

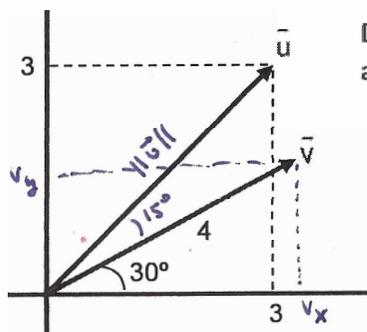
Alumna/a: SOLUCIONES

Recup. Cond.

Se puede utilizar calculadora. No usar bolígrafo rojo.

Todos los indicadores tienen el mismo peso en la nota final del examen.

Indicador 3.3: Producto escalar.



Dada la figura adjunta, hallar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ (resultado con 2 decimales) de dos formas: aplicando la definición de producto escalar, y analíticamente

$$\vec{u} = (3, 3) \Rightarrow \|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Por otra parte, \vec{u} forma un cuadrado, por lo que formará 45° con el eje $x \Rightarrow \vec{u}$ y \vec{v} formarán $45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

Aplicando la definición de prod. escalar:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos 15^\circ = 3\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \cos 15^\circ \approx \boxed{16,39} \quad \text{mín: } \boxed{5}$$

se baja 0,5 por no indicarlo

Analíticamente:

$$\left. \begin{aligned} \cos 30^\circ &= \frac{v_x}{4} \Rightarrow v_x = 4 \cos 30^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \\ \sin 30^\circ &= \frac{v_y}{4} \Rightarrow v_y = 4 \sin 30^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{v} = (2\sqrt{3}, 2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (2\sqrt{3}, 2) \cdot (3, 3) = 6\sqrt{3} + 6 \approx \boxed{16,39} \quad \text{mín: } \boxed{5}$$

se baja 0,5 por no indicarlo

NOTA del indicador 3.3 (0 a 10)

5+5

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Indicador 4.1: Ecuaciones de la recta.

Dada $r: 3x-4y+1=0$ se pide:

- a) Hallar la ecuación de la recta $s \perp r$ que pasa por $P(1,-2)$, en todas las formas conocidas.

$\vec{u}_r = (-B, A) = (4, 3) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = \vec{u}_s = (-3, 4)$
 $P(1, -2)$

$\left. \begin{array}{l} x = 1 - 3\lambda \\ y = -2 + 4\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{4}$

PARAMÉTRICA \Rightarrow CONTINUA \leftarrow se baja 0,25 por cada max en lo que no se indique el nombre

$4x - 4 = -3y - 6$
 $4x + 3y + 2 = 0$ (GEN. o IMPLÍCITA)

$3y = -4x - 2$
 $y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$ (EXPLÍCITA)

$y + 2 = -\frac{4}{3}(x - 1)$ (PTO.-P.DTE.)

PUNTO: $\boxed{5}$

- b) Dibujar ambas rectas dentro de la cuadrícula adjunta. 0,25/

$r: 3x - 4y + 1 = 0; x = 1 \Rightarrow 4 - 4y = 0; y = 1 \Rightarrow (1, 1)$

$x = -3 \Rightarrow -9 - 4y + 1 = 0; -8 = 4y; y = -2$

NOTA: no se dará nota a puntas con componentes fraccionarias, por ser de dibujo inexacto...

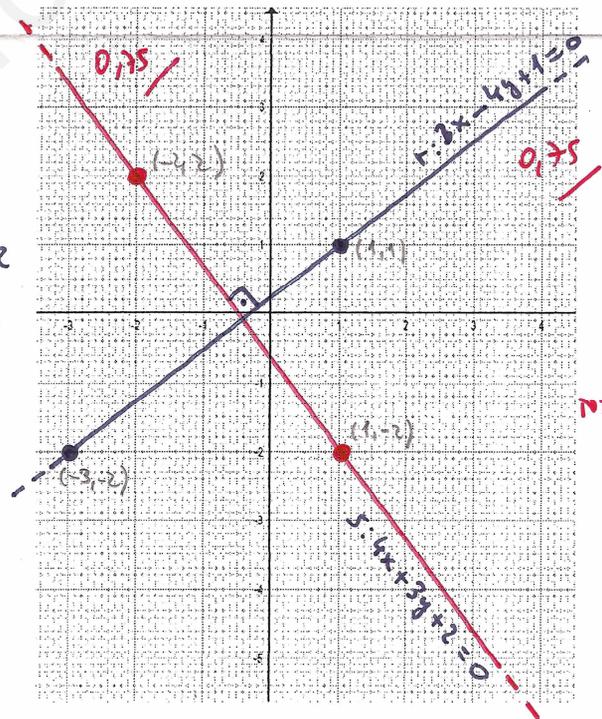
$(-3, -2)$
0,25/

0,25/

$s: 4x + 3y + 2; P(1, -2)$ es un dato del enunciado

$x = -2 \Rightarrow -8 + 3y + 2 = 0; 3y = 6; y = 2$

$(-2, 2)$
0,25/



PUNTO: $\boxed{2,5}$

- c) ¿Qué ángulo (redondeado a los minutos) forma r con Ox^+ ?

$\vec{u}_r = (4, 3) \Rightarrow m_r = \frac{3}{4} = \tan \alpha \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{3}{4} \approx 36^\circ 52'$

PUNTO: $\boxed{2,5}$

se baja 0,5 por lenguaje matemático incorrecto

se baja 0,5 por no indicarlo

NOTA del indicador 4.1 (0 a 10)

$5 + 2,5 + 2,5$

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Indicador 4.2: Posición relativa.

Dadas $r: ax - 4y + 5 = 0$
 $s: 3x + by + 5 = 0$ se pide:

a) Hallar a y b para que ambas sean // y s pase por (-1,1)

$$(-1,1) \in s \Rightarrow -3 + b + 5 = 0; \boxed{b = -2}$$

$r \parallel s: \boxed{6}$

$$r \parallel s \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{-4}{-2} \Rightarrow -2a = -12; \boxed{a = 6}$$

b) Hallar a y b para que sean coincidentes.

$$r = s \Leftrightarrow \boxed{a = 3} \text{ y } \boxed{b = -4} \text{ obviamente } r \parallel s: \boxed{4}$$

NOTA del indicador 4.2 (0 a 10)

$\boxed{6+4}$

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Indicador 4.3: Ángulo de dos rectas.

Hallar el ángulo (aproximando a los minutos) que forman $r: 3x - 4y + 1 = 0$ y $s: y + 2 = \frac{4}{3}(x - 1)$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u}_r = (4, 3) \\ m_s = \frac{4}{3} \Rightarrow \vec{u}_s = (3, 4) \end{array} \right\} \cos \alpha = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r\| \cdot \|\vec{u}_s\|} = \frac{|(4, 3) \cdot (3, 4)|}{\sqrt{16+9} \cdot \sqrt{9+16}} = \frac{|12+12|}{5 \cdot 5} = \frac{24}{25} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos \frac{24}{25} \approx \boxed{16^\circ 16'}$$

se baja 0,5 por no indicarlo
se baja 0,5 por redondeo incorrecto

OTRA FORMA:

$$\left. \begin{array}{l} m_r = \frac{3}{4} \\ m_s = \frac{4}{3} \end{array} \right\} \tan \alpha = \frac{m_s - m_r}{1 + m_s \cdot m_r} = \frac{\frac{4}{3} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{12}}{2} = \frac{7}{24} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{7}{24} \approx 16^\circ 16'$$

NOTA del indicador 4.3 (0 a 10)

$\boxed{10}$

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Indicador 4.4: Distancia punto-recta.

Hallar k para que la recta $4x + 3y + k = 0$ diste 2 unidades del punto $(2, -1)$

$$d(P, r) = \frac{|18 - 3 + k|}{\sqrt{16 + 9}} = 2; \quad \frac{|5 + k|}{5} = 2; \quad |k + 5| = 10$$

$$\begin{cases} k + 5 = 10; \boxed{k_1 = 5} \\ k + 5 = -10; \boxed{k_2 = -15} \end{cases}$$

NOTA del indicador 4.4 (0 a 10)

$\boxed{10}$

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo plantear la fórmula de la distancia)

Indicador 5.1: Operaciones con complejos en forma binómica.

Operar en binómica y simplificar:

$$\frac{3+2i}{i^{-15}} \cdot \frac{11+2i}{3+4i} = \frac{3+2i}{i} \cdot \frac{11-2i}{3+4i} = \frac{(3+2i) \cdot i}{i^2} \cdot \frac{(11-2i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3i-2}{-1} \cdot \frac{33-44i-6i-8}{9+16} =$$

$$= 2-3i - \frac{25-50i}{25} = 2-3i - (1-2i) = \boxed{1-i}$$

15 / 3 = 5
3 / 3 = 1
↓
i⁻¹⁵

$$i^{-15} = i^{-3} = \frac{1}{i^3} = \frac{i}{i^4} = i$$

NOTA del indicador 5.1 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo (Todo es mínimo)?

Indicador 5.2: Representación gráfica de \mathbb{C} . Forma polar.

Indicador 5.3: Operaciones en forma polar.

Operar en polar y dar el resultado en polar y binómica:

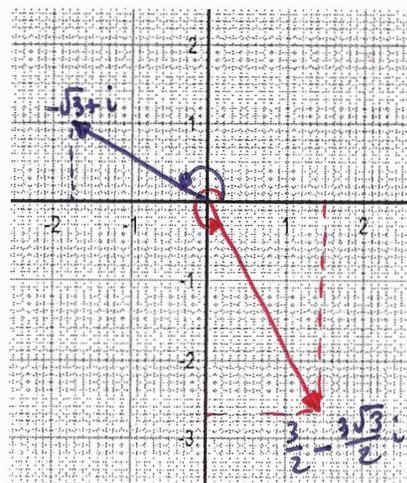
$$\left[\frac{(-\sqrt{3} + i) \left(\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right)}{-6} \right]^3 = \left[\frac{2_{150^\circ} \cdot 3_{300^\circ}}{6_{180^\circ}} \right]^3 = \left(1_{270^\circ} \right)^3 = 1_{810^\circ} = 1_{90^\circ} = \boxed{i}$$

Se pone un 5 si el procedimiento es correcto pero las operaciones no

$$-\sqrt{3} + i \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \alpha = \arctg \frac{1}{-\sqrt{3}} = \arctg \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 150^\circ \\ 330^\circ \text{ descartado} \end{array} \right\} -\sqrt{3} + i = 2_{150^\circ}$$

se baja 0,5 por lenguaje matemático incorrecto

$$\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{27}{4}} = 3 \\ \alpha = \arctg \frac{-3\sqrt{3}}{\frac{3}{2}} = \arctg(-\sqrt{3}) \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 120^\circ \text{ descartado} \\ 300^\circ \end{array} \right\} \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i = 3_{300^\circ}$$



$$-6 = 6_{180^\circ}$$

NOTA del indicador 5.2 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo (Representar los complejos, y pasar de binómica a polar, y viceversa)?

NOTA del indicador 5.3 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo (Operar en polar)?