Actividades

Nombre y apellidos: ____________________

Curso: __________ Grupo: __________

1º Bachillerato

Matemáticas Ciencias

TRABAJO DE VERANO

1.- Representa los siguientes conjuntos:

a) $\{x / -2 \leq x < 5\}$ b) $[-2, 5) \cup (5, 7]$

c) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ d) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

2.- Suma y simplifica:

a) $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$ b) $\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$ d) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$ e) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

3.- Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ b) $\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ c) $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ d) $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ e) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

f) $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$ g) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}-1} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ h) $\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

4.- Calcula y simplifica:

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \dfrac{3}{2}\sqrt{80}$ b) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \dfrac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$ d) $\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6} - 1\right)$

5.- Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ b) $\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ c) $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ d) $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ e) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

f) $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$ g) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}-1} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ h) $\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

6.- Comprueba que es un número entero:

$$\sqrt{6+\sqrt{27}} \cdot \sqrt{6-\sqrt{27}}$$

7.- Calcula:

a) $\log_2 1\,024$ b) $\log 0{,}001$ c) $\log_2 \dfrac{1}{64}$ d) $\log_{\sqrt{3}} 3$

e) $\log_3 \sqrt{3}$ f) $\log_2 \sqrt{8}$ g) $\log_{1/2} \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ h) $\log_\pi 1$

8.- Sabiendo que $\ln k = 0{,}45$, calcula el valor de:

a) $\ln \dfrac{k}{e}$ b) $\ln \sqrt[5]{k}$ c) $\ln \dfrac{e^2}{k}$

9.- Calcula x para que se cumpla:

a) $x^{2,7} = 19$ b) $\log_7 3x = 0{,}5$ c) $3^{2+x} = 172$

10.- Comprueba que

$$\frac{\log(1/a) + \log\sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6} \text{ (siendo } a \neq 1\text{).}$$

11.- Resuelve:

a) $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$ b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$ c) $2 + \sqrt{x} = x$

d) $2 - \sqrt{x} = x$ e) $\sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8+2x}$

Resuelve:

a) $3^{x} + 3^{x+2} = 30$ b) $5^{x+1} + 5^{x} + 5^{x-1} = \dfrac{31}{5}$

c) $2\log x - \log(x+6) = 3\log 2$ d) $4\log_2(x^2+1) = \log_2 625$

Resuelve:

a) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 27 \\ \log x - 1 = \log y \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log(x^2+y) - \log(x-2y) = 1 \\ 5^{x+1} = 25^{y+1} \end{cases}$

14.- Resuelve:

a) $3^{x} + 3^{x+2} = 30$ b) $5^{x+1} + 5^{x} + 5^{x-1} = \dfrac{31}{5}$

c) $2\log x - \log(x+6) = 3\log 2$ d) $4\log_2(x^2+1) = \log_2 625$

Resuelve:

a) $\begin{cases} 5x - 4y + 3z = 9 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 5y + 4z = -1 \\ 4x - 5y + 4z = 3 \\ 5x - 3z = 13 \end{cases}$

16.- Resuelve por el método de Gauss:

a) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$

Resuelve:

a) $\begin{cases} 3x + 2 \le 10 \\ x - 5 > 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 5 \ge 6 \\ 3x + 1 \le 15 \end{cases}$

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 - 3x - 4 < 0$ b) $x^2 - 3x - 4 \ge 0$

c) $x^2 + 7 < 0$ d) $x^2 - 4 \le 0$

19. Resolver los sistemas de inecuaciones siguientes, dibujando la solución.

$$\left.\begin{array}{r} y \le x + 3 \\ 2y \le -x + 10 \\ -y \ge -2 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} 2x + y \le 8 \\ 1 \le y \le 3 \\ 2 \le x \end{array}\right\}$$

20.- Inecuaciones racionales:

a) $\dfrac{x^2+2}{x+3} > x$ b) $\dfrac{x^2-4}{x+6} \ge 0$ c) $\dfrac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$

d) $x + \dfrac{1}{2} > \dfrac{1}{x} + 2$ e) $\dfrac{2x-1}{x+5} > 2$ f) $\dfrac{4}{x^2} \le 1$

21.- Representa gráficamente los siguientes números complejos y di cuáles son reales, cuáles imaginarios y, de estos, cuáles son imaginarios puros:

$5 - 3i$; $\dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{4}i$; $-5i$; 7; $\sqrt{3}\,i$; 0; $-1 - i$; -7; $4i$

22.- Efectúa estas operaciones y da el resultado en forma polar y en forma binómica:

a) $1_{150°} \cdot 5_{30°}$ b) $6_{45°} : 3_{15°}$ c) $2_{10°} \cdot 1_{40°} \cdot 3_{70°}$

d) $5_{(2\pi/3)\,rad} : 1_{60°}$ e) $(1 - \sqrt{3}\,i)^5$ f) $(3 + 2i) + (-3 + 2i)$

23.- Calcula:

a) $\sqrt[3]{-i}$ b) $\sqrt[4]{-8+8\sqrt{3}\,i}$ c) $\sqrt{-25}$ d) $\sqrt[3]{\dfrac{-2+2i}{1+\sqrt{3}i}}$

24.- Calcula a y b de modo que se verifique $(a + bi)^2 = 3 + 4i$.

25.-Calcula el valor de a y b para que se verifique

$$a - 3i = \frac{2+bi}{5-3i}.$$

26.- Halla el valor de b para que el producto $(3 - 6i)(4 + bi)$ sea:

a) Un número imaginario puro.
b) Un número real.

27.- Resuelve estas ecuaciones y expresa las soluciones en forma binómica:

a) $z^3 + 8i = 0$ b) $iz^4 + 4 = 0$

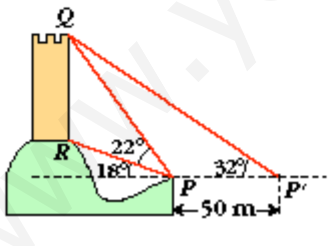
28.- Si $tg\ \alpha = 2/3$ y $0 < \alpha < 90º$, halla:

a) $sen\ \alpha$ b) $cos\ \alpha$
c) $tg\,(90° - \alpha)$ d) $sen\,(180° - \alpha)$
e) $cos\,(180° + \alpha)$ f) $tg\,(360° - \alpha)$

29.- En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?

30.- Dos barcos parten de un puerto con rumbos distintos que forman un ángulo de 127°. El primero sale a las 10 h de la mañana con una velocidad de 17 nudos, y el segundo sale a las 11 h 30 min, con una velocidad de 26 nudos. Si el alcance de sus equipos de radio es de 150 km, ¿podrán ponerse en contacto a las 3 de la tarde? (Nudo = milla / hora; milla = 1 850 m)

31.- Calcula la altura de $\overline{QR}$, cuyo pie es inaccesible y más alto que el punto donde se encuentra el observador, con los datos de la figura.



32.- Demuestra que:

$$\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = \cos\alpha$$

33.- Resuelve la ecuación $2 + \cos^2 x = -2senx$.

34.- Resuelve $sen^2 x = 1 - \cos^2 \dfrac{x}{2}$

35.- Dados los vectores $\vec{u}(15,-2)$, $\vec{v}(-3,1)$ y $\vec{w}(6,7)$ expresa $\vec{w}$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

36.- Comprueba que los vectores $\vec{a}(-7,5)$ y $\vec{b}(5,7)$ son ortogonales y tienen el mismo módulo.

37.- Halla el ángulo que forman los vectores $\vec{x}(-\frac{1}{2},2)$ e $\vec{y}(1,\frac{3}{2})$.

38.- Calcula la proyección de $\vec{v}(5,3)$ sobre $\vec{u}(3,-2)$.

39.- ¿Cuál ha de ser el valor de n para que el vector $\vec{u}(3,n)$ forme un ángulo de 45° con el vector $\vec{v}(1,-1)$?

40.- Escribe las ecuaciones de la recta que pasa por:

a) $P(6,-2)$ **y** $Q(0,5)$ **b)** $M(3,2)$ **y** $N(3,6)$ **c)** $A(0,0)$ **y** $Q(8,0)$

41.- Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) Su vector de posición es $\vec{a}(-3,1)$ **y su vector de dirección** $\vec{v}(2,0)$.

b) Pasa por $A(5,-2)$ **y es paralela a:** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$

c) Pasa por $A(1,3)$ **y es perpendicular a la recta de ecuación** $2x - 3y + 6 = 0$.

d) Es perpendicular al segmento PQ **en su punto medio, siendo** $P(0,4)$ **y** $Q(-6,0)$, **en su punto medio.**

42.- Halla el punto simétrico de $P(1, -2)$ respecto del punto $H(3, 0)$.

43.- Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo $ABCD$, sabiendo que $A(1, 2)$, $B(5, -1)$ y $C(6, 3)$.

44.- Da las coordenadas del punto P que divide al segmento de extremos $A(3, 4)$ y $B(0, -2)$ en dos partes tales que:

$\vec{BP} = 2\vec{PA}$.

45.- En el triángulo de vértices $A(-2, 3)$, $B(5, 1)$, $C(3, -4)$, halla las ecuaciones de:

a) La altura que parte de B.

b) La mediana que parte de B.

c) La mediatriz del lado CA.

46.- Calcula el límite:

a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-5x+6}{x^3-6x^2+9x}$ b) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3-2x^2+2x+5}{x^2-6x-7}$

c) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+1}{\sqrt{3-x}-2}$ d) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x^3+5}{x+2} - \frac{4x^3-x}{x-2}\right)$

47.- Averigua si estas funciones son continuas en x = 2.

a) $f(x)=\begin{cases}3x-2 & \text{si } x<2\\ 6-x & \text{si } x\geq 2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{si } x\leq 2\\ 2x+1 & \text{si } x>2\end{cases}$

48.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^2 - 5x + 6$ en el punto de abscisa $x = 2$.

49.- Escribe la ecuación de la tangente a $y = x^2 + 4x + 1$, cuya pendiente sea igual a 2.

50.- Escribe las ecuaciones de las tangentes a la curva $y = x^3 - 3x$ que sean paralelas a la recta

$6x - y + 10 = 0$.

51.- Halla la función derivada de estas funciones

1) $y = 2x^3 + 3x^2 - 6;$ 2) $y = \cos(2x + \pi);$ 3) $y = \frac{x}{3} + \sqrt{2};$ 4) $y = \frac{1}{7x+1};$

5) $y = sen\,\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2};$ 6) $y = \frac{2}{(x+3)^3};$ 7) $y = \frac{x^3}{2} + \frac{3}{2}x^2 - \frac{x}{2};$ 8) $y = \frac{1}{\sqrt{x-4}};$

9) $y = x\,sen(\pi - x);$ 10) $y = (5x-2)^3;$ 11) $y = \frac{x+5}{x-5};$ 12) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

13) $y = (x^2 - 3)^3$ 14) $y = \frac{x^3 - x^2}{x^2}$ 15) $y = \sqrt{x^2+1}$ 16) $y = \sqrt[3]{(x+6)^2}$

17) $y = sen\sqrt{x}$ 18) $y = \frac{-3}{\sqrt{1-x^2}}$ 19) $y = 7^{x+1}\cdot e^{-x}$ 20) $y = \frac{1}{3x} + \frac{x}{3}$

21) $y = \ln 3x + e^{\sqrt{x}}$ 22) $y = \left(\frac{x}{1+x^2}\right)^2$ 23) $y = e^{2x}\cdot tg\,x$ 24) $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

25) $y = \cos^2 x + e^{sen\,x}$ 26) $y = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-4}}$ 27) $y = \left(\frac{x}{2}\right)^3\cdot e^{1-x}$ 28) $y = sen\frac{3\pi}{2}$

29) $y = \log\frac{x^2}{3-x}$ 30) $y = tg^3\,x^2$ 31) $y = \sqrt{\ln x}$ 32) $y = arc\,sen\frac{x^2}{3}$

33) $y = arc\,tg(x^2+1)$ 34) $y = arc\cos\frac{1}{x}$ 35) $y = arc\,tg\frac{\sqrt{x}}{2}$ 36) $y = \sqrt{arc\,tg\,x}$

37) $y = arc\cos e^{-x}$ 38) $y = \sqrt{x+\sqrt{x}}$ 39) $y = arc\,tg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

52. Representa las siguientes funciones estudiando, dominio, simetrías, cortes con los ejes, asíntotas, máximos, mínimos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad:

a) $y = x^3 - 3x^2$ d) $y = x^4 - 8x^2 + 2$ g) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$ j) $y = \frac{x^2-5}{2x-4}$

b) $y = x^4 + 4x^3$ e) $y = \frac{x}{1-x^2}$ h) $y = \frac{x^2}{(x-2)^2}$

c) $y = -x^4 + x^2$ f) $y = \frac{(x-1)^2}{x+2}$ i) $y = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

53. Determinar el dominio de las siguientes funciones empleando intervalos cuando sea posible:

a) $f = \left\{(x,y) \in \Re^2 / y = \dfrac{1}{x}\right\}$

b) $f(x) = \dfrac{2.x-1}{x+3}$

c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

d) $f(x) = \sqrt{x-x^2}$

e) $f(x) = \dfrac{4.x-1}{x^2-1}$

f) $f(x) = \sqrt{1-x}$

g) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}}$

h) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$,

i) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2+1}$

j) $f(x) = \sqrt{2x+3}$,

k) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}$

l) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x-4}}$

m) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2-16}$

n) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$

o) $y = \sqrt{2x+3}$

p) $y = \dfrac{-x}{x-4}$

q) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}$

r) $y = \sqrt{\dfrac{x+2}{x-4}}$

54 **.**Halla el dominio de la función $f(x) = \dfrac{x^3-1}{x^3+2x^2-3x} + \sqrt{x^2-9}$

55**.** Averiguar cuáles de las siguientes funciones son pares o impares:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = \dfrac{x^3}{x^2+1}$.

c) $h(x) = x^3 - 2x^2$

56**.** Siendo $f(x) = \dfrac{1+2x}{2-5x}$, $g(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$, hallar:

a) $g \circ f$

b) $f \circ g$

57 Representar gráficamente las siguientes funciones cuadráticas:

a) $y = x^2 - 2x + 5$

b)$f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

58 Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x & si\ x < 1 \\ 1 & si\ 1 \le x \le 2 \\ 2.x - 3 & si\ 2 < x < 3 \\ 3 & si\ x \ge 3 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} |x| & si\ x < -1 \\ x^2 & si\ -1 \le x \le 1 \\ |x| & si\ x > 1 \end{cases}$

59**.** Dadas las funciones *f(x) = x + 3, g(x) =* x^2, se pide:

a) Calcular g[f(0)]; g[f(-2)]

b) Determinar [g o f](x) = g[f(x)]

60**.** Dadas las funciones:

$f(x) = \dfrac{x+1}{x}$ y $g(x) = 2x+1$

Calcular:

[g o f](x) = f[g(x)] *y [g o f](x) = g[f(x)]*