	PARCIAL 3ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2008-2009**	
I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)			Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Dada $f(x)=\frac{16-8x}{x^2}$ se pide: **a)** Dom(f) **b)** Posible simetría. **c)** Posibles cortes con los ejes. **d)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **e)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **f)** Continuidad. **g)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ **j)** Calcular la antiimagen de y=3 *(2 puntos)*

2. Dada la siguiente función definida a trozos, se pide: **a)** Gráfica **b)** Dom(f) e Im(f) **c)** Calcular los cortes con los ejes **d)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m **e)** Continuidad **f)** Ecuación de las posibles asíntotas **g)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ **h)** Calcular la antiimagen de -5

$$f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x<-3 \\ x-5 & \text{si } -3\leq x<2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$$

(2 puntos)

3. **a)** Hallar, razonadamente, $\log_3 \frac{1}{27\sqrt[3]{9}}$ **b)** Ídem: $\ln\frac{e}{\sqrt[4]{e}}$ **c)** Ídem: $\log\frac{\sqrt{10}}{0{,}1}$

d) Hallar $\log\sqrt[5]{80}$ en función de log 2, y comprobar con la calculadora

e) Hallar $\log 0{,}72$ en función de log 2 y log 3, y comprobar con la calculadora *(1,75 puntos)*

4. Resolver: **a)** $9^x+2\cdot 3^{x+1}=27$ **b)** $2^{x+1}\cdot 3^{x-1}=4^x$ **c)** $\ln(x-1)+\ln(x+6)=\ln(3x+2)$ *(2 puntos)*

5. **CUESTIONES TEÓRICO-PRÁCTICAS:**

a) Definir dominio y recorrido de una función. Razonar el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x-12}} \qquad g(x)=\sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$$

b) Representar $f(x)=\left|x^2-2x-3\right|$ y expresarla como función definida a trozos.

c) Probar que $\frac{1+\log 8}{\log 5+2\log 4}=1$

d) Representar y=ln x, e indicar sus propiedades: **i)** Dominio y recorrido. **ii)** Crecimiento. **iii)** Continuidad. **iv)** Corte con los ejes. **v)** $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ **vi)** Asíntotas. *(2 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

"EL BUENO"

① $f(x) = \dfrac{16-8x}{x^2}$ a) $\boxed{Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}}$ 0.1/ pq. el 0 anula el denom.

b) $f(-x) = \dfrac{16-8(-x)}{(-x)^2} = \dfrac{16+8x}{x^2} \neq \pm f(x) \Rightarrow \boxed{f(x) \text{ no simétrica}}$ 0.2/

c) corte eje x: $y=0 \rightarrow \dfrac{16-8x}{x^2} = 0$; $16-8x=0$; $16=8x$; $x=2 \rightarrow \boxed{(2,0)}$

corte eje y: $x=0 \rightarrow y = \dfrac{16}{0} = \nexists \Rightarrow \boxed{\text{no corta al eje y}}$ 0,3/

TOTAL: $\boxed{2}$

d)

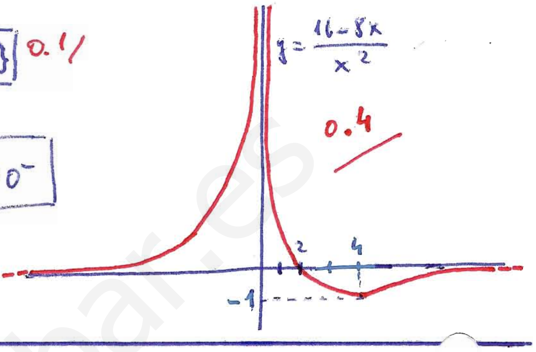
x	$-\infty \ldots -1000 \ldots -6$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	$8 \ldots 1000 \ldots \infty$
$f(x) = \dfrac{16-8x}{x^2}$	$0^+ \ldots 0{,}008 \ldots 1{,}78$	2,24	3	$4{,}\hat{4}$	8	24	$\nexists$	8	0	$-0{,}\hat{8}$	-1	-0,96	$-0{,}\hat{8}$	-0,82	$-0{,}75 \ldots -0{,}008 \ldots 0^-$

0,1/

$x=0$ A.V. $m(4,-1)$

e) $\left.\begin{array}{l} f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty) \\ f(x) \searrow \forall x \in (0, 4) \end{array}\right\} \Rightarrow m(4, -1)$ 0.3/

f) $\boxed{f(x) \text{ continua } \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}}$ 0.1/



0.4/

g) $\boxed{Im(f) = [-1, \infty)}$ 0.1/ h) $\boxed{x=0 \text{ A.V.}}$ $\boxed{y=0 \text{ A.H.}}$ 0.1/ i) $\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0^+}$; $\boxed{\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0^-}$ 0.1/

j) $y=3 \Rightarrow \dfrac{16-8x}{x^2} = 3$; $16-8x = 3x^2$; $3x^2+8x-16=0 \nearrow \boxed{x=4/3}$ $\searrow \boxed{x=-4}$ 0.2/

---

② $f(x) = \begin{cases} x^2+8x+7 & si\ x<-3 \\ x-5 & si\ -3 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} & si\ x \geq 2 \end{cases}$

a)

x	$-\infty \ldots -9$	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$y=x^2+8x+7$	$\infty \ldots 16$	7	0	-5	-8	-9	-8

0.1/

$V(-4,-9)$

$x_v = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{8}{2} = -4 \rightarrow y_v = 16-32+7 = -9$

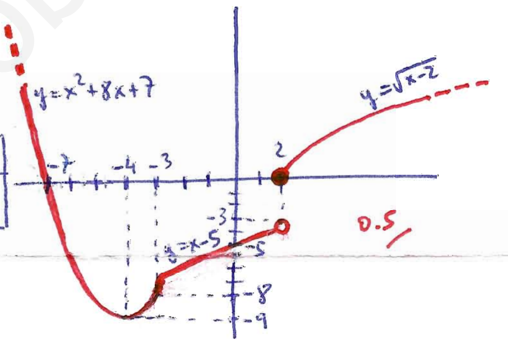
$V(-4,-9)$

x	-3	2
$y=x-5$	-8	-3

0.1/

x	2	3	4	5	6	$7 \ldots \infty$
$y=\sqrt{x-2}$	0	1	1,41	1,73	2	$2{,}24 \ldots \infty$

0.1/



0.5/

b) $\boxed{Dom(f) = \mathbb{R}}$; $\boxed{Im(f) = [-9, \infty)}$ 0.2/

c) corte eje x: $y=0 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} x^2+8x+7=0 \nearrow \boxed{x_1=-7} \rightarrow (-7,0)$ $\searrow x_2=-1$ desechado, debido a la gráfica

$\xrightarrow{3^a \text{ rama}} \boxed{x=2} \rightarrow (2,0)$ 0.2/

corte eje y: $x=0 \xrightarrow{2^a \text{ rama}} \boxed{y=-5} \rightarrow (0,-5)$

d) $\left.\begin{array}{l} f(x) \searrow \forall x \in (-\infty, -4) \\ f(x) \nearrow \forall x \in (-4, \infty) \end{array}\right\} \Rightarrow m(-4,-9)$ 0.2/

e) $\boxed{f(x) \text{ continua } \forall x \in \mathbb{R} - \{2\}}$ 0.1/

F) no hay asíntotas (ver gráfica) 0.1/

g) $\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \infty}$; $\boxed{\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty}$ 0.1/

TOTAL: $\boxed{2}$

h) $y=-5 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} x^2+8x+7=-5$; $x^2+8x+12=0 < \begin{array}{l} \boxed{x_1=-6} \\ x_2=-2 \text{ desechado, debido a la gráfica} \end{array}$

$\xrightarrow{2^a \text{ rama}} x-5=-5$; $\boxed{x=0}$ 0.3/

---

③ a) $\log_3 \dfrac{1}{27 \cdot \sqrt[3]{9}} = \cancel{\log_3 1}^{0} - \log_3(27 \cdot \sqrt[3]{9}) = -\cancel{\log_3 27}^{3} - \log_3 \sqrt[3]{9} = -\cancel{\log_3 27}^{3} - \dfrac{1}{3}\cancel{\log_3 9}^{2} = -3 - \dfrac{2}{3} = \boxed{-\dfrac{11}{3}}$

b) $\ln \dfrac{e}{\sqrt[4]{e}} = \cancel{\ln e}^{1} - \ln \sqrt[4]{e} = 1 - \dfrac{1}{4}\cancel{\ln e}^{1} = 1 - \dfrac{1}{4} = \boxed{\dfrac{3}{4}}$

TOTAL: $\boxed{1{,}75}$ (0,35 cada apdo.)

c) $\log \dfrac{\sqrt{10}}{0{,}1} = \log\sqrt{10} - \cancel{\log 0{,}1}^{-1} = \dfrac{1}{2}\cancel{\log 10}^{1} - (-1) = \dfrac{1}{2} + 1 = \boxed{\dfrac{3}{2}}$

d) $\log \sqrt[5]{80} = \dfrac{1}{5}\log 80 = \dfrac{1}{5}\log(2^4 \cdot 5) = \dfrac{1}{5}(\log 2^4 + \log 5) = \dfrac{1}{5}(4\log 2 + 1 - \log 2) = \boxed{\dfrac{1}{5}(1+3\log 2)} \simeq 0{,}3806\ldots$

$\hookrightarrow \simeq 0{,}3806\ldots$

e) $\log 0{,}72 = \log \dfrac{72}{100} = \log 72 - \cancel{\log 100}^{2} = \log(2^3 \cdot 3^2) - 2 = \log 2^3 + \log 3^2 - 2 = \boxed{-2+3\log 2+2\log 3} \simeq -0{,}1427$

$\hookrightarrow \simeq -0{,}1427$

---

④ a) $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27$; $(3^2)^x + 2 \cdot 3 \cdot 3^x = 27$; $(3^x)^2 + 6 \cdot 3^x - 27 = 0 \xrightarrow[3^x=t]{\text{cambio}} \boxed{t^2+6t-27=0} \nearrow t=3=3^x \Rightarrow \boxed{x=1}$ $\searrow t=-9=3^x$ desechado

TOTAL: $\boxed{2}$

(0,6 cada apdo.)

b) $2^{x+1}\cdot 3^{x-1}=4^x$; $\log(2^{x+1}\cdot 3^{x-1})=\log 4^x$; $\log 2^{x+1}+\log 3^{x-1}=\log 4^x$;

$(x+1)\log 2+(x-1)\log 3=x\log 4$; $x\log 2+\log 2+x\log 3-\log 3=x\log 4$;

$x\log 2+x\log 3-x\log 4=\log 3-\log 2$; $x(\log 2+\log 3-\log 4)=\log 3-\log 2 \Rightarrow \boxed{x=\dfrac{\log 3-\log 2}{\log 2+\log 3-\log 4}=1}$

c) $\ln(x-1)+\ln(x+6)=\ln(3x+2)$; $\ln[(x-1)(x+6)]=\ln(3x+2) \Rightarrow (x-1)(x+6)=3x+2$;

$x^2+5x-6=3x+2$; $x^2+2x-8=0 \rightarrow \boxed{x_1=2}$

$\rightarrow x_2=-4$ desechado pq. conduce a un argumento negativo

---

⑤ a) Dom(f) = conjunto formado por todos los x para los que existe imagen 0.1

Im(f) = " " " todas las imágenes que recorre la función

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x-12}} \rightarrow 3x-12>0$; $3x>12$; $x>4 \Rightarrow \boxed{\text{Dom}(f)=(4,\infty)}$ 0.15

$g(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x^2-16}} \rightarrow \dfrac{x}{x^2-16}\geq 0$ (raíz 0; raíces ±4)

	$-\infty$ a -4	-4 a 0	0 a 4	4 a ∞
signo x	−	−	+	+
signo x^2-16	+	−	−	+
signo $\frac{x}{x^2-16}$	−	+	−	+

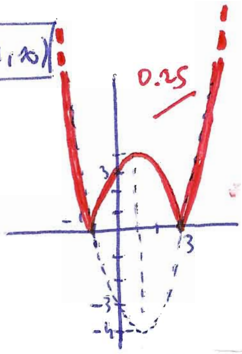
0.25

$\Rightarrow \boxed{\text{Dom}(f)=(-4,0]\cup(4,\infty)}$

b) $f(x)=|x^2-2x-3|$ (raíces −1 y 3 (corte eje x)) $\Rightarrow$

	$-\infty$ a -1	-1 a 3	3 a ∞
signo x^2-2x-3	+	−	+
$\lvert x^2-2x-3\rvert$	x^2-2x-3	$-x^2+2x+3$	x^2-2x-3

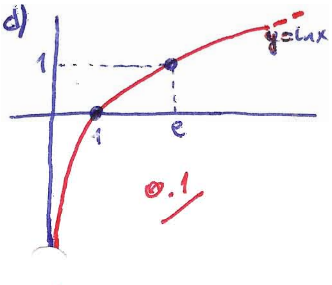
$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^2-2x-3 & \text{si } x\in(-\infty,-1)\cup(3,\infty) \\ -x^2+2x+3 & \text{si } x\in[-1,3] \end{cases}$ 0,25



$x_v=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{2}{2}=1 \Rightarrow y_v=-4$

c) $\dfrac{1+\log 8}{\log 5+2\log 4}=1$; $\dfrac{1+\log 2^3}{1-\log 2+2\cdot\log 2^2}=\dfrac{1+3\log 2}{1-\log 2+2\cdot 2\log 2}=\dfrac{1+3\log 2}{1+3\log 2}=1$ (c.q.d.) 0.5

d)



i) Dom(f) = $(0,\infty)$; Im(f) = $\mathbb{R}$ 0.1

ii) f(x) ↗ ∀x ∈ Dom(f) 0.05

iii) f(x) continua ∀x ∈ Dom(f) 0.05

iv) (1,0) 0.05

v) $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty}\ln x=\infty$ 0.1

vi) x = 0 A.V. 0.05

TOTAL: $\boxed{2}$

(0,5 cada apdo.)

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05

LIMPIEZA Y ORDEN EN EL PLANTEAMIENTO 0,10

CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0,10

TOTAL: $\boxed{0,25}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2008-2009**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Dada $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ se pide: **a)** Razonar cuál es su Dom(f) **b)** Posible simetría. **c)** Posibles cortes con los ejes. **d)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **e)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **f)** Continuidad. **g)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ **j)** Calcular la antiimagen de y=1/2 *(2 puntos)*

2. **a)** Dada la siguiente función, representarla y estudiar analíticamente su continuidad, clasificando sus posibles discontinuidades:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x\le -2 \\ \sqrt{x+2} & \text{si } -2<x\le 2 \\ \dfrac{5x-18}{2x-8} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

b) Representar $f(x)=\left|x^2-8x+7\right|$ y expresarla como función definida a trozos. *(2 puntos)*

3. **a)** Calcular: $\log_3 \dfrac{3}{\sqrt[5]{81}}$ **b)** Ídem: $\ln\dfrac{\sqrt{e}}{e}$ **c)** Resolver: $4^x-14\cdot 2^{x-1}+12=0$

d) Ídem: log(6x-1)-log(x+4)=log x *(2 puntos)*

4. Calcular: **a)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-4x+3}{x^3-5x^2+3x+9}$ **b)** $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2-4x+3}{x^3-5x^2+3x+9}$ **c)** $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)$ *(2 puntos)*

5. **a)** Hallar la derivada de $f(x)=\sqrt{x}$ en x=1 mediante la definición, es decir, mediante un límite.

b) Derivar y simplificar: $y=\dfrac{3x^6-x^3+6x-5}{3}$

c) Ídem: $y=(x^2-5)(3x-1)+7$

d) Ídem: $y=\dfrac{x^2+x+1}{x}$ *(2 puntos)*

NOTA: Se ruega cuidar la ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

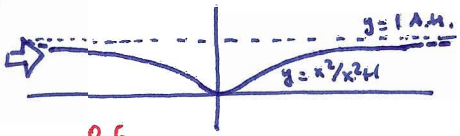
① $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ a) $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}}$ pq. $x^2+1\neq 0\ \forall \mathbb{R}$ 0.1

b) $f(-x)=\dfrac{(-x)^2}{(-x)^2+1}=\dfrac{x^2}{x^2+1}=f(x) \Rightarrow$ $\boxed{f(x)\text{ simétrica par}}$ 0.2

c) corte eje x: $y=0 \Rightarrow \dfrac{x^2}{x^2+1}=0;\ x^2=0;\ x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$ 0.2 ← nos ahorramos el corte con el eje y

d)

x	$-\infty$....	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	... ∞
$y=\frac{x^2}{x^2+1}$	1^-.....	0,96	0,94	0,9	0,8	0,5	0	0,5	0,8	0,9	0,94	0,96	... 1^-

⇨ 

0,6

e) $\boxed{\left.\begin{array}{l} f(x)\searrow \forall x<0 \\ f(x)\nearrow \forall x>0 \end{array}\right\} \Rightarrow m(0,0)}$ 0.2

f) $\boxed{f(x)\text{ continua } \forall x\in\mathbb{R}}$, a la vista de la gráfica 0.1

g) $\boxed{Im(f)=[0,1)}$ 0.1

TOTAL: $\boxed{2}$

h) $\boxed{y=1\ A.H.}$ 0.1

i) $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1^-}$ 0.1

j) $\dfrac{1}{2}=\dfrac{x^2}{x^2+1} \Rightarrow x^2+1=2x^2;\ 1=x^2 \Rightarrow \boxed{x=\pm 1}$ 0.3 (puede comprobarse también en la tabla...)

---

② a) $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & si\ x\leq -2 \\ \sqrt{x+2} & si\ -2<x\leq 2 \\ \dfrac{5x-18}{2x-8} & si\ x>2 \end{cases}$

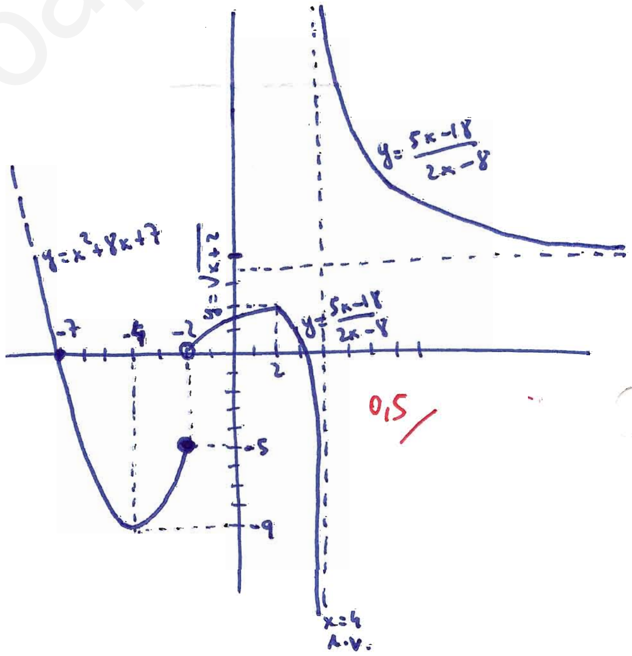
x	$-\infty$....	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$y=x^2+8x+7$	∞....	16	7	0	-5	-8	-9	-8	-5

⇩ V(-4,-9)

x	-2	-1	0	1	2
$y=\sqrt{x+2}$	0	1	1,41	1,73	2

x	2	3	4	5	6	7	8	... 10000 ..... ∞
$y=\frac{5x-18}{2x-8}$	2	1,5	$\cancel{\exists}$	3,5	3	2,8$\hat{3}$	2,75	... 2,5001 ... $2,5^+$

⇩ x=4 A.V.

⇨ 

0,5

* La 1ª rama es continua, por tratarse de un polinomio
* La 2ª rama tampoco presenta problemas porque el radicando $x+2$ es siempre positivo si $-2<x\leq 2$
* La 3ª rama va a ser discontinua en $x=4$ (ya que anula el denominador), que está dentro de su particular dominio de definición; para clasificar la discontinuidad hay que hallar el límite:

$$\lim_{x\to 4} f(x)=\lim_{x\to 4}\frac{5x-18}{2x-8}=\frac{2}{0}\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{5x-18}{2x-8}=\dfrac{2}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{5x-18}{2x-8}=\dfrac{2}{0^+}=\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to 4} f(x)=\pm\infty \Rightarrow \boxed{\text{discontinuidad asintótica en } x=4}$$

0,25

* Pasamos a estudiar la continuidad en los puntos de unión de las ramas:

¿continua en $x=-2$?

1º) $\exists f(-2) = -5$ (1ª rama)

2º) $\lim_{x\to -2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2} (x^2+8x+7) = -5 \\ \lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2} \sqrt{x+2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \nexists \lim_{x\to 2} f(x) \Rightarrow$ $\boxed{\text{discontinuidad de salto finito en } x=-2}$

0,25

¿continua en $x=2$?

1º) $\exists f(2) = 2$ (2ª rama)

2º) $\lim_{x\to 2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2} \sqrt{x+2} = 2 \\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{5x-18}{2x-8} = \frac{-8}{-4} = 2 \end{cases} \Rightarrow \exists \lim_{x\to 2} f(x) = 2$ 0,25

TOTAL: $\boxed{2}$ → a) 1,25 → b) 0,75

3º) coinciden $\Rightarrow$ $\boxed{f(x) \text{ continua en } x=2}$

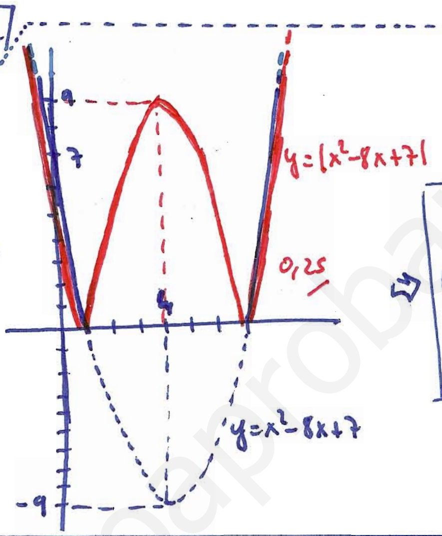
b) $f(x) = |x^2-8x+7|$

↳ raíces 1 y 7 (cortes eje x)

	$-\infty$ … 1	1 … 7	7 … ∞
signo x^2-8x+7	+	−	+
$f(x)=\lvert x^2-8x+7\rvert$	x^2-8x+7	$-x^2+8x-7$	x^2-8x+7

$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4 \to y_v = 16-32+7 = -9 \to V(4,-9)$

corte eje y: $x=0 \to y=7$ 0,25



$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2-8x+7 & \text{si } x \in (-\infty,1) \cup (7,\infty) \\ -x^2+8x-7 & \text{si } x \in [1,7] \end{cases}$

0.25

③ a) $\log_3 \frac{3}{\sqrt[5]{81}} = \cancel{\log_3 3}^{1} - \log_3 \sqrt[5]{81} = 1 - \frac{1}{5} \cancel{\log_3 81}^{4} = 1 - \frac{4}{5} = \boxed{\frac{1}{5}}$ 0,25

b) $\ln \frac{\sqrt{e}}{e} = \ln\sqrt{e} - \cancel{\ln e}^{1} = \frac{1}{2} \cancel{\ln e}^{1} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = \boxed{-\frac{1}{2}}$ 0.25

TOTAL: $\boxed{2}$ 0.25 / 0.25 / 0.75 / 0.75

c) $4^x - 14\cdot 2^{x-1} + 12 = 0$; $(2^2)^x - 14\cdot\frac{2^x}{2} + 12 = 0$; $(2^x)^2 - 7\cdot 2^x + 12 = 0$

cambio de variable $x^2 = t \Rightarrow \boxed{t^2 - 7t + 12 = 0}$ 0.25

→ $t = 3 = 2^x \Rightarrow \log 3 = \log 2^x \Rightarrow \log 3 = x \log 2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1{,}58}$ 0.25

→ $t = 4 = 2^x \Rightarrow \boxed{x=2}$ 0.25

d) $\log(6x-1) - \log(x+4) = \log x$; $\log\frac{6x-1}{x+4} = \log x \Rightarrow \frac{6x-1}{x+4} = x$; 0.25 $6x-1 = x^2+4x$; $\boxed{0 = x^2-2x+1} \Rightarrow \boxed{x=1}$ 0.5

④ a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{x^3-5x^2+3x+9} \overset{0/0}{=}$ (raíces 1 y 3; indeterminado) $\lim_{x\to 3} \frac{(x-1)\cancel{(x-3)}}{(x-3)^{\cancel{2}}\cdot(x+1)} = \frac{2}{0}$ 0,25

$\begin{cases} \lim_{x\to 3^-} \frac{x-1}{(x-3)(x+1)} = \frac{2}{0^-\cdot 4} = -\infty \\ \lim_{x\to 3^+} \frac{x-1}{(x-3)(x+1)} = \frac{2}{0^+\cdot 4} = \infty \end{cases} \Rightarrow \boxed{\lim_{x\to 3} f(x) = \pm\infty}$ 0.25

0,25

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 3 & 9 \\ 3 & & 3 & -6 & -9 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

↳ $\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2} = \frac{2\pm 4}{2}$ → 3, −1

b) $\lim_{x\to -\infty} \frac{\boxed{x^2}-4x+3}{\boxed{x^3}-5x^2+3x+9} = \frac{\infty}{-\infty} = \text{indeterminado} \sim \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x\to -\infty} \frac{1}{x} = \boxed{0^-}$

los dominantes

0,5

c) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right) \underset{\text{indeterminado}}{\overset{\infty-\infty}{=}} \lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^2}+3x-(\cancel{x^2}+1)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}} \underset{\text{indeterminado}}{\overset{\infty/\infty}{=}}$

0,25 $= \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x}{x}-\frac{1}{x}}{\frac{\sqrt{x^2+3x}}{x}+\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to\infty}\frac{3-\cancel{\frac{1}{x}}^{\,0}}{\sqrt{1+\cancel{\frac{3}{x}}^{\,0}}+\sqrt{1+\cancel{\frac{1}{x^2}}^{\,0}}}$ 0,25 $= \boxed{\frac{3}{2}}$ 0,25

la mayor potencia efectiva es x

TOTAL: $\boxed{2}$ 0,75 – 0,5 – 0,75

5 a) p.ej. mediante la fórmula (2):

$f'(1) = \lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \underset{\text{indeterminado}}{\overset{0/0}{=}} \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to 1}\frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x}+1)} = \boxed{\frac{1}{2}}$ 0,5

b) $y = \frac{3x^6-x^3+6x-5}{3} \xrightarrow[k\cdot u']{k\cdot u} y' = \frac{18x^5-3x^2+6}{3} = \boxed{6x^5-x^2+2}$ 0.5

c) $y = (x^2-5)(3x-1)+7 \longrightarrow y' = 2x(3x-1)+(x^2-5)\cdot 3 = \boxed{9x^2-2x-15}$ 0.5

d) $y = \frac{x^2+x+1}{x} \xrightarrow[\frac{u'v-uv'}{v^2}]{u/v} y' = \frac{(2x+1)\cdot x-(x^2+x+1)}{x^2} = \boxed{\frac{x^2-1}{x^2}}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{2}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	PARCIAL 3ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. B** **CURSO 2007-2008**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. **a)** Operar en forma binómica y simplificar: $\frac{(3+i)(3-2i)-(2i-3)^2}{2i^{20}-i^{13}}+\frac{4}{5i}$

b) Operar en forma polar y pasar el resultado a binómica (para pasar a polar, dibujar previamente los complejos; al pasar a binómica, justificar todos los pasos. No vale usar calculadora): *(2 puntos)*

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i)^2\,(-1-i)^4}{(-1+i)^3\,i^7}$$

2. Hallar un complejo de argumento 45º tal que sumado a 1+2i dé un complejo de módulo 5 *(2 puntos)*

3. Hallar el Dom(f) analíticamente:

a) $f(x)=\frac{x+3}{x^2-x-6}$ **b)** $f(x)=\sqrt{x^2-x-6}$ **c)** $f(x)=\frac{x+3}{x^2-x+6}$ **d)** $f(x)=\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$ *(2 puntos)*

4. Dada la función que figura a continuación, se pide: **a)** Dom(f), razonadamente. **b)** Posible simetría. **c)** Posibles cortes con los ejes. **d)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **e)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **f)** Indicar su continuidad. **g)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$

$$f(x)=\frac{16-8x}{x^2}$$ *(2 puntos)*

5. Dada la función que figura a continuación, se pide: **a)** Gráfica **b)** Dom(f) e Im(f) **c)** Posibles cortes con los ejes **d)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m **e)** Continuidad **f)** Ecuación de las posibles asíntotas **g)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ **h)** Hallar la antiimagen de y=6

$$f(x)=\begin{cases} x+15 & \text{si } x\le -2 \\ x^2-4x+1 & \text{si } -2<x\le 4 \\ -x+7 & \text{si } x>4 \end{cases}$$ *(2 puntos)*

NOTA: Se ruega cuidar la ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

① a) $\dfrac{(3+i)(3-2i)-(2i-3)^2}{2i^{20}-i^{13}}+\dfrac{4}{5i}=\dfrac{9-6i+3i+2-(-4-12i+9)}{2-i}+\dfrac{4(-i)}{5i(-i)}=\dfrac{11-3i-5+12i}{2-i}+\dfrac{-4i}{5}=$

$20 \,\lfloor 4 \; 0 \; 5 \Rightarrow i^{20}=i^0=1;\quad 13\,\lfloor 4 \; 1 \; 3 \Rightarrow i^{13}=i^1$

$=\dfrac{(6+9i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}-\dfrac{4}{5}i=\dfrac{12+6i+18i-9}{4+1}-\dfrac{4}{5}i=\dfrac{3+24i}{5}-\dfrac{4}{5}i=\boxed{\dfrac{3}{5}+4i}$ 0.75 0.25

b)

$\sqrt{2}-\sqrt{2}i=2_{315^\circ}$

$r=\sqrt{2+2}=2$

$\alpha=\arctg\dfrac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\arctg(-1)=315^\circ$

$\sqrt{2}_{225^\circ}$ $-1-i$

$r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$\alpha=\arctg\dfrac{-1}{-1}=\arctg 1=225^\circ$

$-1+i=\sqrt{2}_{135^\circ}$

$r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$\alpha=\arctg\dfrac{1}{-1}=\arctg(-1)=135^\circ$

$\Rightarrow \dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)^2\cdot(-1-i)^4}{(-1+i)^3\cdot i^7}=\dfrac{(2_{315^\circ})^2\cdot(\sqrt{2}_{225^\circ})^4}{(\sqrt{2}_{135^\circ})^3\cdot(1_{90})^7}=$ 0.25

$=\dfrac{4_{630^\circ}\cdot 4_{900^\circ}}{(2\sqrt{2})_{405^\circ}\cdot 1_{630^\circ}}=\dfrac{16_{1530^\circ}}{(2\sqrt{2})_{1035^\circ}}=\left(\dfrac{16}{2\sqrt{2}}\right)_{495^\circ}=\left(\dfrac{16\sqrt{2}}{4}\right)_{135^\circ}=\boxed{(4\sqrt{2})_{135^\circ}}=4\sqrt{2}(\cos 135^\circ+i\,\text{sen}\,135^\circ)=4\sqrt{2}\left[\cos(180-45^\circ)+i\cdot\text{sen}(180-45^\circ)\right]=$ 0.25

$=4\sqrt{2}(-\cos 45^\circ+i\,\text{sen}\,45^\circ)=4\sqrt{2}\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\boxed{-4+4i}$ 0.5

② 

1er DATO: $\arg z=45^\circ \Rightarrow z$ tiene sus partes real e imaginaria iguales, y positivas (*) $\Rightarrow z=a+ai$, con $a>0$ 0.5

2º DATO: $(a+ai)+(1+2i)=a+1+(a+2)i \xrightarrow{\text{módulo } 5} \sqrt{(a+1)^2+(a+2)^2}=5;\quad a^2+2a+1+a^2+4a+4=25;$

$2a^2+6a-20=0;\quad a^2+3a-10=0$ ↗ $a=2 \rightarrow$ soluc: $\boxed{2+2i}$ 1.5

↘ $a=-5$ descartado, por (*)

③ a) $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2-x-6}$ ↳ raíces -2 y 3 $\qquad \boxed{\text{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{-2,3\}}$ 0.25

b) $f(x)=\sqrt{x^2-x-6}$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,3)$	$(3,\infty)$
signo x^2-x-6	+	−	+

$\Rightarrow \boxed{\text{Dom}(f)=(-\infty,-2]\cup[3,\infty)}$ 0.75

c) $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2-x+6}$ ↳ ∄ raíces $\qquad \boxed{\text{Dom}(f)=\mathbb{R}}$ pq. el denom. no se anula nunca 0.25

d) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3 \rightarrow \text{raíz } -3}{x-2 \rightarrow \text{raíz } 2}}$

	$(-\infty,-3)$	$(-3,2)$	$(2,\infty)$
signo $x+3$	−	+	+
signo $x-2$	−	−	+
signo $\frac{x+3}{x-2}$	+	−	+

$\Rightarrow \text{Dom}(f)=(-\infty,-3]\cup(2,\infty)$ 0.75

④ $f(x)=\dfrac{16-8x}{x^2}$ a) $\boxed{\text{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{0\}}$ pq. para $x=0$ se anula el denom. 0.15

b) $f(-x)=\dfrac{16-8(-x)}{(-x)^2}=\dfrac{16+8x}{x^2}\neq\pm f(x) \Rightarrow \boxed{\text{NO SIMÉTRICA}}$ 0.15

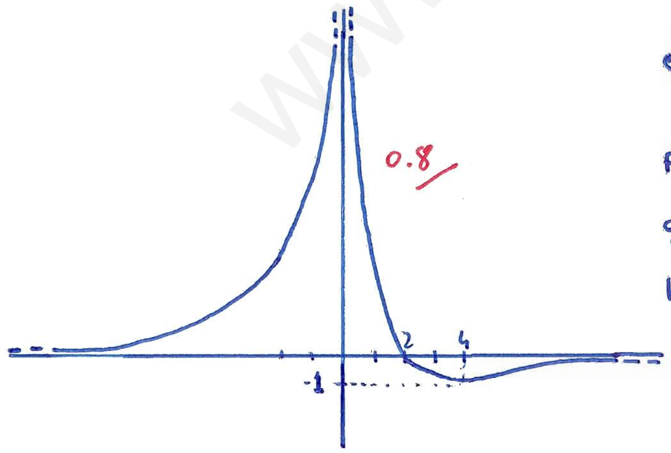
c) CORTE EJE x: $y=0 \Rightarrow \dfrac{16-8x}{x^2}=0 \Rightarrow 16-8x=0;\; x=2 \rightarrow \boxed{(2,0)}$

CORTE EJE y: $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{16}{0}\,\nexists \Rightarrow \boxed{\text{NO CORTA AL EJE y}}$ 0.15

d)

x	−∞ … −100 … −8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	−0.1	−0,01	0
$y=\frac{16-8x}{x^2}$	0^+ 0,0816 … 1,25	1,49	1,78	2,24	3	4,44	8	24	1680	160800	∄

x	0,01	0,1	1	2	3	4	5	6	7	8 …. 100 … ∞
$y=\frac{16-8x}{x^2}$	159200	1520	8	0	−0,89	−1	−0,96	−0,89	−0,82	−0,75 … −0,08 … 0^-



0.8

e) $\left.\begin{array}{l} f(x)\nearrow\ \forall x\in(-\infty,0)\cup(4,\infty) \\ f(x)\searrow\ \forall x\in(0,4)\end{array}\right\}\Rightarrow m(4,-1)$ 0.2

f) $f(x)$ discontinua en $x=0$ 0.1

g) $\text{Im}(f)=[-1,\infty)$ 0.1

h) $y=0$ A.H.; $x=0$ A.V. 0.2

i) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^+$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0^-$ 0.15

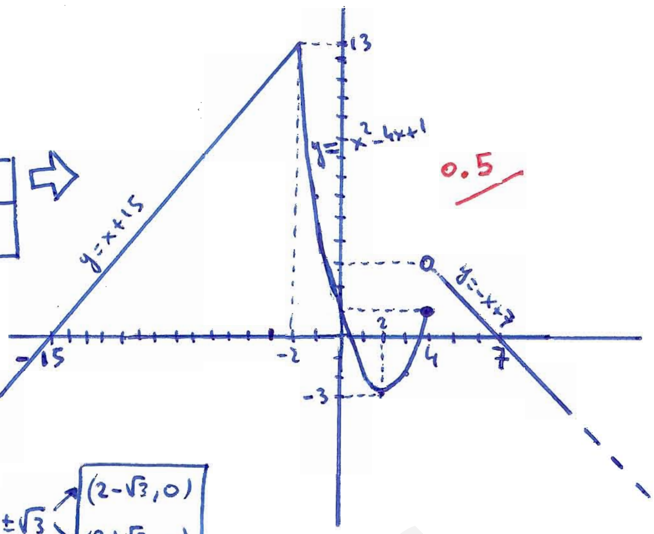
⑤ $f(x)=\begin{cases} x+15 & \text{si } x\leq -2 \\ x^2-4x+1 & \text{si } -2<x\leq 4 \\ -x+7 & \text{si } x>4 \end{cases}$

a)

x	-3	-2
y=x+15	12	13

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y=x²-4x+1	13	6	1	-2	-3	-2	1

x	4	5
y=-x+7	3	2



0.5

b) $\boxed{\begin{array}{l} Dom(f)=\mathbb{R} \\ Im(f)=(-\infty,13] \end{array}}$ 0.2

c) Corte eje x: 1ª rama: $x+15=0 \Rightarrow x=-15 \rightarrow \boxed{(-15,0)}$

2ª rama: $x^2-4x+1=0$; $x=\frac{4\pm\sqrt{16-4}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{12}}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{3}}{2}=2\pm\sqrt{3}$ $\boxed{\begin{array}{l}(2-\sqrt{3},0)\\(2+\sqrt{3},0)\end{array}}$

3ª rama: $-x+7=0 \Rightarrow x=7 \rightarrow \boxed{(7,0)}$

Corte eje y: $x=0 \rightarrow$ 2ª rama: $y=1 \rightarrow \boxed{(0,1)}$ 0.5

d) $\boxed{\begin{array}{l} f(x)\nearrow \forall x\in(-\infty,-2)\cup(2,4) \\ f(x)\searrow \forall x\in(-2,2)\cup(4,\infty) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} M(-2,13) \\ m(2,-3) \end{array}}$ 0.2

e) $\boxed{f(x) \text{ discontinua en } x=4}$ 0.1

f) ∄ asíntotas pq. las tres ramas son polinómicas 0.1

g) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=-\infty$ 0.1

h) $y=6 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} 6=x+15$; $\boxed{x=-9}$

$\xrightarrow{2^a \text{ rama}} 6=x^2-4x+1$; $0=x^2-4x-5$ → $\boxed{x=-1}$

→ $x=5$ descartado pq. no pertenece al dominio de esa rama

0.3

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	EXAMEN 3ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. B** **CURSO 2007-2008**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. **a)** Operar en forma binómica y simplificar: $\frac{(2-3i)^2 - (2+3i)(3-2i)}{3\,i^{17}-1} - \frac{4}{5i^{-25}}$

b) Operar en forma polar y pasar el resultado a binómica (para pasar a polar, dibujar previamente los complejos; al pasar a binómica, justificar todos los cálculos trigonométricos. No vale usar calculadora): $\frac{(-2\sqrt{3}-2\,i)^4}{(-1+\sqrt{3}\,i)^3\,(2-2i)^2}$ *(1,75 puntos)*

2. **a)** Dada $f(x)=\frac{2x+4}{x-2}$ se pide: **i)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ <u>analíticamente</u>. ¿Qué A.H. presenta? **ii)** $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ <u>analíticamente</u>. ¿Qué A.V. presenta? **iii)** Cortes con los ejes **iv)** Con la información anterior (<u>no vale tabla de valores</u>), representarla.

b) Dada $f(x)=|x^2-4x-5|$, se pide: **i)** Definición analítica por ramas. **ii)** Gráfica. *(1,75 puntos)*

3. Dada la función que figura a continuación, se pide: **a)** Gráfica **b)** Dom(f) e Im(f) **c)** Cortes con los ejes **d)** Intervalos de crecimiento. M y m **e)** Continuidad **f)** Ecuación de las posibles asíntotas **g)** Hallar, <u>analíticamente</u>, $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ *(1,75 puntos)*

$$f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x<-3 \\ x-5 & \text{si } -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

4. **a)** Hallar, razonadamente, $\log_2 64$ **b)** Ídem: $\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}$ **c)** Ídem: $\mathrm{Ln}\,\frac{e}{\sqrt[3]{e^2}}$ **d)** ¿En qué base se cumple que $\log_a 12+\log_a 3=2$? *(1,25 puntos)*

5. Resolver: **a)** $2^{x-3}=3^{x+1}$ **b)** $9^x+2\cdot 3^{x+1}=27$ **c)** $\log x^2+\log x^3=5$ *(1,75 puntos)*

6. Calcular: **a)** $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^2-4}{x^3+3x^2-4}$ **b)** $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^2-4}{x^3+3x^2-4}$ **c)** $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(1+\frac{1}{e^x}\right)$ *(1,75 puntos)*

<u>NOTA:</u> Se ruega cuidar la ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

1 a) $\dfrac{(2-3i)^2-(2+3i)(3-2i)}{3i^{17}-1}-\dfrac{4}{5i^{-25}}=\dfrac{4-12i+9i^2-(6-4i+9i-6i^2)}{3i^{17}-1}-\dfrac{4i^{25}}{5}=\dfrac{-5-12i-(12+5i)}{-1+3i}-\dfrac{4i}{5}=$

0.1 0.1 0.1/

$=\dfrac{-17-17i}{-1+3i}-\dfrac{4i}{5}=\dfrac{(-17-17i)(-1-3i)}{(-1+3i)(-1-3i)}-\dfrac{4i}{5}=\dfrac{17+51i+17i+51i^2}{1-9i^2}-\dfrac{4i}{5}=\dfrac{-34+68i}{10}-\dfrac{4i}{5}=\dfrac{-34+68i-8i}{10}=$ 0.1/

$=-\dfrac{34}{10}+\dfrac{60i}{10}=\boxed{-\dfrac{17}{5}+6i}$ 0.475

(0.875 cada apdo) $\boxed{1{,}75}$

b)

$-2\sqrt3-2i$ 0.1 — $r=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=\boxed{4}$; $\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{-2}{-2\sqrt3}=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt3}=\boxed{210^\circ}$

$-1+\sqrt3 i$ 0.1 — $r=\sqrt{1+3}=\sqrt4=\boxed{2}$; $\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt3}{-1}=\operatorname{arctg}(-\sqrt3)=\boxed{120^\circ}$

$2-2i$ 0.1 — $r=\sqrt{4+4}=\sqrt8=\boxed{2\sqrt2}$; $\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{-2}{2}=\operatorname{arctg}(-1)=\boxed{315^\circ}$

$\cos 210^\circ=\cos(180^\circ+30^\circ)=-\cos30^\circ=-\dfrac{\sqrt3}{2}$

$\operatorname{sen} 210^\circ=\operatorname{sen}(180^\circ+30^\circ)=-\operatorname{sen}30^\circ=-\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{(-2\sqrt3-2i)^4}{(-1+\sqrt3 i)^3\cdot(2-2i)^2}=\dfrac{(4_{210^\circ})^4}{(2_{120^\circ})^3\cdot(2\sqrt2_{\,315^\circ})^2}=\dfrac{256_{840^\circ}}{8_{360^\circ}\cdot 8_{630^\circ}}=4_{-150^\circ}=\boxed{4_{210^\circ}}=4(\cos210^\circ+i\operatorname{sen}210^\circ)=4\left(-\dfrac{\sqrt3}{2}-\dfrac12 i\right)=\boxed{-2\sqrt3-2i}$ 0.1/ 0.1/ 0.1/ 0.175/ 0.1/

2 a) $f(x)=\dfrac{2x+4}{x-2}$ (hipérbola)

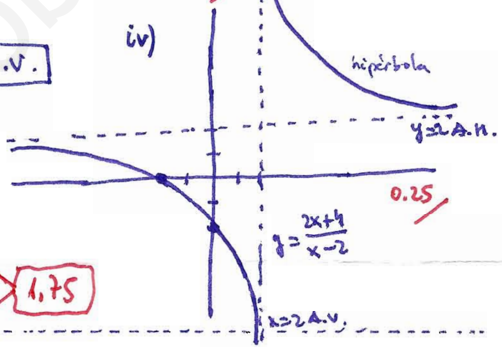
i) $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+4}{x-2}\underset{\text{indet}}{\overset{-\infty/-\infty}{\sim}}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2\cancel{x}}{\cancel{x}}=2}$ 0.1 ; $\boxed{\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+4}{x-2}\underset{\text{indet}}{\overset{\infty/\infty}{\sim}}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2\cancel{x}}{\cancel{x}}=2}$ 0.1 $\Rightarrow\boxed{y=2\text{ A.H.}}$ 0.1

ii) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x+4}{x-2}=\dfrac{8}{0}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x+4}{x-2}=\dfrac{8}{0^-}=-\infty\\[2mm]\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2x+4}{x-2}=\dfrac{8}{0^+}=\infty\end{cases}$ 0.2 $\Rightarrow\boxed{\nexists\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x+4}{x-2}}\Rightarrow\boxed{x=2\text{ A.V.}}$ 0.1

iii) corte eje x: $y=0\Rightarrow\dfrac{2x+4}{x-2}=0$; $2x+4=0$; $x=-2\to\boxed{(-2,0)}$ 0.1/

corte eje y: $x=0\Rightarrow y=\dfrac{4}{-2}=-2\to\boxed{(0,-2)}$ 0.1/

iv)



0.25/

1,05 ; 0,7 → $\boxed{1{,}75}$

b) i) $f(x)=|x^2-4x-5|=\begin{cases}x^2-4x-5 & \text{si } x\in(-\infty,-1]\\-x^2+4x+5 & \text{si } x\in(-1,5]\\x^2-4x-5 & \text{si } x\in(5,\infty)\end{cases}$

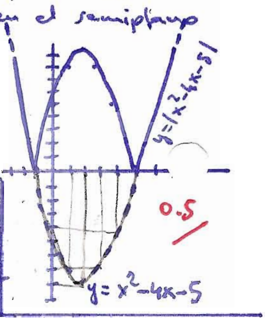
raíces -1 y 5

$f(x)=\begin{cases}x^2-4x-5 & \text{si } x\in(-\infty,-1]\cup(5,\infty)\\-x^2+4x+5 & \text{si } x\in(-1,5]\end{cases}$ 0.2/

ii) Para representar $|x^2-4x-5|$, representaremos la parábola $y=x^2-4x-5$, y a continuación reflejaremos su parte negativa en el semiplano positivo:

x	…-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7…
$y=x^2-4x-5$	…16	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7	16…

Vértice



0.5/

3 $f(x)=\begin{cases}x^2+8x+7 & \text{si } x<-3\\x-5 & \text{si } -3\le x<2\\\sqrt{x-2} & \text{si } x\ge2\end{cases}$

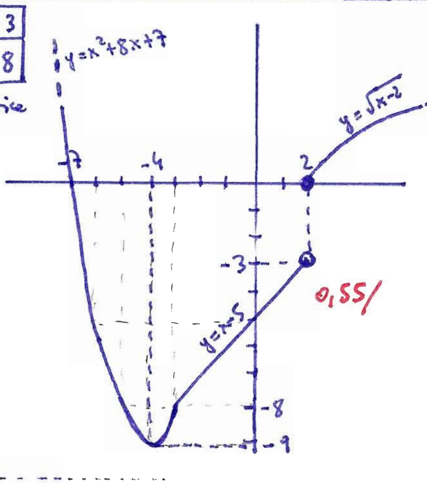
a)

x	…-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$y=x^2+8x+7$	…16	7	0	-5	-8	-9	-8

Vértice

x	-3	2
$y=x-5$	-8	-3

x	2	3	4	5	6	7	8…∞
$y=\sqrt{x-2}$	0	1	1,41	1,73	2	2,24	2,45…∞



0,55/

$\boxed{1{,}75}$

b) $\boxed{\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}}$; $\boxed{\mathrm{Im}(f)=[-9,\infty)}$ 0.2/

c) corte eje x: $\boxed{(-7,0)\text{ y }(2,0)}$; corte eje y: $\boxed{(0,-5)}$ 0.1/

d) $f(x)\searrow\ \forall x\in(-\infty,-4)$; $f(x)\nearrow\ \forall x\in(-4,\infty)$ $\Rightarrow m(-4,-9)$ 0.2/

e) $\boxed{f(x)\text{ discontinua en }x=2}$ 0.1/

f) $\nexists$ asíntotas 0.1/

g) $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-3^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-3}(x^2+8x+7)=-8\\\lim\limits_{x\to-3^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-3}(x-5)=-8\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{\lim\limits_{x\to-3}f(x)=-8}$ 0.2/ ; $\boxed{\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}(x-5)=-5}$ 0.1/

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to2}(x-5)=-3\\\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to2}\sqrt{x-2}=0\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{\nexists\lim\limits_{x\to2}f(x)}$ 0.2/

④ a) $\boxed{\log_2 64 = 6}$ pq. $2^6 = 64$ 0.3125

b) $\boxed{\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9} = \log_3 \sqrt{3} - \log_3 9 = \frac{1}{2} \cancel{\log_3} 3 - \cancel{\log_3} 9 = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}}$ 0.3125

1,25

c) $\boxed{\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e^2}} = \ln e - \ln \sqrt[3]{e^2} = \ln e - \frac{1}{3} \ln e^2 = \cancel{\ln e} - \frac{2}{3} \cancel{\ln e} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}}$ 0.3125

d) $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$; $\log_a (12 \cdot 3) = 2$; $\log_a 36 = 2 \Rightarrow a^2 = 36$; $\boxed{a = 6}$ (se descarta $a = -6$) 0.3125

⑤ a) $2^{x-3} = 3^{x+1}$; $\log 2^{x-3} = \log 3^{x+1}$; $(x-3)\log 2 = (x+1)\log 3$; $x\log 2 - 3\log 2 = x\log 3 + \log 3$

$x\log 2 - x\log 3 = \log 3 + 3\log 2$; $x(\log 2 - \log 3) = \log 3 + 3\log 2$; $\boxed{x = \frac{\log 3 + 3\log 2}{\log 2 - \log 3} \simeq -7{,}8380\ldots}$ 0.6

b) $9^x + 2\cdot 3^{x+1} = 27$; $(3^2)^x + 2\cdot 3^x \cdot 3 = 27$; $(3^x)^2 + 6\cdot 3^x - 27 = 0$

1,75

cambio var. $3^x = t \Rightarrow \boxed{t^2 + 6t - 27 = 0}$ 0.2

$t = 3 = 3^x \Rightarrow \boxed{x = 1}$ 0.4

$t = -9 = 3^x \Rightarrow \nexists$ soluc.

c) $\log x^2 + \log x^3 = 5$; $\log(x^2 \cdot x^3) = \log 100000 \Rightarrow x^5 = 100000 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt[5]{100000} = 10}$ 0.55

⑥ a) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^2-4}{x^3+3x^2-4} \overset{0/0}{\underset{\text{indtdo}}{=}} \lim\limits_{x\to -2} \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{(x+2)}(x^2+x-2)} = \frac{-4}{0} =$ 0.25

raíces 1 y −2

$\left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -2^-} \frac{x-2}{(x+2)(x-1)} = \frac{-4}{0^-\cdot(-3)} = \frac{4}{0^-} = -\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} \frac{x-2}{(x+2)(x-1)} = \frac{-4}{0^+\cdot(-3)} = \frac{4}{0^+} = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\nexists \lim\limits_{x\to -2} f(x)}$ 0.5

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 0 & -4 \\ -2 & & -2 & -2 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

b) $\boxed{\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^2-4}{x^3+3x^2-4}} \underset{\text{indtdo.}}{\overset{\infty/\infty}{\sim}} \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{1}{x} = \boxed{0}$ 0.5

1,75

c) $\boxed{\lim\limits_{x\to -\infty} \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)} = 1 + \frac{1}{e^{-\infty}} = 1 + e^{\infty} = 1 + \infty = \boxed{\infty}$ 0.5

I.E.S. "Fernando de Mena"	PARCIAL 3ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+C** **CURSO 2006-2007**	Junta de Comunidades de **Castilla -La Mancha**

1. Dada $f(x)=\dfrac{4x}{(x-1)^2}$

a) Razonar cuál es su Dom(f)
b) Hallar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
e) A la vista de la gráfica indicar su Im(f)
f) ¿Es continua?
g) Hallar la antiimagen de y=3
h) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
i) Hallar analíticamente $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
j) Ecuación de las posibles asíntotas. *(2 puntos)*

2. Dada $f(x)=\begin{cases} x+10 & \text{si } x\le -4 \\ x^2+2x & \text{si } -4<x\le 1 \\ 3/x & \text{si } x>1 \end{cases}$

a) Representarla gráficamente.
b) Indicar su Dom(f) e Im(f)
c) Hallar analíticamente los posibles cortes con los ejes.
d) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
e) ¿Es continua?
f) Ecuación de las posibles asíntotas.
g) Hallar la antiimagen de y=3
h) Hallar $\lim\limits_{x\to -4} f(x)$ a partir de la gráfica. *(2 puntos)*

3. Resolver: **a)** $2^{2x}=4^{x^2}$ **b)** $9^x+2\cdot 3^{x+1}=27$ **c)** $2^{x+1}=3^{x-1}\cdot 4^x$ *(2 puntos)*

4. Calcular: **a)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-3}{x^2-3x+2}$ **b)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x-3}{x^2-3x+2}$ **c)** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x-3}$

d) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{1}{x^2}-x\right)$ **e)** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1}{e^x}$ *(2 puntos)*

5. **a)** Definir analíticamente $f(x)=|x^2-4x+3|$ (es decir, como función definida por ramas), y representarla gráficamente.

b) Hallar $\log_2\dfrac{\sqrt[5]{64}}{8}$ y $\log_9 3$

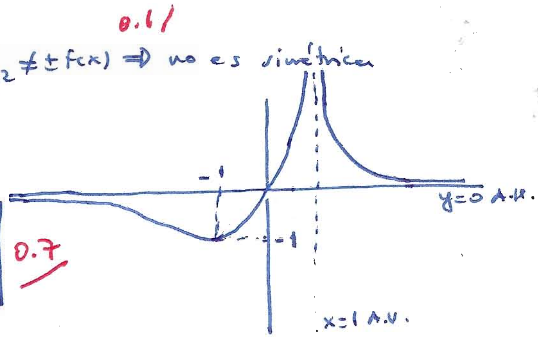
c) Calcular $\log\sqrt[3]{0{,}08}$ en función de log 2

d) ¿En qué base se cumple que $\log_a 12+\log_a 3=2$? *(2 puntos)*

<u>NOTA</u>: Se ruega cuidar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

① $f(x)=\dfrac{4x}{(x-1)^2}$; a) $Dom(f)=\mathbb{R}-\{1\}$ 0.1 b) $f(-x)=\dfrac{-4x}{(-x-1)^2}=\dfrac{-4x}{(x+1)^2}\neq\pm f(x)\Rightarrow$ no es simétrica 0.1

c) corte eje x: $y=0\Rightarrow 0=\dfrac{4x}{(x-1)^2}\Rightarrow x=0\rightarrow\boxed{(0,0)}$ 0.1



d)

x	$-\infty$	...	-99	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...	101	...	∞
$y=\frac{4x}{(x-1)^2}$	0^-	...	$-0{,}04$		$-0{,}64$	$-0{,}75$	$-0{,}\hat{8}$	-1	0	$\nexists$	8	3	$1{,}\hat{7}$	...	$0{,}04$	...	0^+

0.7

e) $Im(f)=[-1,\infty)$ 0.1 F) discontinua en $x=1$ 0.1

g) $y=3\Rightarrow\dfrac{4x}{(x-1)^2}=3$; $4x=3(x^2-2x+1)$; $4x=3x^2-6x+3$; $0=3x^2-10x+3$ $\nearrow\boxed{x=3}$ $\searrow\boxed{x=1/3}$ 0.2

h) $f(x)\searrow\ \forall x\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$
$f(x)\nearrow\ \forall x\in(-1,1)$ $\Big\}$ $m(-1,-1)$ 0.2

i) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{4x}{(x-1)^2}\overset{4/0}{=}\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{4x}{(x-1)^2}=\dfrac{4}{(0^-)^2}=\dfrac{4}{0^+}=\infty\\ \lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{4x}{(x-1)^2}=\dfrac{4}{(0^+)^2}=\dfrac{4}{0^+}=\infty\end{cases}\Rightarrow\boxed{\lim\limits_{x\to1}f(x)=\infty}$ 0.1

$\boxed{\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x}{(x-1)^2}\sim\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4}{x}=0^+}$ 0.1

$\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x}{(x-1)^2}\sim\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x}=0^-}$ 0.1 j) $x=1$ A.V. $y=0$ A.H. 0,1

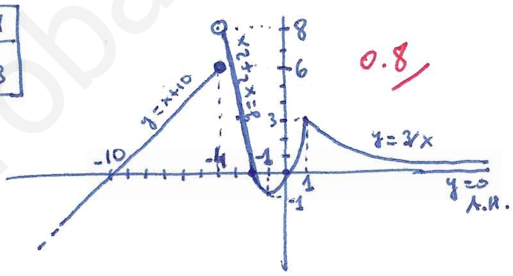
② $f(x)=\begin{cases}x+10 & si\ x\leq-4\\ x^2+2x & si\ -4<x\leq1\\ 3/x & si\ x>1\end{cases}$

a)

x	-10	-4
$y=x+10$	0	6

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$y=x^2+2x$	8	3	0	-1	0	3

x	1	2	3	4 ... 100 ... ∞
$y=\frac{3}{x}$	3	$1{,}5$	1	$0{,}75$ ... $0{,}03$ ... 0^+



0.8

b) $Dom(f)=\mathbb{R}$; $Im(f)=(-\infty,8)$ 0.2

c) cortes eje x: $y=0$ $\xrightarrow{1^{er}\ tramo}$ $x+10=0\rightarrow\boxed{x=-10}$ 0.2
$\xrightarrow{2^{o}\ tramo}$ $x^2+2x=0$; $x(x+2)=0$ $\nearrow\boxed{x=0}$ $\searrow\boxed{x=-2}$

d) $f(x)\nearrow\ \forall x\in(-\infty,-4)\cup(-1,1)$
$f(x)\searrow\ \forall x\in(-4,-1)\cup(1,\infty)$ $\Big\}$ $m(-1,-1)$ $M(1,3)$ 0.2

e) discontinua en $x=-4$ 0.1

F) $y=0$ A.H. 0.1

g) $y=3$ $\xrightarrow{1^{er}\ tramo}$ $x+10=3$; $\boxed{x=-7}$
$\xrightarrow{2^{o}\ tramo}$ $x^2+2x=3$; $x^2+2x-3=0$ $\nearrow\boxed{x=-3}$ $\searrow\boxed{x=1}$ 0.3
$\xrightarrow{3^{er}\ tramo}$ $\dfrac{3}{x}=3\Rightarrow x=1$ (ya está repetido)

h) $\lim\limits_{x\to-4^-}f(x)=6$
$\lim\limits_{x\to-4^+}f(x)=8$ $\Big\}\Rightarrow\nexists\lim\limits_{x\to-4}f(x)$ 0.1

③ a) $2^{2x}=4^{x^2}$; $2^{2x}=(2^2)^{x^2}$; $2^{2x}=2^{2x^2}\Rightarrow 2x=2x^2$; $2x^2-2x=0$; $2x(x-1)=0$ $\nearrow\boxed{x=0}$ $\searrow\boxed{x=1}$ 0.5

b) $9^x+2\cdot3^{x+1}=27$; $(3^2)^x+2\cdot3\cdot3^x-27=0$; $(3^x)^2+6\cdot3^x-27=0$;

CAMBIO DE VAR. $3^x=t\Rightarrow\boxed{t^2+6t-27=0}$ $\nearrow t=3=3^x\Rightarrow\boxed{x=1}$ $\searrow t=-9=3^x\Rightarrow\nexists$ soluc. 0.75

c) $2^{x+1}=3^{x-1}\cdot4^x$; $\log2^{x+1}=\log(3^{x-1}\cdot4^x)$; $\log2^{x+1}=\log3^{x-1}+\log4^x$;

$(x+1)\log2=(x-1)\log3+x\log4$; $x\log2+\log2=x\log3-\log3+x\log4$; $\log2+\log3=x(\log3+\log4-\log2)$

$\boxed{x=\dfrac{\log2+\log3}{\log3+\log4-\log2}=1}$ 0.75

④ a) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-3}{x^2-3x+2}\overset{-2/0}{=}\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-3}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{-2}{0^-(-1)}=\dfrac{-2}{0^+}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-3}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{-2}{0^+\cdot(-1)}=\dfrac{-2}{0^-}=+\infty\end{cases}$ 0.4

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-3}{x^2-3x+2}\overset{\infty/\infty}{\sim}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=\boxed{0^+}$ 0.4

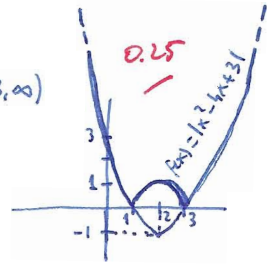
c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x-3}\overset{\infty/-\infty}{\sim}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}x=\boxed{-\infty}$ 0.4

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x^2}-x\right)=0-\infty=\boxed{-\infty}$ 0.4

e) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{e^x}=\dfrac{1}{e^{-\infty}}=e^{\infty}=\boxed{\infty}$ 0.4

⑤ a) $f(x)=|x^2-4x+3| = \begin{cases} x^2-4x+3 & \text{si } x\leq 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si } 1<x<3 \\ x^2-4x+3 & \text{si } x\geq 3 \end{cases}$ 0.25 $\Rightarrow$ $f(x)=|x^2-4x+3| = \begin{cases} x^2-4x+3 & \text{si } x\in(-\infty,1]\cup[3,\infty) \\ -x^2+4x-3 & \text{si } x\in(1,3) \end{cases}$

raíces 1 y 3



b) $\log_2 \frac{\sqrt[5]{64}}{8} = \log_2 \sqrt[5]{64} - \log_2 8 = \frac{1}{5}\log_2 64 - \log_2 8 = \frac{6}{5} - 3 = \boxed{\frac{-9}{5}}$ 0.25

$\log_9 3 = \log_9 \sqrt{9} = \frac{1}{2}\log_9 9 = \frac{1}{2}$ 0.25

c) $\log \sqrt[3]{0{,}08} = \frac{1}{3}\log \frac{8}{100} = \frac{1}{3}(\log 8 - \log 100) = \frac{1}{3}(\log 2^3 - 2) = \frac{1}{3}(3\log 2 - 2) = \boxed{-\frac{2}{3} + \log 2}$ 0.5

d) $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$; $\log_a(12\cdot 3) = 2$; $\log_a 36 = 2 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow \boxed{a=6}$ 0.5

(a=−6 se descarta, por tratarse de la base de un sistema de logaritmos)

I.E.S. "Fernando de Mena"	**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+C** **CURSO 2006-2007**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Dada $f(x)=\dfrac{4}{x^2-4}$

a) Razonar cuál es su Dom(f)
b) Hallar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
e) A la vista de la gráfica indicar su Im(f)
f) Estudiar su continuidad
g) Hallar la antiimagen de y=1/3
h) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
i) Hallar analíticamente $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
j) Ecuación de las posibles asíntotas. *(2 puntos)*

2. Dada $f(x)=\begin{cases} -x+4 & \text{si } \quad x\le -2 \\ x^2-x-6 & \text{si } \; -2<x\le 6 \\ 24 & \text{si } \quad x>6 \end{cases}$

a) Representarla gráficamente.
b) Indicar su Dom(f) e Im(f)
c) Hallar analíticamente los posibles cortes con los ejes.
d) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
e) Estudiar su continuidad
f) Ecuación de las posibles asíntotas.
g) Hallar la antiimagen de y=14
h) Hallar $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ *(1,75 puntos)*

3. **a)** Hallar razonadamente $\log_3 \dfrac{1}{3\sqrt[4]{27}}$ y $\log_{1/5}125$

b) Calcular $\log\sqrt{3,6}$ en función de log 2 y log 3

c) Hallar razonadamente x en las expresiones $\log_x 5=-3$ y $\log_3(\log_3 3)=x$ *(1,25 puntos)*

4. Resolver: **a)** $2^{x-1}\cdot 3^{1-x}=5^{2x-2}$ **b)** $3^{\,x-1}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2x-1}$ **c)** $2^{2x-1}-16=2^{x+1}$ *(1,5 puntos)*

5. Calcular: **a)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^3-2x^2-4x+8}$ **b)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^3-2x^2-4x+8}$ **c)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1}\right)=$
(1,5 puntos)

6. **a)** Hallar la derivada de $f(x)=\sqrt{x+1}$ aplicando la definición, es decir, mediante un límite.

b) Derivar $y=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{1}{x}$ y simplificar.

c) Ídem: $y=\sqrt{x^2-1}-\sqrt[3]{x^2+1}$

d) Ídem: $y=\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^3$ *(2 puntos)*

NOTA: Se podrá valorar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

① $f(x)=\dfrac{4}{x^2-4}$ a) $x^2-4=0;\ x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \Rightarrow \boxed{Dom(f)=\mathbb{R}-\{\pm 2\}}$ 0.2

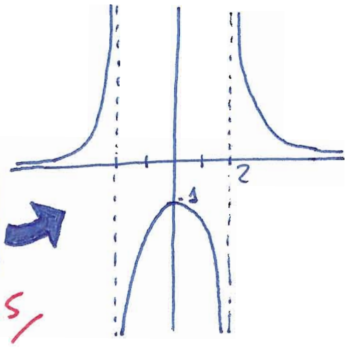
b) $f(-x)=\dfrac{4}{(-x)^2-4}=\dfrac{4}{x^2-4}=f(x) \Rightarrow \boxed{f(x) \text{ simétrica par}}$ 0.2

c) corte eje x: $y=0 \Rightarrow \dfrac{4}{x^2-4}=0;\ 4=0!! \Rightarrow \boxed{\text{no corta al eje x}}$ 0.2

corte eje y: $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{4}{-4}=-1 \rightarrow (0,-1)$

d)

x	$-\infty\ldots-100\ldots$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	$\ldots100\ldots\infty$
$y=\dfrac{4}{x^2-4}$	0^+ 0,0004…	0,125	0,19	$0,\hat{3}$	0,8	$\nexists$	$-1,\hat{3}$	-1	$-1,\hat{3}$	$\nexists$	0,8	$0,\hat{3}$	0,19	0,125	…0,0004…0^+



0.5

e) $Im(f)=(-\infty,-1]\cup(0,\infty)$ 0.1

f) $f(x)$ discontinua en $x=\pm 2$ 0.1

g) $y=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{x^2-4};\ x^2-4=12;\ x^2=16 \Rightarrow \boxed{x=\pm 4}$ 0.1

h) $f(x)\nearrow \forall x\in(-\infty,-2)\cup(-2,0)$; $f(x)\searrow \forall x\in(0,2)\cup(2,\infty)$ $\Rightarrow M(0,-1)$ 0.2

i) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4}{x^2-4}=\dfrac{4}{0}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{4}{(x+2)(x-2)}=\dfrac{4}{4\cdot 0^-}=\dfrac{4}{0^-}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{4}{(x+2)(x-2)}=\dfrac{4}{4\cdot 0^+}=\dfrac{4}{0^+}=\infty\end{cases} \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4}{x^2-4}=\dfrac{4}{\infty}=0^+$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x^2-4}=\dfrac{4}{\infty}=0^+$

0.3

j) $y=0$ A.H. ; $x=\pm 2$ A.V. 0.1

TOTAL: $\boxed{2}$

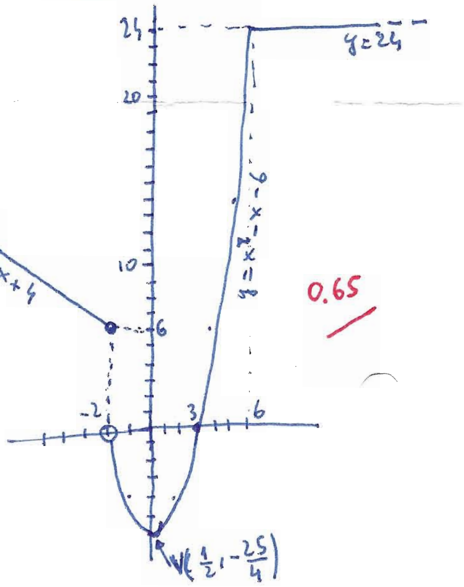
② $f(x)=\begin{cases}-x+4 & si\ x\le -2\\ x^2-x-6 & si\ -2<x\le 6\\ 24 & si\ x>6\end{cases}$

a)

x	-3	-2
$y=-x+4$	7	6

vértice $x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow y=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}-6=-\dfrac{25}{4}$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y=x^2-x-6$	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14	24



0.65

b) $Dom(f)=\mathbb{R}$; $Im(f)=\left[-\dfrac{25}{4},\infty\right)$ 0.2

c) corte eje x: $y=0 \xrightarrow{2^a\ rama} 0=x^2-x-6$ $\nearrow x_1=-2 \rightarrow(-2,0)$; $\searrow x_2=3\rightarrow(3,0)$ 0.2

corte eje y: $x=0 \Longrightarrow y=-6 \rightarrow (0,-6)$

d) $f(x)\searrow \forall x\in(-\infty,1/2)$; $f(x)\nearrow \forall x\in(1/2,6)$; $f(x)$ cte. $\forall x\in(6,\infty)$ $\Big\}\ m\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{25}{4}\right)$ 0.2

e) $f(x)$ discontinua en $x=-2$ 0.1

f) no tiene asíntotas 0.1

g) $y=14 \xrightarrow{2^a\ rama} 14=x^2-x-6;\ 0=x^2-x-20$ $\nearrow \boxed{x=5}$; $\searrow x=-4$ descartada viendo la gráfica 0.2

$\xrightarrow{1^a\ rama}$ $14=-x+4;\ \boxed{x=-10}$

h) $\lim\limits_{x\to-2^-}f(x)=6$; $\lim\limits_{x\to-2^+}f(x)=0$ $\Big\}\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to-2}f(x)$ 0.1

TOTAL: $\boxed{1{,}75}$

③ a) $\log_3\dfrac{1}{3\cdot\sqrt[4]{27}}=\cancel{\log_3 1}^{0}-\log_3\left(3\cdot\sqrt[4]{27}\right)=-\cancel{\log_3 3}^{1}-\log_3\sqrt[4]{27}=-1-\dfrac{1}{4}\cancel{\log_3 27}^{3}=-1-\dfrac{3}{4}=\boxed{-\dfrac{7}{4}}$ 0.25

$\log_{1/5}125=x \Rightarrow \left(\dfrac{1}{5}\right)^x=125;\ (5^{-1})^x=5^3;\ 5^{-x}=5^3 \Rightarrow \boxed{x=-3}$ 0.25 0.25

b) $\log\sqrt{3{,}6}=\dfrac{1}{2}\log\dfrac{36}{10}=\dfrac{1}{2}\left(\log 36-\cancel{\log 10}^{1}\right)=\dfrac{1}{2}\left[\log(3^2\cdot 2^2)-1\right]=\dfrac{1}{2}(-1+2\log 3+2\log 2)=\boxed{-\dfrac{1}{2}+\log 2+\log 3}$

c) $\log_x 125 = -3 \Rightarrow x^{-3} = 125$; $\frac{1}{x^3} = 125$; $\frac{1}{125} = x^3 \Rightarrow \boxed{x = 1/5}$ 0.25/

$\boxed{x = \log_3 (\cancel{\log_3 3})} = \log_3 1 = \boxed{0}$ 0.25/

TOTAL: $\boxed{1,25}$

---

④ a) $2^{x-1} \cdot 3^{1-x} = 5^{2x-2}$; $\log(2^{x-1} \cdot 3^{1-x}) = \log 5^{2x-2}$; $\log 2^{x-1} + \log 3^{1-x} = \log 5^{2x-2}$

$(x-1)\log 2 + (1-x)\log 3 = (2x-2)\log 5$; $x\log 2 - \log 2 + \log 3 - x\log 3 = 2x\log 5 - 2\log 5$;

$x(\log 2 - \log 3 - 2\log 5) = \log 2 - \log 3 - 2\log 5$; $\boxed{x = \frac{\log 2 - \log 3 - 2\log 5}{\log 2 - \log 3 - 2\log 5} = 1}$ 0.5/

b) $3^{x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1}$; $3^{x-1} = (3^{-1})^{-2x-1}$; $3^{x-1} = 3^{2x+1} \Rightarrow x-1 = 2x+1$; $\boxed{-2 = x}$ 0.5/

c) $2^{2x-1} - 16 = 2^{x+1}$; $\frac{2^{2x}}{2} - 16 = 2 \cdot 2^x$; $\frac{1}{2}(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 16 = 0$; cambio de var: $2^x = t \Rightarrow \frac{t^2}{2} - 2t - 16 = 0$

$t^2 - 4t - 32 = 0$ $\nearrow t = 8 = 2^x \Rightarrow \boxed{x = 3}$ 0.5/
$\searrow t = -4 = 2^x \Rightarrow \nexists$ soluc

TOTAL: $\boxed{1,5}$

---

⑤ a) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \overset{\frac{\infty}{\infty} \text{ indet.}}{\sim} \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x^3} = \boxed{1}$ 0.25/

b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \overset{\frac{0}{0} \text{ indet.}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{(x+1)\cancel{(x-2)^2}}{(x+2)\cancel{(x-2)^2}} = \boxed{\frac{3}{4}}$ 0.625/

	1	-3	0	4
2		2	-2	-4
	1	-1	-2	$\boxed{0}$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$ $\nearrow 2$ $\searrow -1$

	1	-2	-4	8
2		2	0	-8
	1	0	-4	$\boxed{0}$

$x^2 - 4 = 0$; $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

c) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2+1}\right) \overset{\infty-\infty \text{ indet.}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2+1})(\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2+1})}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2+1}} =$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^2} + x - (\cancel{x^2} + 1)}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2+1}} \overset{\frac{\infty}{\infty} \text{ indet.}}{=}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2}} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1 - \cancel{\frac{1}{x}}^{\,0}}{\sqrt{1 + \cancel{\frac{1}{x}}_{\,0}} + \sqrt{1 + \cancel{\frac{1}{x^2}}^{\,0}}} = \boxed{\frac{1}{2}}$ 0.625/

TOTAL: $\boxed{1,5}$

---

⑥ a) $f(x) = \sqrt{x+1}$; $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h+1} - \sqrt{x+1}}{h} \overset{\frac{0}{0} \text{ indet.}}{=} \lim_{h\to 0} \frac{(\sqrt{x+h+1} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})}{h \cdot (\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})} =$

$= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h+1) - (x+1)}{h(\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}} = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}$ 0.5/

b) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \longrightarrow y' = \frac{1}{2} 2x - 2 \cdot \frac{-2x}{x^4} - \frac{1}{x^2} = \boxed{x + \frac{4}{x^3} - \frac{1}{x^2}}$ 0.5/

c) $y = \sqrt{x^2 - 1} - (x^2+1)^{1/3} \longrightarrow y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} - \frac{1}{3}(x^2+1)^{-2/3} \cdot 2x = \boxed{\frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}}$ 0.5/

d) $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 \xrightarrow{u^n} y' = 3\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 \cdot \frac{x-1-(x+1)}{(x-1)^2} = 3\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} \cdot \frac{-2}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{-6(x+1)^2}{(x-1)^4}}$ 0.5/

TOTAL: $\boxed{2}$

I.E.S. "Fernando de Mena"	RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+C** **CURSO 2006-2007**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Dada $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{si } x < -3 \\ x^2+2x-3 & \text{si } -3 \le x < 2 \\ \dfrac{5}{x-1} & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

a) Representarla gráficamente.
b) Indicar su Dom(f) e Im(f)
c) Hallar analíticamente los posibles cortes con los ejes.
d) Intervalos de crecimiento. M y m
e) Estudiar su continuidad
f) Ecuación de las posibles asíntotas.
g) Hallar la antiimagen de y=1
h) Hallar $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ *(2 puntos)*

2. **a)** Hallar $\log_2 \dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ **b)** Hallar x en las expresiones $\log 5^x = 12$ y $\log_x \dfrac{1}{9} = -2$

c) Demostrar que $\dfrac{\log\frac{1}{a} + \log\sqrt{a}}{\log a^3} = -\dfrac{1}{6}$ *(2 puntos)*

3. Resolver: **a)** $2^{3x} = 0{,}5^{3x+2}$ **b)** $4^x - 2^x - 6 = 0$ *(2 puntos)*

4. Calcular: **a)** $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^4 - 1}$ **b)** $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x}\right)$ *(2 puntos)*

5. **a)** Hallar la derivada de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ aplicando la definición, es decir, mediante un límite.

b) Derivar $y = \dfrac{3}{x^3} - \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x}$ y simplificar.

c) Ídem: $y = x^3\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^3 - 1}$

d) Ídem: $y = \dfrac{2x^2 - 3}{3x^2 - 2}$ *(2 puntos)*

NOTA: Se podrá valorar la ortografía, sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático.

Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha	**EXAMEN PARCIAL 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. C** **CURSO 2004-05**	I.E.S. "Fernando de Mena"

1. Dada $f(x)=\dfrac{9}{x^2-9}$

a) Razonar cuál es su Dom (f)
b) Hallar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
e) A la vista de la gráfica indicar su Im (f)
f) ¿Es continua?
g) Hallar analíticamente para qué valor o valores de x se obtiene la imagen 1/3 (Comprobar a continuación lo obtenido en la gráfica)
h) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
i) Hallar analíticamente $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
(Comprobar a continuación lo obtenido en la gráfica)
j) Ecuación de las posibles asíntotas.

2. Dada $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x<-3 \\ x-5 & \text{si } -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$

a) Construir una tabla de valores apropiada para cada rama y obtener su representación gráfica.
b) Razonar cuál es su Dom (f) e Im (f)
c) ¿Es continua?
d) ¿ Para qué valor o valores de x se obtiene la imagen -5? (Comprobar a continuación lo obtenido y la gráfica)
e) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
f) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

3. a) Calcular log 90 en función de log 3
b) Calcular $\log_3 \sqrt[4]{27}$
c) Calcular log 0,08 en función de log 2
d) Calcular $\log_3 \dfrac{\sqrt{243}}{3}$

4. Resolver $2^{x+1}=3^{x-1}\cdot 4^x$. Comprobar el resultado.

5. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x^3-6x^2+12x-8}$ b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2+x-6}$ c) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-\dfrac{x^2-1}{x-1}\right)$

① $f(x)=\dfrac{9}{x^2-9}$ a) $x^2-9=0$; $x^2=9$; $x=\pm 3$ $\Rightarrow$ $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}-\{\pm 3\}}$ 0.1

b) $f(-x)=\dfrac{9}{(-x)^2-9}=\dfrac{9}{x^2-9}=f(x)$ $\Rightarrow$ $\boxed{f(x) \text{ simétrica par}}$ 0.1

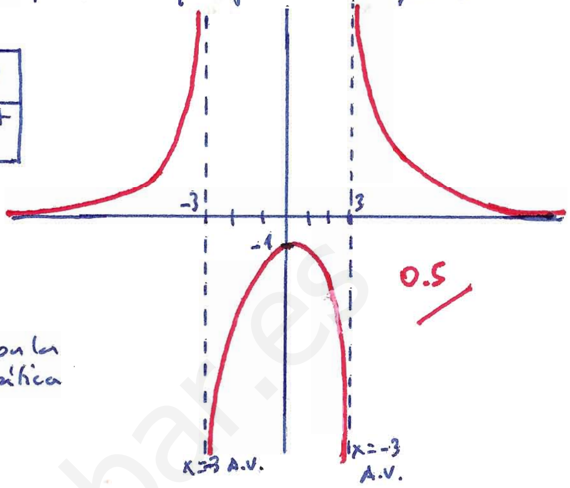
c) CORTE EJE X: $y=0 \rightarrow 0=\dfrac{9}{x^2-9}$; $0=9$ FALSO $\Rightarrow$ $\boxed{\text{no corta al eje X}}$

CORTE EJE Y: $x=0 \rightarrow y=\dfrac{9}{-9}=-1$ $\Rightarrow$ $\boxed{(0,-1)}$ 0.2

d) Como la f(x) es simétrica par, basta con hacer la tabla para las x positivos, sabiendo que para los negativos se obtendrá exactamente lo mismo:

x	0	1	2	2.9	3	3.1	4	5	6	7	....100 ....∞
$f(x)=\frac{9}{x^2-9}$	-1	-1,125	-1,8	-15,25	∄	14,75	1,29	0,56	0,33	0,22	0,0009 ... 0^+

⇩ A.V.



0.5

e) $Im(f)=(-\infty,-1]\cup(0,\infty)$ 0.1

f) discontinua en $x=\pm 3$ 0.1

g) $y=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}=\dfrac{9}{x^2-9} \Rightarrow x^2-9=27$; $x^2=36 \Rightarrow \boxed{x=\pm 6}$, lo cual coincide con la tabla y con la gráfica 0.2

h) $f(x)\nearrow \forall x\in(-\infty,-3)\cup(-3,0)$
$f(x)\searrow \forall x\in(0,3)\cup(3,\infty)$ $\Rightarrow$ $\boxed{M(0,-1)}$ 0.2

i) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=+\infty$ $\Rightarrow$ $\boxed{\nexists \lim\limits_{x\to 3} f(x)}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0^+}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=0^+}$ 0.3

j) $\boxed{x=\pm 3 \text{ A.V.}}$ 0.2 $\boxed{y=0 \text{ A.H.}}$

---

② $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & si\ x<-3 \\ x-5 & si\ -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & si\ x\ge 2 \end{cases}$

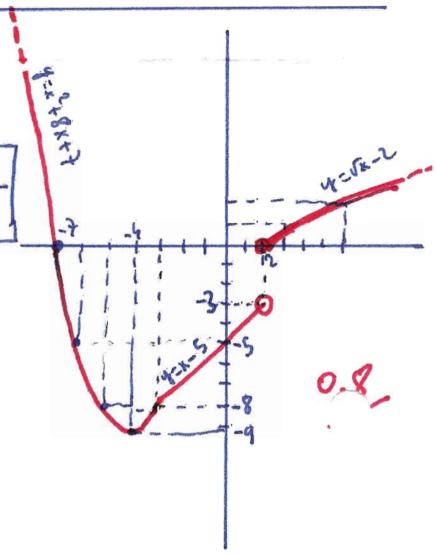
a)

x	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$f(x)=x^2+8x+7$	16	7	0	-5	-8	-9	-8

V

x	-3	2
$y=x-5$	-8	-3

x	2	3	4	5	6	7 ...
$y=\sqrt{x-2}$	0	1	1.41	1.73	2	2.24 ..



0.8

b) $Dom(f)=\mathbb{R}$; $Im(f)=[-9,\infty)$ 0.2

c) discontinua en $x=2$ 0.1

d) $y=-5 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} -5=x^2+8x+7$; $x^2+8x+12=0$ → $x_1=-2$ descartado pq. ∉ 1ª rama ; $\boxed{x_2=-6}$ 0.4

$\xrightarrow{2^a \text{ rama}} -5=x-5$; $\boxed{0=x}$ (ambas soluciones pueden comprobarse en la gráfica)

e) $f(x)\searrow \forall x\in(-\infty,-4)$
$f(x)\nearrow \forall x\in(-4,\infty)$ $\boxed{m(-4,-9)}$ 0.2

f) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-3$; $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=\infty}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty}$ 0.3

---

③ a) $\log 90=\log(9\cdot 10)=\log 9+\cancel{\log 10}^{\,1}=1+\log 3^2=\boxed{1+2\log 3}$ 0.5

b) $\log_3 \sqrt[4]{27}=\frac{1}{4}\log_3 27=\frac{1}{4}\log_3 3^3=\frac{3}{4}\cancel{\log_3 3}^{\,1}=\boxed{\frac{3}{4}}$ 0.5

c) $\log 0{,}08=\log\frac{8}{100}=\log 8-\cancel{\log 100}^{\,2}=-2+\log 2^3=\boxed{-2+3\log 2}$ 0.5

d) $\log_3\frac{\sqrt{243}}{3}=\log_3\sqrt{243}-\cancel{\log_3 3}^{\,1}=-1+\frac{1}{2}\log_3 243=-1+\frac{1}{2}\log_3 3^5=-1+\frac{5}{2}\cancel{\log_3 3}^{\,1}=-1+\frac{5}{2}=\boxed{\frac{3}{2}}$ 0.5

0.25

④ a) $2^{x+1} = 3^{x-1}\cdot 4^x$; $\log 2^{x+1} = \log\left(3^{x-1}\cdot 4^x\right) = \log 3^{x-1} + \log 4^x$; $(x+1)\log 2 = (x-1)\log 3 + x\log 4$;

$x\log 2 + \log 2 = x\log 3 - \log 3 + x\log 4$; $\log 2 + \log 3 = x\log 3 + x\log 4 - x\log 2 = x\left(\log 3 + \log 4 - \log 2\right)$

0.25 0.25

$\Rightarrow \boxed{x = \dfrac{\log 2 + \log 3}{\log 3 + \log 4 - \log 2} = 1}$ 0.5

0.25

b) comprobación: sustituyendo en la ecuación del enunciado se obtiene

$2^2 \overset{?}{=} 3^0\cdot 4^1$; $4 = 4$ ¡VERIFICADO! 0.5

---

⑤ a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x^3-6x^2+12x-8} \overset{0/0}{=} \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(\cancel{x-2})(x+3)}{(\cancel{x-2})(x^2-4x+4)} = \dfrac{5}{0} = \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x+3}{(x-2)^2} = \dfrac{5}{(0^-)^2} = \dfrac{5}{0^+} = \infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x+3}{(x-2)^2} = \dfrac{5}{(0^+)^2} = \dfrac{5}{0^+} = \infty \end{cases} \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \infty}$

raíces 2 y −3

raíces 2 doble

0.75

	1	−6	12	−8
2		2	−8	8
	1	−4	4	$\boxed{0}$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2+x-6} \sim \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3}{x^2} = \lim\limits_{x\to -\infty} x = \boxed{-\infty}$ 0.5

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x+1} - \dfrac{x^2-1}{x-1}\right) \overset{\infty-\infty}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{(x^2+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \dfrac{(x^2-1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1} - \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}\right) =$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-2x^2+2x}{x^2-1} \sim \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = \boxed{-2}$ 0.75

I.E.S. "Fernando de Mena"	**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. C** **CURSO 2004-2005**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Dada $f(x)=\dfrac{8x}{x^2+1}$ a) Razonar cuál es su Dom (f)
b) Estudiar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Intervalos de crecimiento y posibles M y m a partir de f '(x)
e) Ecuación de las posibles asíntotas.
f) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$
g) Con la información anterior, representarla gráficamente.

2. a) Hallar $\log_2 \dfrac{\sqrt[5]{64}}{8}$ b) Hallar log 0,32 en función de log 2 c) Resolver $2^{2x}=4^{x^2}$ y comprobar.

3. Calcular: a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+x^2-x-1}$ b) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)$

4. Hallar la derivada de $f(x)=x^2-3x$ en $x_0=1$ mediante la definición de derivada (es decir, mediante un límite)

5. Derivar y simplificar: a) $y=\dfrac{2x^2+1}{x^2-4}$ b) $y=2(3x^2-2)^3$ (Dar el resultado como un polinomio)

c) $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x+1}}$ d) $y=\dfrac{3}{x^3}-\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{4}{x}$ (Dar el resultado como una fracción)

① $f(x) = \dfrac{8x}{x^2+1}$

a) $\boxed{Dom(f) = \mathbb{R}}$ pq. $x^2+1 \neq 0 \ \forall \mathbb{R}$ **0.25**

b) $f(-x) = \dfrac{8\cdot(-x)}{(-x)^2+1} = \dfrac{-8x}{x^2+1} = -\dfrac{8x}{x^2+1} = -f(x) \Rightarrow \boxed{f(x) \text{ simétrica impar}}$ **0.25**

c) CORTE EJE X: $y=0 \Rightarrow 0 = \dfrac{8x}{x^2+1}$; $0 = 8x$; $x = 0 \to \boxed{(0,0)}$ **0.25**

d) $f'(x) = \dfrac{8(x^2+1) - 8x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{8x^2+8-16x^2}{(x^2+1)^2} = \dfrac{8-8x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow 8-8x^2=0;\ 8=8x^2;\ 1=x^2$ $\begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases}$ posibles Mom **0.25**

	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,\infty)$
signo $f'(x) = \dfrac{8-8x^2}{+}$	−	+	−
$f(x)$	↘	↗	↘

$\Downarrow$ $x=-1$ m $\quad$ $\Downarrow$ $x=1$ M

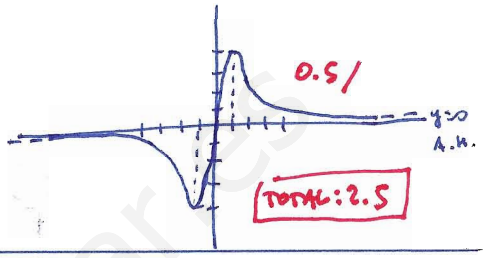
$\Rightarrow$ $f(x) \searrow \forall x \in (-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; $f(x) \nearrow \forall x \in (-1,1)$ $\Bigg\} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} m(-1,-4) \\ M(1,4) \end{matrix}}$ **0.25** **0.25**

e) ¿A.H.? $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8x}{x^2+1} \sim \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8x}{x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8}{x} = 0^+$ $\boxed{\begin{matrix} y=0 \\ A.H. \end{matrix}}$

(el otro lim es análogo y se obtiene 0^-) **0.5**

¿A.V.? no tiene pq. $x^2+1 \neq 0 \ \forall \mathbb{R}$

f)



0.5

TOTAL: 2.5

---

②
a) $\log_2 \dfrac{\sqrt[5]{64}}{8} = \log_2 \sqrt[5]{64} - \log_2 8 = \dfrac{1}{5}\cancel{\log_2 64}^{6} - \cancel{\log_2 8}^{3} = \dfrac{6}{5} - 3 = \boxed{-\dfrac{9}{5}}$ **0.5**

b) $\log 0{,}32 = \log \dfrac{32}{100} = \log 32 - \cancel{\log 100}^{2} = \log 2^5 - 2 = \boxed{-2 + 5\log 2}$ **0.5**

c) $2^{2x} = 4^{x^2}$; $2^{2x} = (2^2)^{x^2}$; $\cancel{2}^{2x} = \cancel{2}^{2x^2} \Rightarrow 2x = 2x^2;\ 2x^2-2x=0;\ 2x(x-1)=0$ $\begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ posibles soluciones **0.5**

comprobación: $x=0 \to 2^0 \overset{?}{=} 4^0;\ 1=1 \Rightarrow \boxed{x=0}$ es soluc **0.5**

$x=1 \to 2^2 \overset{?}{=} 4^1;\ 4=4 \Rightarrow \boxed{x=1}$ es soluc.

TOTAL: 2

---

③
a) $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+x^2-x-1} = \dfrac{0}{0} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\cancel{(x+1)}(x^2+2x+1)}{\cancel{(x+1)}(x^2-1)} = \dfrac{0}{0} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\cancel{(x+1)^2}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{0}{-2} = \boxed{0}$ **0.5**

	1	3	3	1
−1		−1	−2	−1
	1	2	1	0

0.25

	1	1	−1	−1
−1		−1	0	1
	1	0	−1	0

0.25

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2+1}\right) = \infty - \infty = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(\cancel{x^2}+3x)-(\cancel{x^2}+1)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}} =$ **0.25**

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x-1}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{\infty}{\infty} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\frac{3x}{x}-\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3-\cancel{\frac{1}{x}}^{0}}{\sqrt{1+\cancel{\frac{3}{x}}^{0}}+\sqrt{1+\cancel{\frac{1}{x^2}}^{0}}} = \boxed{\dfrac{3}{2}}$ **0.25** **0.5**

TOTAL: 2

---

④ $f(x) = x^2-3x$ en $x_0=1$ **0.25**

$f'(1) = \lim\limits_{h\to0} \dfrac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim\limits_{h\to0} \dfrac{(1+h)^2-3(1+h)-(-2)}{h} = \lim\limits_{h\to0} \dfrac{1+2h+h^2-3-3h+2}{h} = \lim\limits_{h\to0} \dfrac{h^2-h}{h} = \lim\limits_{h\to0}(h-1) = \boxed{-1}$ **0.25** **0.5**

TOTAL: 1

---

⑤
a) $y = \dfrac{2x^2+1}{x^2-4} \xrightarrow{y=u/v} y' = \dfrac{4x(x^2-4)-2x(2x^2+1)}{(x^2-4)^2} = \dfrac{\cancel{4x^3}-16x-\cancel{4x^3}-2x}{(x^2-4)^2} = \boxed{\dfrac{-18x}{(x^2-4)^2}}$ **0.625**

b) $y = 2(3x^2-2)^3 \longrightarrow y' = 2\cdot3\cdot(3x^2-2)^2\cdot6x = 36x\cdot(9x^4-12x^2+4) = \boxed{324x^5-432x^3+144x}$ **0.625**

c) $y = \dfrac{x+2}{\sqrt{x+1}} \xrightarrow{y=u/v} y' = \dfrac{\sqrt{x+1}-(x+2)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} = \dfrac{\frac{2(x+1)-(x+2)}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} = \dfrac{\frac{x}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} = \boxed{\dfrac{x}{2(x+1)\sqrt{x+1}}}$ **0.625**

d) $y = 3\cdot\dfrac{1}{x^3} - 2\cdot\dfrac{1}{x^2} + 4\cdot\dfrac{1}{x} \longrightarrow y' = 3\cdot\dfrac{-3x^2}{x^6} - 2\cdot\dfrac{-2x}{x^4} + 4\cdot\dfrac{-1}{x^2} = \dfrac{-9}{x^4} + \dfrac{4}{x^3} - \dfrac{4}{x^2} = \boxed{\dfrac{-9+4x-4x^2}{x^4}}$ **0.625**

TOTAL: 2,5

I.E.S. "Fernando de Mena"	**RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN** **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. C** **CURSO 2004-2005**	Junta de Comunidades de Castilla -La Mancha

1. Dada $f(x) = \frac{1 - x}{x^2}$

a) Razonar cuál es su Dom (f)
b) Estudiar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Intervalos de crecimiento y posibles M y m a partir de f '(x)
e) Obtener analíticamente la ecuación de las posibles asíntotas.
f) Con la información anterior, representarla gráficamente.

2. a) Hallar razonadamente $\log_3 \frac{1}{\sqrt{243}}$ y comprobar el resultado.

b) Hallar log 0,27 en función de log 3, y comprobar el resultado con la calculadora.

c) Resolver $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27$; comprobar el resultado.

3. a) Hallar la derivada de $f(x) = \sqrt{x}$ en $x_0=4$ mediante la fórmula (1)

b) Hallar la derivada de $f(x)=x^3$ en $x_0=2$ mediante la fórmula (2)

Fórmulas: $\boxed{f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}}$ (1) $\boxed{f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}$ (2)

4. Derivar y simplificar:

a) $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$ (Dar el resultado como una fracción)

b) $y = \sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{2x^2}$ (Ídem)

c) $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ (Dar el resultado como una fracción sin racionalizar)