EXAMEN DERIVADAS

1. Estudia la derivabilidad de la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2 & si\ \ x\leq 2 \\ 2x-2 & si\ \ x>2 \end{cases}$$

3. **)**En qué punto del intervalo (0,ð) la recta tangente a y = tg(x) tiene pendiente 2?.

4. Ecuación de la recta tangente a $x^2+y-3x=3$ en x = 1.

6. Deriva $y=\ln^2\left(\sqrt{\frac{sen\,x}{x^2+1}}\right)$

7. Deriva $y=e^{tgx}\cdot\sqrt[3]{\frac{x^2}{sen^2 x}}$

Soluciones:

1. Derivable en ú\{2}
3. x = ð/4
4. y = x + 4
6. $y'=2\ \ln\left(\sqrt{\frac{sen\,x}{x^2+1}}\right)\frac{1}{\sqrt{\frac{sen\,x}{x^2+1}}}\ \frac{1}{2\sqrt{\frac{sen\,x}{x^2+1}}}\ \frac{cosx(x^2+1)\ -\ senx\,.\,2x}{(x^2+1)^2}$
7. $y'=e^{tgx}\ \frac{1}{\cos^2 x}\ \sqrt[3]{\frac{x^2}{sen^2 x}}\ +e^{tgx}\ \frac{1}{3\sqrt[3]{\left(\frac{x^2}{sen^2 x}\right)^2}}\ \frac{2x\,sen^2 x - x^2\,.\,2\,.\,senx\,.\,cosx}{sen^4 x}$

EXAMEN DERIVADAS

1. Estudia la derivabilidad de la función: f(x) = $|x^2-x-6|$

2. Ecuación de la recta tangente y la recta normal a y = ln(x+1) en x=0.

3. Deriva según la definición la función $y=2x^2+3$

4. En qué puntos de la gráfica $y=x^3-x^2$, la recta tangente forma un ángulo de 45**1** con el eje OX.

5. Deriva $y = sen\left(\ln \sqrt[3]{x^2 - e^{2x}} \right)$

6. Estudia y representa $y = \dfrac{x^2}{x^2-4}$

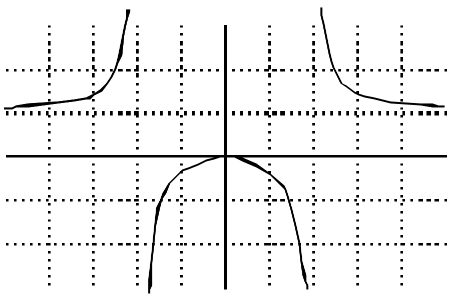
7. De todos los rectángulos que se pueden inscribir en una circunferencia de 2 cm de diámetro. **)**Cuál es del de área máxima?.

Soluciones:

1. Derivable en ú\{-2,3}
2. y=x; y=-x
3. y' =4x
4. x=1, x=-1/3
5. $y' = \cos\left(\ln \sqrt[3]{x^2 - e^{2x}} \right) . \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-e^{2x}}} \; \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x^2-e^{2x})^2}} . \left(2x - e^{2x} . 2 \right)$.

7. $x=y=\sqrt{2}$

6.



EXAMEN DERIVADAS

1. a) Derivada de una función en un punto

b) Deduce la derivada de $y=\sqrt{3+x^2}$ en $x=1$

2. Halla la ecuación de la tangente y la normal a la función $y=x.e^x$ en $x=0$

3. Sea $f\ (x)=\begin{cases} x^2 & si\ \ x\leq 0 \\ x^2+2x & si\ \ x>0 \end{cases}$ Estudia su derivabilidad

4. Deriva las funciones:

a) $y=\ln^3\left(\sqrt{3+sen(\,x^2\,)}\right)$

b) $y=\cos^2(3x)\ +\ \sqrt{1+x}\ -\ arctg(2\,x^2\,)$

c) $y=x^{senx}$

Soluciones:

1. b) **2**

2. $y=x$

3. Derivable en ú\{0}

4. a) $y'=3\ \ln^2\left(\ \sqrt{3+senx^2}\ \right)\dfrac{1}{\sqrt{3+senx^2}}\ \dfrac{\cos x^2\,.\,2x}{2\ \sqrt{3+senx^2}}$

b) $y'=2\cos 3x\,(-sen3x)\,.\,3+\dfrac{1}{2\ \sqrt{1+x}}\ -\ \dfrac{4\,x}{1+(2\,x^2\,)^2}$

c) $y'=\left(\ cosx\ \ lnx\ +\dfrac{sen\ x}{x}\ \right)x^{senx}$

EXAMEN DERIVADAS

1. a) Ecuación de la recta tangente a $y = \ln x$ en $x = 1$.
b) Ecuación de la recta tangente a $y = e^{2x}$ en $x = 2$.

2. Estudia la derivabilidad de $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

3. **)**En que punto la recta tangente a $f(x) = x^2 - 3x + 1$ forma con el eje OX un ángulo de: a) 45**1**; b) 60**1**?

4. Estudia y representa las funciones: a) $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-2)^2}$; b) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-4}$

6. Encuentra las dimensiones del cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio 4.

<u>Soluciones:</u>
1. a) $y = x$; b) $y = 2e^4 x - 3e^4$
2. Derivable en ú\{1,2}
3. a) $x = 2$; b) $x = \dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$
6. $h = 8/\sqrt{3}$; $r = \sqrt{32/3}$

EXAMEN DERIVADAS

1. Determina las asíntotas de la curva $y = \dfrac{2x^3}{x^2 + x}$

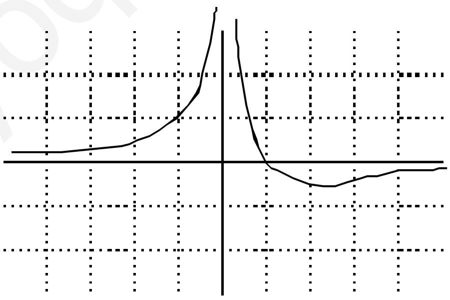
2. Dada la función $y = x.e^x$. Determina: a) concavidad y convexidad; b) Tangente a la curva en $x = 1$.

3. Representa la función: $y = \dfrac{1 - x}{x^2}$

4. Una cuerda de 100 m se divide en dos partes. Con una se hace un cuadrado y con otra una circunferencia. Hallar la forma de dividirla para que la superficie sea máxima.

<u>Soluciones:</u>

1. $x = 0$, $x = -1$; $y = 2x-2$
2. a) $(-4,-2)$ cóncava, $(-2, +4)$ convexa; b) $y = 2ex-e$
4. $x = \dfrac{400}{4 + p}$
3.



EXAMEN Derivadas/funciones

1. Estudia la derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x & si\ \ x \le 1 \\ x^2+x & si\ \ x>1 \end{cases}$$

2. Ecuación de la recta tangente a y = ln(3x) en el punto x = 1/3

3. Encuentra las dimensiones del cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio 2 cm.

4. Estudia y representa la función: $f(x)=\dfrac{3-x}{x^2-1}$

5. Deriva las funciones:

a) $y=\cos\left(\ln\left(sen\sqrt{x}\right)\right)$ b) $y=x^{senx}$ c) $y=\dfrac{\ln\sqrt{x^2-1}}{sen(3^x)}$

Soluciones:

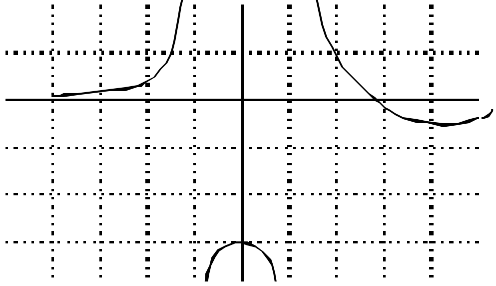
1. Continua en ú, derivable en ú\{1}
2. y = 3x-1
3. h = 4/$\sqrt{3}$; r = $\sqrt{8/3}$

5. a) $y'=-sen\left(\ln\left(sen\sqrt{x}\right)\right)\dfrac{\cos\sqrt{x}}{sen\sqrt{x}}\,\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

b) $y'=\left(\cos x\,\ln x+\dfrac{senx}{x}\right)x^{senx}$;

c) $y'=\dfrac{\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}\,\dfrac{sen(3^x)}{\sqrt{x^2-1}}-\ln\left(\sqrt{x^2-1}\right)\cos(3^x)\,.\,3^x\,\ln 3}{sen^2(3^x)}$

4.



EXAMEN DERIVADAS

1. Halla m, para que la tangente en el punto de inflexión de la curva $y=x^3-6x^2+mx-2$ sea paralela a la recta $y=-6x+2$

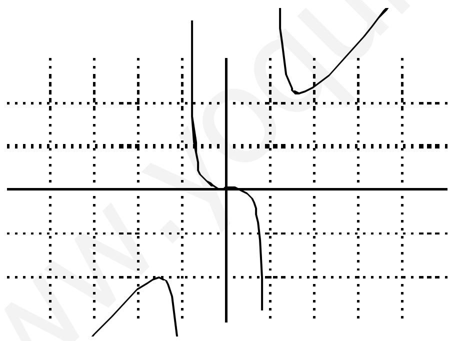
2. Dominio, máximos y mínimos e intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)=x^2.\ln x$

3. Representa gráficamente la función: $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ a) dominio; b) Asíntotas; c) Máximos y mínimos relativos.

4. Entre todos los triángulos rectángulos de 5 m de hipotenusa halla el de mayor área.

<u>Soluciones:</u>

1. m = 6
2. dominio (0, + 4); mínimo (1,0), máximo $(e^{-2},4e^{-2})$; Crece $(0,e^{-2})$c(1,4); Decrece $(e^{-2},1)$
3. a) ú\{-1,1}; b) x = "1, y = x; c) max $x=-\sqrt{3}$, mín $x=+\sqrt{3}$



4. $5/\sqrt{2}$, $5/\sqrt{2}$, 5

EXAMEN DERIVADAS

1. Estudiar la derivabilidad de:

$$f(x)= \begin{cases} x^2-1 & si\ \ x \le 2 \\ 4x-5 & si\ \ x > 2 \end{cases}$$

2. a))En qué punto del intervalo (0,2ð), la recta tangente a la función $y=\cos(x)$ tiene de pendiente 1/2?. b))Dónde es la recta tangente paralela al eje OX?.

3. Ecuación de la recta tangente a $x^2+\text{sen}(2x)=y$, en $x=0$.

4. Deriva $y = sen^3\left(\sqrt{\ln(x+1)}\right)$

5. Deriva $y = \cos\left(sen\left(10^{x^2-1}\right)\right)$

Soluciones:
1. Continua y derivable en ú
2. a) 7ð/6, 11ð/6; b) ð
3. $y=2x$
4. $y' = 3\,sen^2\left(\sqrt{\ln(x+1)}\right)\cos\left(\sqrt{\ln(x+1)}\right)\dfrac{1}{2\sqrt{\ln(x+1)}}\,\dfrac{1}{x+1}$
5. $y' = -sen\left(sen\left(10^{x^2-1}\right)\right).\cos\left(10^{x^2-1}\right).\,10^{x^2-1}\,.\,2x\,.\,\ln 10$

EXAMEN DERIVADAS

1. Calcula la derivada de $y = (\,senx\,)^{lnx}$

2. Dada la función y = e^x-x. Halla: a) Máximos y mínimos; b) Crecimiento y decrecimiento; c) gráfica de la función.

3. a) Deriva y simplifica la siguiente función: $y = \ln\left(\sqrt{e^x} + 1\right)$. b) Halla la ecuación de la tangente en el punto de abscisa x = 0.

4. Una cierta población crece de acuerdo con la ecuación $x = 1 + 0{,}2 \cdot e^{0{,}2t}$, donde t es el tiempo en meses y x es el número de individuos en miles. Calcula la velocidad de crecimiento de la población al cabo de 10 meses.

<u>Soluciones:</u>

1. $y' = \left(\dfrac{senx}{x\,.\,lnx} + cosx\,.\ln(lnx) \right)(senx)^{lnx}$

2. a) Min (0,1); b) decrece $(-\infty,0)$, crece $(0,+\infty)$

3. a) $y' = \dfrac{\sqrt{e^x}}{2\left(\sqrt{e^x}+1\right)}$; b) y = x/4 + ln2

4. $0{,}04.e^2$

EXAMEN FUNCIONES

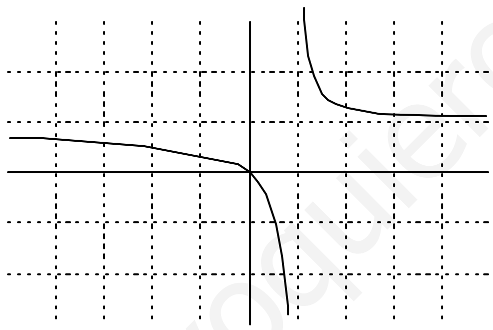
1. Halla el dominio de la función: $f\,(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x}{x-2}}$

2. Estudia y representa la función: $f\,(x)=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$

3. Hallar la función inversa de $f\,(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{x+2}}$. Comprueba el resultado.

<u>Soluciones:</u>

1. $[-1,0]\cup(2,+\infty)$
2. Dom: $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$; asíntotas: $x=1$, $x=-1$, $y=1$



3. $y=\dfrac{-2x^2-3}{x^2-1}$

EXAMEN FUNCIONES

1. Dadas las funciones $f(x)=x^2-x$ y $g(x)=2x+1$ calcula:
a) $f(x)+g(x)$ b) $f(x).g(x)$ c) $f(x)/g(x)$ d) $(f\circ g)(x)$ e) $g^{-1}(x)$

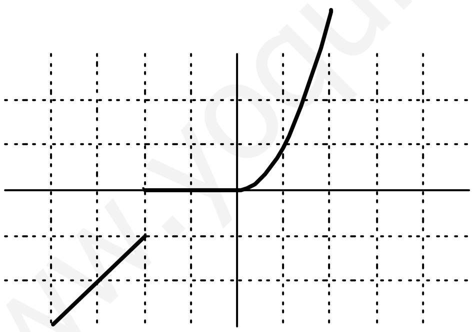
2. Dada la función $f(x)=x^2+2x-3$. Calcula el dominio de las siguientes funciones:
a) $f(x)$ b) $\dfrac{1}{f(x)}$ c) $\sqrt{f(x)}$

3. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x<-2 \\ 0 & \text{si } -2<x\leq 0 \\ x^2 & \text{si } x>0 \end{cases}$

a) Represéntala
b) Calcula su dominio.
c) Estudia la continuidad.

<u>Soluciones:</u>

1. a) x^2+x+1; b) $2x^3-x^2-x$; c) $\dfrac{x^2-x}{2x+1}$; d) $4x^2+2x$; e) $y=\dfrac{x-1}{2}$
2. a) $\mathbb{R}$; b) $\mathbb{R}\setminus\{-3,1\}$; c) $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$
3.



b) $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$; c) continua en $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

EXAMEN FUNCIONES

1. Dada la función $f(x)=\begin{cases} x+2 & si\ \ x<-2 \\ -x^2+4 & si\ \ -2\le x\le 0 \\ -\dfrac{1}{x} & si\ \ x>0 \end{cases}$

a) Calcula el dominio
b) Represéntala

2. Calcular el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x-2}}$

c) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+2x-3}$ d) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+2x-3}}$

3. a) Define dominio de una función
b) Explica razonadamente cuántas veces puede una función cortar al eje X y al eje Y.

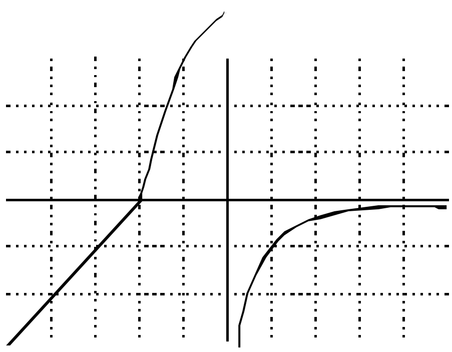
4. Halla los cortes con los ejes y las asíntotas (si los tienen) de las siguientes funciones:

a) $f(x)=3x$ b) $f(x)=\dfrac{2}{(x-3)^2}$ c) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

d) $f(x)=\dfrac{2}{x}+2$ e) $f(x)=\dfrac{-3x^2}{x+1}$

Soluciones:

1. a) Dom: $\mathbb{R}$

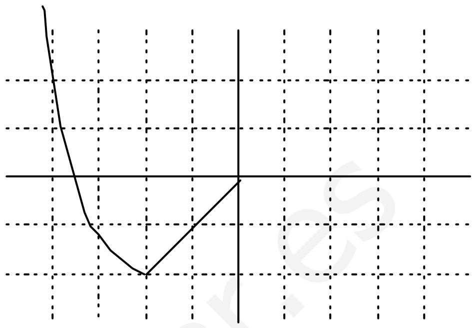


2. a) $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$; b) $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$; c) $\mathbb{R}\setminus\{-3,1\}$; d) $(-3,-2]\cup(1,+\infty)$

4. a) (0,0), No tiene asíntotas; b) (0,2/9); x = 3; c) (0,-1), (1,0), (-1,0), y = 1; d) (-1,0), x = 0, y = 2; e) (0,0), x = -1, y = -3x-3

EXAMEN FUNCIONES

1. a) Dadas $f(x)=\sqrt{x}+1$ y $g(x)=\dfrac{x+2}{x}$, halla (fBg)(x) y (gBf)(x)



b) Completa para que sea impar la gráfica:

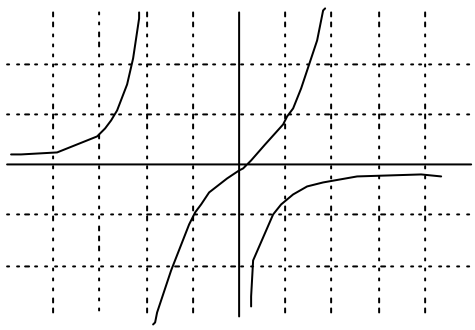
2. Dada la función polinómica $f(x)=x^3+2x^2-x-2$
a) Calcula las raíces y factoriza
b) Calcular el dominio de: b.1) f(x); b.2) 1/f(x); b.3) $\sqrt{f(x)}$

3. Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & si\ \ x \le 0 \\ 0 & si\ \ 0 < x < 3 \\ x-3 & si\ \ x > 3 \end{cases}$$

a) Representa f(x)
b) Calcula f(-2) ; f(-1) ; f(1) ; f(2)
c) Estudia la continuidad de f(x)

4. Estudia las características de la función:

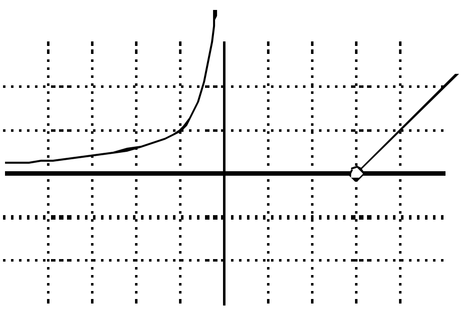


<u>Soluciones:</u>

1. a) $(f\circ g)(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x}}+1$; $(g\circ f)(x)=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$

2. a) x = "1, x = 2; (x + 1)(x-1)(x + 2); b) b.1) ú; b.2) ú\{-2,-1,1}; b.3) (-2,1)c(1, + 4)

3. a) b) f(-2) = 1/4; f(-1) = 1; f(1) = 0; f(2) = 0; c) Continua en ú\{0,3}



EXAMEN FUNCIONES

1. Dibuja una función que cumpla al mismo tiempo las siguientes condiciones:

C $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = +\infty$

C $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

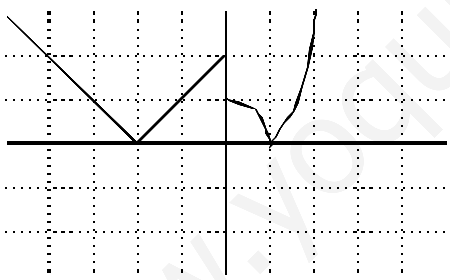
C su tendencia en x = 0 sea 1 y el valor de la función en x = 0 sea 3.

2. a)Representa |f(x)| siendo $f(x) = \begin{cases} x+2 & si \ \ x < 0 \\ x^2 - 1 & si \ \ x \geq 0 \end{cases}$

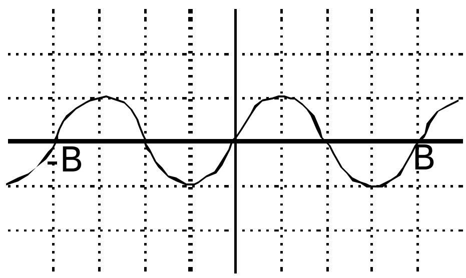
3. Traza la gráfica de la función f(x) = sen(2x) e indica su período.

<u>Soluciones:</u>

2.



3. período: ð



EXAMEN FUNCIONES

1. Define:
a) Dominio de una función.
b) Recorrido de una función.

2. Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{2x+1}{2+x}$ y $g(x) = x^2 - 1$, calcula la función f compuesta con g y la función inversa de f.

3. Halla el dominio de las funciones: a) $f(x) = \dfrac{x+3}{x^3 + x^2 - 2x}$, b) $g(x) = \sqrt{\dfrac{x}{x^2 - 4}}$

4. Dada la función $y = \log_2 x$, represéntala gráficamente . Analiza las propiedades que verifica.

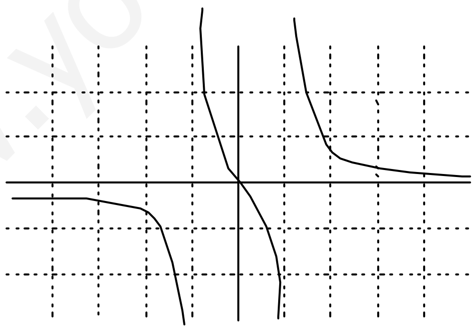
5. Estudia y representa la función $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

<u>Soluciones:</u>

2. a) $\left(\dfrac{2x+1}{2+x}\right)^2 - 1$; b) $y = \dfrac{1-2x}{x-2}$

3. a) $\mathbb{R}\setminus\{-2,0,1\}$; b) $(-2,0] \cup (2,+\infty)$

5.



EXAMEN FUNCIONES

1. Halla las funciones derivadas y calcula los valores de las mismas en los puntos que se indican:

a) $f\ (x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x+1}$ en x = 1; b) $g\ (x) = sen^2\ x$ en x = ð/2;

c) $h\ (x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ en x = 4; d) $i\ (x) = \ln\ x^2$ en x = 2

2. Estudiar los intervalos de crecimiento y extremos relativos en las siguientes funciones:

a) y = $2x^3 + 3x^2 - 12x$; b) $y = \sqrt{x+1}$

3. Representa las siguientes funciones. Traza la recta tangente en los puntos que se indica. Halla la ecuación de las mismas.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ en x = 1 b) g(x) = 1/x en x = -1

4. a) **)**En qué puntos la tangente a la gráfica de la función: $f(x) = 2x^2 + 3x$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante?

b) **)**Y dónde es paralela al eje de abscisas?

<u>Soluciones:</u>

1. a) $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{(x+1)^2}$ $f'(1) = \dfrac{1}{4}$; b) g'(x) = 2.senx.cosx, g'(ð/2) = 0;

c) $h'(x) = \dfrac{2x-3}{2\ \sqrt{x^2 - 3x}}$ $h'(4) = \dfrac{5}{4}$; d) $i'(x) = \dfrac{2}{x}$ $i'(2) = 1$

2. a) Crece (-4,-2)c(1,+4), decrece (-2,1), máx (-2,20), mín (1,-7); b) Crece (-1,+4)

3. a) y = 4x-4; b) y = -x-2

4. a) x = -1/2; b) x = -3/4

EXAMEN FUNCIONES

1. Define:
a) Función par.)A qué tipo de simetría da lugar?.
b) Función acotada inferiormente.
c) Función monótona decreciente.

2. a) Halla el dominio de $y = \dfrac{1}{x^2 - x - 6}$
b) Halla el recorrido de la función $y = \cos(2x)$
c) Halla la función inversa de $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+3}$

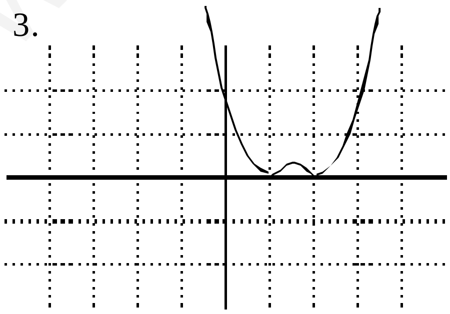
3. Representa la función $y = |x^2 - 3x + 2|$ tras representar primero la función $y = x^2 - 3x + 2$. Analiza sobre la gráfica sus extremos y su monotonía.

4. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ y estudia su continuidad indicando si es evitable o no.

5. Halla los siguientes límites:
a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

Soluciones:
2. a) ú\{-2,3}; b) [-1,1]; c) $y = \dfrac{1-3x}{2x-1}$
3. min (1,0) y (2,0), max (3/2,1/4); crece (1,3/2)c(2,+4), decrece (-4,1)c(3/2,2)
4. Continua en ú\{1}, No evitable
5. a) 0; b) -1/2

3.



4.