I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	PARCIAL 2ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS I	1º Bach. A+B CURSO 2012-2013	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Alumno/a: SOLUCIONES ☐ Grupo aula MAT 4 ☐ Grupo aula 2º Bach. C

Se puede utilizar calculadora. No usar bolígrafo rojo. Nota ortografía, caligrafía y sintaxis (0 a 4) ☐

Todos los indicadores tienen el mismo peso en la nota final del examen. Nota lenguaje matemático (0 a 4) ☐

Nota limpieza y orden (0 a 4) ☐

Indicador 3.3: Producto escalar.

Considerar los vectores $\vec{u}=\left(b,-\sqrt{3}\right)$ y $\vec{v}=\left(-\frac{1}{2},a\right)$

a) Hallar **a** y **b**: para que ambos vectores sean $\perp$, $\vec{v}$ sea unitario y ambos estén en el semiplano inferior.

$$\|\vec{v}\|=1 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}+a^2}=1 \;;\; \frac{1}{4}+a^2=1$$

$$a^2=\frac{3}{4} \rightarrow \begin{cases} a=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \boxed{a=-\frac{\sqrt{3}}{2}} \end{cases}$$

1/ descartado pq. entonces $\vec{v}$ estaría en el semiplano superior

1/

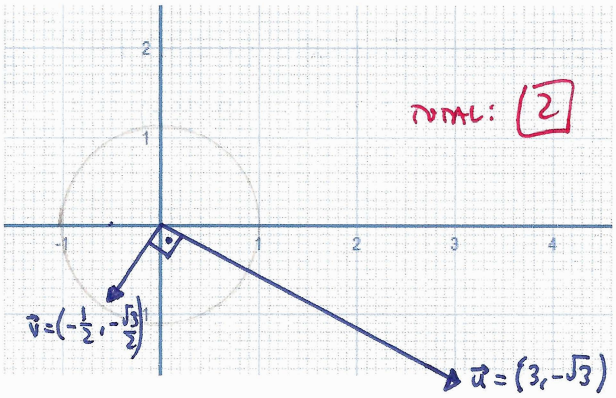
TOTAL: 6

1/

$$\vec{u}\perp\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow (b,-\sqrt{3})\cdot\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{b}{2}+\frac{3}{2}=0 \;;\; \frac{b}{\cancel{2}}=\frac{3}{\cancel{2}} \;;\; \boxed{b=3}$$

3/

b) Comprobar gráficamente el resultado.



TOTAL: 2

c) Si b=0, ¿podrían ser // para algún valor de a?

$$b=0 \rightarrow \left.\begin{aligned} \vec{u}&=(0,-\sqrt{3}) \\ \vec{v}&=\left(-\frac{1}{2},a\right) \end{aligned}\right\} \quad \vec{u}\,/\!/\,\vec{v} \Leftrightarrow \frac{0}{-1/2}=\frac{-\sqrt{3}}{a}$$

$$\Downarrow$$

$$0=\frac{\sqrt{3}}{2} \;!!$$

$$\Downarrow$$

TOTAL: 2 $\boxed{\text{si } b=0 \text{, no pueden ser paralelos}}$

NOTA del indicador 3.3 (0 a 10) 6+2+2

¿Alcanza el mínimo (apdos. a y b)? ☐

Indicador 4.1: Ecuaciones de la recta.
Indicador 4.4: Distancia punto-recta.

a) Hallar la ecuación de la recta **r** de la figura en todas las formas conocidas.

Se ve que la recta r pasa por $A(1,1)$ y $B(5,4)$:

$\vec{u}_r = \vec{AB} = B-A = (5,4)-(1,1) = (4,3) \rightarrow m = 3/4$
$A(1,1)$

$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 1+4\lambda \\ y = 1+3\lambda \end{cases}}$ PARAMÉTRICAS 1/

$\Rightarrow \boxed{\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{3}}$ CONTINUA 1/

$\Rightarrow 3x-3 = 4y-4$

$\boxed{3x-4y+1=0}$ GRAL. o IMPLÍCITA 1/

$\Downarrow$

$\boxed{y-1 = \frac{3}{4}(x-1)}$ PTO.-PDTE. 1/

$\Downarrow$

$3x+1 = 4y$

$\boxed{y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}}$ EXPLÍCITA 1/

TOTAL: 5

b) Hallar la ecuación general o implícita de la recta **r'** sabiendo que dista 2 unidades de **r**.

INDICADOR 4.4

$r' \parallel r \Rightarrow r': 3x-4y+K=0$
Un punto de r es p.ej. $A(1,1)$

$d(r,r') = d(A,r') = \frac{|3-4+K|}{\sqrt{9+16}} = 2$; 2/

TOTAL: 10

$\frac{|-1+K|}{5} = 2$; 1/ $|K-1| = 10$

$\nearrow K-1=10$; $K=11 \rightarrow r': \boxed{3x-4y+11=0}$ ← para K=11 esta sí corta al eje y en un valor positivo, según el dibujo. 3/

$\searrow K-1=-10$; $K=-9 \rightarrow r': 3x-4y-9=0$ ← descartada pq. para x=0 corta al eje y en un valor negativo, en contra del dibujo 3/

1/

c) Hallar la ecuación de la recta $\perp$ a **r** que pasa por el origen, en forma explícita.

$\vec{u}_r = (4,3) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = (-3,4)$ 1/
$O(0,0)$

$\frac{x}{-3} = \frac{y}{4}$ 1/ ; $-3y = 4x$ 1/ ; $\boxed{y = -\frac{4}{3}x}$ 2/ EXPLÍCITA

TOTAL: 5

NOTA del indicador 4.1 (0 a 10) 5+5

¿Alcanza el mínimo (apdo. a)?

NOTA del indicador 4.4 (0 a 10) 10

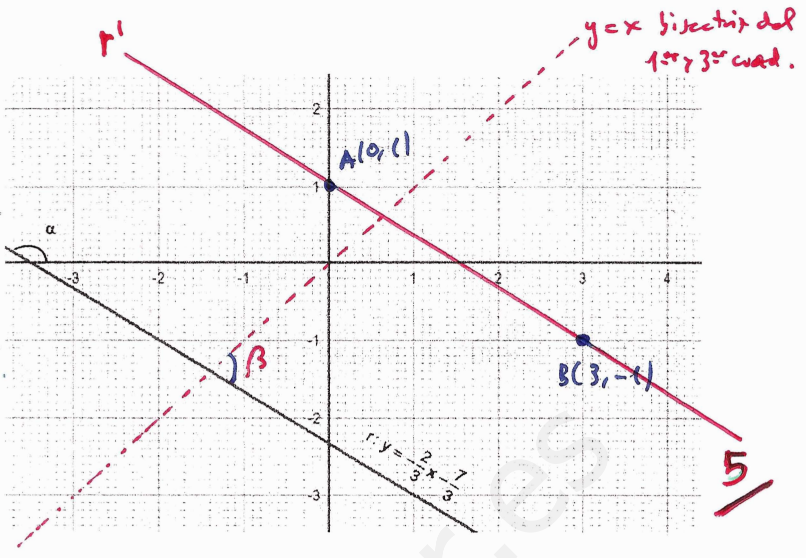
¿Alcanza el mínimo (Es mínimo aplicar la fórmula de la d(P,r) en el apdo. b)?

Indicador 4.2: Posición relativa.

Indicador 4.3: Ángulo de dos rectas.

INDICADOR 4.2.

a) Hallar **m** para que la recta **r** de la figura sea // a **r'**: −4x+my+6=0



$$r: y=-\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$3y=-2x-7$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} r: 2x+3y+7=0 \\ r': -4x+my+6=0 \end{array}\right\} \quad r \parallel r' \Leftrightarrow \frac{2}{-4}=\frac{3}{m}$$

$$2m=-12$$

5 $\boxed{m=-6}$ (NOTA: También se puede hacer igualando ambas pendientes)

Necesitamos dos puntos para dibujarla:

b) Dibujar r': $-4x-6y+6=0$; $-4x+6=6y$; $y=-\frac{2}{3}x+1$ $\begin{cases} x=0 \to y=1 \to A(0,1) \\ x=3 \to y=-1 \to B(3,-1)\end{cases}$

INDICADOR 4.3

c) Deducir α (redondeado a los minutos) a partir de la ecuación de r

α es el ángulo que forma r con la parte positiva del eje x, y por definición su tangente es la pendiente de la recta:

$$m=\text{tg}\,\alpha \overset{1/}{\Rightarrow} -\frac{2}{3}=\text{tg}\,\alpha \overset{1/}{\Rightarrow} \alpha=\text{arc tg}\left(-\frac{2}{3}\right) \begin{cases} \alpha \simeq -33°41' \text{ descartado } 1/ \\ \boxed{\alpha \simeq 146°19'} \; 2/ \end{cases}$$

NOTA: 5

d) Hallar el ángulo (redondeado a los minutos) que forma r con la bisectriz del primer cuadrante.

La bisectriz del 1^er (y 3^er) cuadrante es la recta que divide a dicho cuadrante en dos ángulos iguales; por lo tanto, su ecuación será $y=x$ (recta discontinua del dibujo). El ángulo pedido es el β de la figura:

$$\left.\begin{array}{l} r: y=-\frac{2}{3}x-\frac{7}{3} \to m_1=-\frac{2}{3} \\ \text{bisectriz: } y=x \;1/ \to m_2=1 \end{array}\right.$$

$$\text{tg}\,\beta=\frac{m_1-m_2}{1+m_1\cdot m_2}=\frac{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}{1+1\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)} \;1/ =\frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=\frac{\frac{5}{\cancel{3}}}{\frac{1}{\cancel{3}}}=5 \Rightarrow \; 1/$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta=\text{arctg}\,5 \simeq 78°41'} \; 2/$$

NOTA: 5

NOTA del indicador 4.2 (0 a 10) 5+5

¿Alcanza el mínimo (apdos. **a** y **b**)?

OTRA FORMA: Por vectores

$$\left.\begin{array}{l} r: 2x+3y+7=0 \to \vec{u}_r=(-3,2) \\ \text{bisectriz: } x-y=0 \to \vec{u}_s=(1,1) \end{array}\right\} \; 1/ \quad \cos\alpha=\frac{|(-3,2)\cdot(1,1)|}{\sqrt{9+4}\cdot\sqrt{1+1}} \;1/ =$$

$$=\frac{|-3+2|}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{26}} \;1/ \Rightarrow \alpha=\text{arc cos}\,\frac{1}{\sqrt{26}} \simeq 78°41' \; 2/$$

NOTA del indicador 4.3 (0 a 10) 5+5

¿Alcanza el mínimo (apdos. **c** y **d**)?

Indicador 5.1: Operaciones con complejos en forma binómica.

a) Operar y simplificar:

$$\frac{(3-2i)(1+i)}{1+i-2i}=\frac{3+3i-2i-2\cancel{i^2}^{-1}}{1-i-2i}=\frac{3+3i-2i+2}{1-3i}=\frac{5+i}{1-3i}=\frac{(5+i)\cdot(1+3i)}{(1-3i)\cdot(1+3i)}=$$

1/ 0,5/ 0,5/ 0,5/

$$=\frac{5+15i+i+3\cancel{i^2}^{-1}}{1-9\cancel{i^2}_{-1}}=\frac{5+15i+i-3}{1+9}=\frac{2+16i}{10}=\boxed{\frac{1}{5}+\frac{8}{5}i}$$

1/ 1/ 0,5/ 1/

TOTAL: $\boxed{6}$

b) **TEORÍA**: ¿Cómo es siempre el producto de dos complejos conjugados? Razonar la respuesta en general, sin ejemplos.

$$z\cdot\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2-b^2\cancel{i^2}^{-1}=a^2+b^2>0\quad\forall z\in\mathbb{C}$$ 3/

Por lo tanto, "El producto de dos complejos conjugados da siempre como resultado un número real positivo" 1/

TOTAL: $\boxed{4}$

NOTA del indicador 5.1 (0 a 10) $\boxed{6+4}$

¿Alcanza el mínimo (Apdo. a)? $\boxed{}$