Problema 1 *(2 puntos)*

1. *Para el examen de matemáticas de final de curso, un profesor contabiliza 60 posibles preguntas para un examen con 6 de ellas. ¿Cuántos posibles exámenes puede hacer este profesor?.*
   Solución:

$$\binom{60}{6} = \frac{60!}{6! \cdot (60-6)!} = 50.063.860$$

2. *Como este profesor quiere que aprueben todos sus alumnos, decide comunicar a sus alumnos dos de las preguntas que pondrá. ¿Cuántos posibles exámenes podrá hacer ahora?.*
   Solución:

$$\binom{58}{4} = \frac{58!}{4! \cdot (58-4)!} = 424.270$$

Problema 2 *(2 puntos)*

1. *En una prueba de fondo participan 20 atletas. ¿De cuántas maneras podrán entrar en la meta, teniendo en cuenta que no pueden pasar por ella dos simultáneamente?.*
   Solución:

$$P_{20} = 20! = 2,432902008 \cdot 10^{18}$$

2. *Teniendo en cuenta que sólo suben al podio tres atletas según su llegada a la meta ¿de cuántas maneras posibles podrán subirse a ese podio?.*
   Solución:

$$V_{20,3} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6.840$$

donde:

$$m - n + 1 = 20 - 3 + 1 = 18$$

Problema 3 *(2 puntos)*

1. *¿Cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden formar con las letras MISSISSIPPI?.*
   Solución:

www.yoquieroaprobar.es

M	*se repite*	*1 vez*
I	*se repite*	*4 veces*
S	*se repite*	*4 veces*
P	*se repite*	*2 veces*

Por tanto:

$$RP_{11}{}^{1,4,4,2} = \frac{11!}{1! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 2!} = 34.650$$

2. *En sistema binario (0,1). ¿Cuántas cadenas de 8 dígitos se puden formar?.*
   Solución:
   $$RV_{2,8} = 2^8 = 256$$

Problema 4 *(1 punto) ¿De cuántas maneras posibles se pueden pintar las caras de un dado de 6 colores distintos?*
Solución:
Se elige un color cualquiera, y se pinta con él una cara cualquiera, que se pone abajo. Hay entonces 5 posibles colores para pintar la cara de arriba. Elegido uno, quedan 4 colores para las caras laterales. Las posibles distribuciones de estos 4 colores son permutaciones circulares, y hay $PC_4 = 3! = 6$ *alternativas. Por el principio de la multiplicación hay que multiplicar estas 6 posibilidades por las 5 opciones para la cara superior. Hay 30 maneras de pintar el dado.*

Problema 5 *(3 puntos)*

1. *Calcular el coeficiente de* x^6 *en el desarrollo de* $(x+2)^{10}$. **Solución:** *Por la fórmula del término general del binomio de Newton, tendríamos:*
   $$\binom{10}{i} x^{10-i} \cdot 2^i$$
   Es decir:
   $$10 - i = 6 \Rightarrow i = 4 \ \Rightarrow \binom{10}{4} x^6 \cdot 2^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} \cdot 2^4 \cdot x^6 = 3.360 \cdot x^6$$

2. *Desarrollar por la fórmula del binomio de Newton:* $(x-1)^6$. **Solución:**
   $$(x-1)^6 = \binom{6}{0} x^6 - \binom{6}{1} x^5 + \binom{6}{2} x^4 - \binom{6}{3} x^3 + \binom{6}{4} x^2 -$$
   $$\binom{6}{5} x^1 + \binom{6}{6} x^0 = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$$

www.yoquieroaprobar.es