38.- Resuelve en el campo de los números complejos:

a) $16z^4+1=0$ $\quad$ b) $z^4-2z^3+6z^2-2z+5=0$

39.- Calcula $z_1\cdot z_2$ y $\dfrac{z_1}{z_2}$, siendo $z_1=-1-\sqrt{3}i$ y $z_2=1_{30^\circ}$

40.- Expresa en forma binómica $z=2_{300^\circ}$

41.- Expresa en forma trigonométrica y polar $z=-1+\sqrt{3}i$.

GEOMETRÍA

1.- Dados los vectores $\vec{u}=(k,2)$ y $\vec{v}=(3,-1)$, halla el valor de k para el cual el vector $\vec{u}$ resulta perpendicular al vector $\vec{u}+\vec{v}$.

2.- Si A, B, C Y D son cuatro puntos cualesquiera del plano, demuestra que se verifica la siguiente igualdad $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BD}=0$.

3.- Dados los vectores $\vec{u}=(4,-7)$, $\vec{v}=(11,10)$ y $\vec{w}=(1,1)$, halla dos números reales k y l y dos vectores $\vec{x}$ e $\vec{y}$, tales que: $\vec{u}=k\cdot\vec{w}+\vec{x}$, siendo $\vec{x}\perp\vec{w}$ $\quad$ $\vec{v}=l\cdot\vec{w}+\vec{y}$, siendo $\vec{y}\perp\vec{w}$

4.- El triángulo ABC es rectángulo en A, siendo sus vértices los puntos $A(3,5)$, $B(1,3)$ y $C(k,10)$. Calcula el valor de k y halla el perímetro del triángulo.

5.- Encuentra los dos vectores ortonormales que forman con el vector $\vec{u}=(1,7)$ ángulos de 45°. A continuación, expresa $\vec{u}$ como combinación lineal de dichos vectores.

6.- En el triángulo ABC, se conoce el vértice $A(-2,3)$, la altura que pasa por C, de ecuación $h_C\equiv 3x-2y-8=0$ y la mediana que pasa por C, cuya ecuación es $m_C\equiv 4x-5y+1=0$. Halla las coordenadas de los otros dos vértices, B y C.

7.- En el triángulo isósceles ABC con $AB=AC$, conocemos el vértice $A(1,1)$, el baricentro $G(4,3)$ y la ecuación del lado $AB\equiv 27x-8y-19=0$. Halla las coordenadas de los otros dos vértices.

8.- De un triángulo ABC se conocen el vértice $A(2,2)$ y las alturas trazadas desde B y desde C, $h_B\equiv x+y-2=0$ y $h_C\equiv 9x-37-4=0$. Halla las coordenadas de los vértices B y C.

9.- Halla las ecuaciones de las bisectrices interiores del triángulo cuyos lados se encuentran sobre las rectas de ecuaciones $r\equiv x+7y-8=0$, $s\equiv 7x+y-8=0$ y $t\equiv x+y-8=0$. Calcula también las coordenadas del incentro y el radio de la circunferencia inscrita al triángulo.

10.- Encuentra las ecuaciones de las diagonales del cuadrado cuyos vértices son los puntos $A(1,2)$, $B(3,2)$, $C(1,0)$ y $D(3,0)$. Compara las pendientes de ambas rectas.

11.- Pasa a las demás formas cada una de las siguientes rectas:

$$\left.\begin{aligned} x&=3\alpha-1\\ y&=-\alpha+2\end{aligned}\right\}\qquad\qquad y=-3x+4\qquad\qquad 3x-2y-6=0$$

$\frac{x-2}{3}=y+7$ $\qquad\qquad$ $(x,y)=(3,-2)+a(-1,4)$

12.- Dado el triángulo de vértices $A(1,0)$, $B(2,-1)$ y $C(0,3)$, halla las ecuaciones de sus medianas y comprueba que se cortan en un mismo punto.

13.- Dadas las rectas:

$r\equiv 2x-3y=-3$ $\qquad$ $r'\equiv 4x-y=-6$ $\qquad$ $r''\equiv(4-m)x+(m+1)y=m-1$

Halla m para que r'' pase por la intersección de r con r'.

14.- Halla el punto simétrico de $A(1,-3)$ respecto de la recta $r\equiv x+2y-3=0$.

15.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas r y s y es paralela a la recta t.

$r\equiv\begin{cases}x=1+2\alpha\\ y=-2+\alpha\end{cases}$ $\qquad$ $s\equiv 2x+3y-5=0$ $\qquad$ $t\equiv 3x-2y=-6$

16.- Los puntos de coordenadas $P(3,8)$, $Q(-11,3)$ y $R(-8,-2)$ son vértices de un triángulo. Comprueba que el triángulo es isósceles. Halla el área del triángulo.

17.- Dos de los lados de un paralelogramo están sobre las rectas $r\equiv x+y-2=0$ y $r'\equiv x-2y+4=0$ y uno de los vértices es el punto $P(6,0)$. Halla los otros vértices.

ANÁLISIS

17.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

$a(x)=\frac{-3}{4}x^4+\sqrt{5}x-7$ $\qquad$ $b(x)=\frac{\sqrt{8}x^3+5}{x^2+5}$ $\qquad$ $c(x)=\sqrt[5]{3-2x^2}$

$d(x)=\sqrt{3-2x^2}$ $\qquad$ $e(x)=\frac{-3}{4}x^4+\sqrt{5}x-\frac{7}{x}$ $\qquad$ $f(x)=\frac{\sqrt{8}x^3+5}{\sqrt{x^2-5}}$

$g(x)=\frac{x}{\sqrt[5]{3-2x^2}}$ $\qquad$ $h(x)=\frac{\sqrt{3-2x^2}}{x+5}$ $\qquad$ $i(x)=\sqrt[6]{x^2-4x}$

$j(x)=\frac{2x+5}{\sqrt[3]{9x^2-1}}$

18.- Halla sobre las siguientes funciones: $f(x)=\sqrt[3]{2x^2-3}$, $g(x)=\dfrac{2x+3}{5-x}$ y $h(x)=x^2+5$

a) Dominio y recorrido.

b) Calcula: $f\left(0\right)$, $f\left(3\right)$, $g\left(0\right)$, $g(5)$, $h(-5)$ y $h(1)$

c) Calcula: $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(3)$, $g^{-1}(0)$, $g^{-1}(5)$, $h^{-1}(-5)$ y $h^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)$

d) Función inversa. Comprobación.

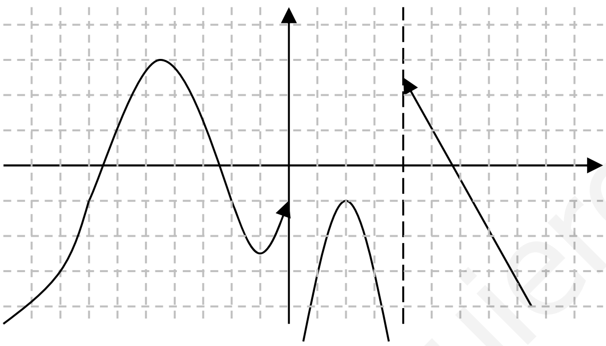
e) Halla: $g\circ f$, $h\circ g$, $f\circ h$ y $f\circ g$. Simplifica el resultado todo lo posible.

19.- Observando la gráfica:

a) $f(-3)$, $f(0)$ y $f(4)$

Antiimágen o antiimágenes de: 1 y 0

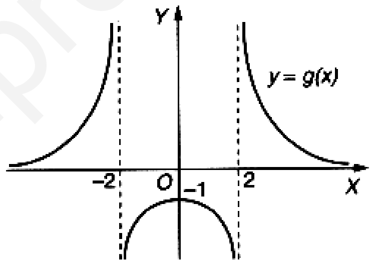
$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$



b) $f(-2)$ y $f(0)$

Antiimágen o antiimágenes de: -1 y 0

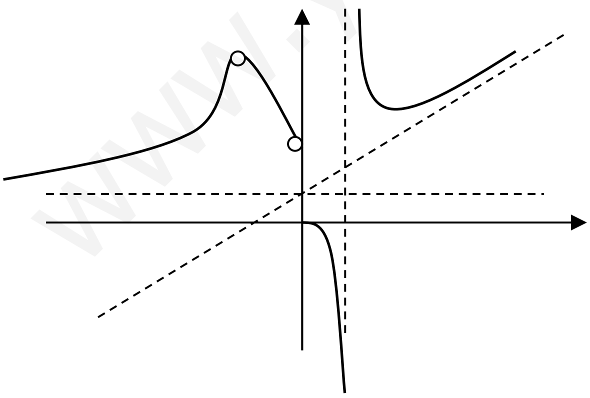
$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$



c) $f(-2)$ y $f(0)$

Antiimágen o antiimágenes de: 1 y 0

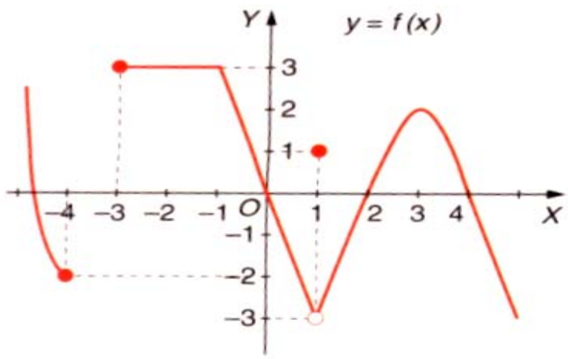
$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$



d) $f(-3)$ y $f(1)$

Antiimágen o antiimágenes de: -1, 0 y -3

$\lim\limits_{x\to -3} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$



a) Dominio
b) Continuidad
c) Intervalos de crecimiento
d) Simetría y periodicidad
e) Asíntotas
f) Corte con los ejes

20.- Representa gráficamente e indica su dominio, recorrido y asíntotas.

$$f(x)=\frac{2x+6}{x-3}$$

21.- Dada $f(x)=\dfrac{3x-1}{2-x}$ halla sus asíntotas usando límites y haz un esbozo de la gráfica.

22.- Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) La función $f(x)=4^x$, es decreciente en todo su dominio.

b) El dominio de la función $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt[3]{x+4}}$ es $\mathbb{R}$

c) $\log\left(\dfrac{a\sqrt{b}}{c^2}\right)=\log a+\dfrac{1}{2}\log b-2\cdot\log c$

d) El dominio de la función $f(x)=\log_3 x$ es $\mathbb{R}$

e) El recorrido de $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ es $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

23.- Halla la expresión analítica que indique el coste de un teléfono público sabiendo que cuando se habla menos de 5 minutos el precio por minuto de llamada es de $0'3$ euros y que a partir de los 5 minutos se paga $0'2$ euros por minuto.

24.- Halla la expresión analítica del precio del consumo eléctrico mensual si existe una tarifa mínima de 100 euros, se pagan $0'2$ euros por kw/h cuando el consumo es inferior o igual a $500\,kw/h$ y si los kw/h que sobrepasan los 500 tienen una reducción del 25%.

25.- Supongamos que el número de pulsaciones por minuto de una persona que aprende mecanografía viene dado por la función $f(x)=\dfrac{300(x+1)}{x+20}$, donde x expresa el número de clases recibidas. Responde:

a) ¿Cuántas pulsaciones por minuto tecleará al cabo de 1, 2, 4 y 10 clases?
b) ¿Cuántas clases debe dar para conseguir 200 pulsaciones por minuto?
c) Traza la gráfica de $f(x)$.

26.- ¿Cuál es la gráfica aproximada de la función exponencial de base a, tal que $0<a<1$. ¿Y la de la función logarítmica?

27.- ¿A qué es igual el logaritmo del producto de dos números?

28.- Cuál será el valor de x si $\log_{\frac{1}{2}} x<\log_{\frac{1}{2}} 5$?

29.- ¿Cuál es el dominio de la función $y = \ln(x+3)$?

30.- Halla, haciendo uso de la calculadora, los siguientes valores:

a) $\log_5 3$

b) $e^{-0'2}$

31.- Analiza si son ciertas o falsas las siguientes igualdades:

a) $\log(x-y) = \log x - \log y$

b) $\log\sqrt{3x} = \dfrac{\log 3 + \log x}{2}$

c) $\log\dfrac{x}{y} = \dfrac{\log x}{\log y}$

d) $a^x \cdot b^y = 8(ab)^{x+y}$

32.- Encuentra el valor de la incógnita en las siguientes igualdades:

a) $\log_a 0'25 = 4$

b) $\log_2(-2) = y$

c) $0'25^x = \dfrac{1}{2}$

d) $\ln x = -4$

33.- ¿Qué valor es mayor $\log_{25} 5$ ó $\ln\dfrac{1}{e}$?

34.- Resuelve los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\sqrt{x+3}-1}{x+2} =$

b) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+7x^2+15x+9} =$

c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+1}-1}{\sqrt{4x^2+2}-4}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-x}-1}{x} =$

e) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2-2}-x}{\sqrt{3x^2-2}+x} =$

35.- Representa las siguientes funciones y estudia su continuidad:

a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & si\ -3 \le x < 0 \\ x^2-2x+1 & si\ \ 0 \le x \le 3 \\ 4 & si\ \ 3 < x < 7 \end{cases}$

b) $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x-2)}$

36.- Halla k para que la función $f(x)$ sea continua: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+3x}{x} & si\ \ x<0 \\ k & si\ \ x=0 \\ 2x+3 & si\ \ x>0 \end{cases}$

1.- Calcula la función derivada de las funciones:

a) $y=\sqrt{sen\,x}$ b) $y=x^2\cdot\ln x$ c) $y=\dfrac{x^3-x^2}{x^2+1}$

2.- Dada la función $f(x)=\dfrac{3x^2}{2}-x^3$.

a) Representa gráficamente (calculando sus intervalos de crecimiento, puntos críticos, concavidad y puntos de inflexión).
b) Recta tangente a esta función en $x=-2$.

3.- Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de la función $f(x)=e^x-x$ en el punto $x=2$.

4.- Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{2}{x^4}$ b) $y=\dfrac{x}{x^2+3x+1}$ c) $y=\left(x+1\right)e^x$

d) $y=x\ln\left(x^2+x\right)$ e) $y=x\cdot arcsen(x)$ f) $y=\sqrt{xe^{2x-1}}$

g) $y=3x^2-3$ h) $y=x\cdot sen\left(x^2\right)$ i) $y=x^{x^2}$

j) $y=\ln\left(x^{5x+1}\right)$

5.- Estudia los extremos locales de la función $f(x)=\left(x-5\right)e^x$.

6.- Determina el máximo y el mínimo absolutos de la función $f(x)2x-x^3$ en el intervalo $\left[0,3\right]$.

7.- Estudia la concavidad y la convexidad de la función $f(x)=x^5+10x$.

8.- Calcula los puntos de inflexión de la función $f(x)=xe^x$.

9.- Estudia en las siguientes funciones el dominio, las simetrías, el crecimiento, el decrecimiento, los máximos y mínimos, las asíntotas, y represéntalas gráficamente:

a) $y=x^4-x$ b) $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$

c) $y=\sqrt{1-x^3}$ d) $y=e^{2x-x^2}$

(Nota: La función del apartado d) no tiene asíntotas verticales, pero sí una horizontal, a izquierda y derecha en $y=0$)

10.- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la siguiente función:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

11.- Estudia los máximos y mínimos de la función: $f(x) = x^2 e^x$

12.- Representa gráficamente la función: $f(x) = \dfrac{2}{x^2 + 2}$

13.- ¿En qué puntos tiene la función $y = \dfrac{3x}{x^2 + 1}$ tangente horizontal?

14.- Se arroja un balón desde lo alto de un edificio. Su altura en metros después de t segundos viene dada por $h(t) = -16t^2 + 16t + 96$.

a) ¿Cuándo llega el balón al suelo?
b) ¿Cuál es la velocidad del balón en el momento en el que toca el suelo?

15.- Sea $f(x) = e^x$. Calcula $f^{(n)}(0)$. (La derivada de orden n en $x = 0$)

16.- Sea $f(x) = sen\, x$. Calcula $f'(0)$, $f''(0)$, $f'''(0)$ y $f^{(4)}(0)$.

17.- Sea $f(x) = xe^x$. Calcula la derivada quinta $f^{(5)}(x)$.

18.- Halla las rectas tangentes a la curva $y = \dfrac{5x^3 + 7x^2 - 16x}{x - 2}$ en los puntos de abscisas 0, 1 y 3.

19.- Comprueba que la función $y = \dfrac{x^3}{(x-2)^2}$ tiene solo dos puntos singulares, en $x = 0$ y $x = 6$. Averigua de qué tipo es cada uno de esos dos puntos singulares; para ello, debes estudiar el signo de la derivada.

20.- Estudia la curvatura de la función siguiente: $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

21.- Halla la ecuación de la recta tangente a las siguientes curvas en los puntos que se indican:

a) $y = \ln\left(tg\left(2x\right)\right)$ en $x = \dfrac{\pi}{8}$

b) $y=\sqrt{sen5x}$ en $x=\frac{\pi}{6}$

c) $y=\left(x^2+1\right)^{senx}$ en $x=0$

22.- Halla los máximos, los mínimos y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a) $y=x^3-6x^2+9x$

b) $y=\frac{x^3\left(3x-8\right)}{12}$

c) $y=x^4-2x^3$

d) $y=x^4+2x^2$

e) $y=\frac{1}{x^2+1}$

f) $y=e^x\left(x-1\right)$

23.- Estudia la concavidad, la convexidad y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a) $y=x^3-3x+4$

b) $y=x^4-6x^2$

c) $y=\left(x-2\right)^4$

d) $y=xe^x$

e) $y=\frac{2-x}{x+1}$

f) $y=\ln\left(x+1\right)$

24.- Dada la función $y=ax^4+3bx^2-3x^2-ax$, calcula los valores de a y b sabiendo que la función tiene dos puntos de inflexión, uno en $x=1$ y otro en $x=1/2$.

25.- Sea $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ un polinomio que cumple $f(1)=0$, $f'(0)=2$ y tiene dos extremos relativos para $x=1$ y $x=2$. Halla a, b, c y d.

26.- De la función $f(x)=ax^3+bx$ sabemos que pasa por $\left(1,1\right)$ y en ese punto tiene tangente paralela a la recta $3x+y=0$. Halla a y b.

27.- Calcula las integrales inmediatas:

a) $\int x^4dx$

b) $\int\left(x^3+2x-1\right)dx$

c) $\int\left(3x^4-2x+\frac{1}{x}\right)dx$

d) $\int\frac{x^3+5x^2-x+4}{x}dx$

e) $\int\left(x^3+2\cos x\right)dx$

f) $\int\frac{1}{x-1}dx$

g) $\int\left(\cos x+senx\right)dx$

h) $\int\left(2x+5\right)^{200}dx$

i) $\int e^{3x}dx$

j) $\int sen4xdx$

28.- Calcula la función $f(x)$ sabiendo que: $f'(x)=20x^3-12x$ y que $f(0)=7$.

29.- Calcula el área comprendida bajo la curva $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ entre los valores $x=1$ y $x=e$.

30.- Calcula el área de la región finita comprendida entre el eje OX y la gráfica de la función $f(x)=12x-x^2$. Realiza un esbozo gráfico.

31.- Calcula usando integrales el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 2 y 4 metros.

32.- Calcula el área limitada por la curva $g(x)=senx$, el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=\dfrac{\pi}{4}$.

33.- Calcula el área del recinto limitado por la recta $x=0$, la gráfica de la función $f(x)=x^2-2x+1$ y el eje x. realiza un esbozo gráfico.