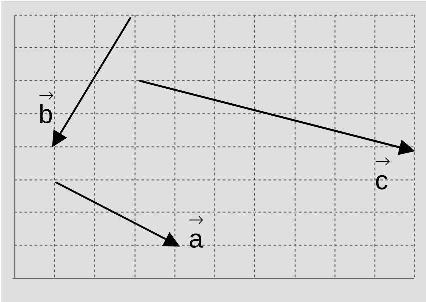
1. Dados los vectores libres de la figura:



a) Razonar que { $\vec{a}$, $\vec{b}$ } constituye una base de $\mathcal{V}^2$

b) Obtener $\vec{c}$ como combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$

c) Comprobar gráficamente la combinación lineal anterior.

(1,75 puntos)

2. **a)** Hallar la ecuación de la recta r que pasa por P(2,-3) y es $\perp$ a la recta s: y=2x-3, en forma paramétrica, continua, implícita, explícita y punto-pendiente.

b) Dibujar r

c) Obtener, analíticamente, tres puntos cualesquiera de r

d) Razonar, analíticamente, si los puntos A(1,-2) y B(4,-4) $\in$ r *(2 puntos)*

3. Dibujar el triángulo de vértices A(3,1), B(0,2) y C(1,-2), y hallar:

a) La ecuación de la mediana correspondiente al lado AC

b) Las ecuaciones de las alturas correspondientes a los lados AC y BC

c) ¿Cómo se llama el punto donde se cortan las alturas? Obtenerlo.

d) La ecuación de la mediatriz correspondiente al lado AC *(2 puntos)*

4. Dadas las rectas r: 2x+y-4=0 s: ax-2y+5=0 hallar **a** para que:

a) sean //

b) sean $\perp$

c) formen 60º *(2 puntos)*

5. **<u>TEORÍA</u>:**

a) Dado el vector $\vec{u}=(3,-4)$, hallar razonadamente otro vector con la misma dirección pero de módulo 2. Hacer un dibujo explicativo.

b) Dados $\vec{a}=(-1,2)$, $\vec{b}=(2,-3)$ y $\vec{c}=\left(\frac{1}{2},4\right)$, hallar $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}$

c) ¿Son ortonormales los vectores $\vec{a}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{b}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$? ¿Y ortogonales?

d) ¿Qué indica el signo del producto escalar? Indicar ejemplos.

e) A simple vista, sin necesidad de transformarlas, ¿podemos concluir que

$$r:\left.\begin{array}{l}x=2+\lambda\\ y=1+2\lambda\end{array}\right\} \quad y \quad s:\ y-1=\frac{1}{2}(x-2)$$

no son la misma recta? Razonar la respuesta. *(2 puntos)*

$\vec{a}=(3,-2)$ $\vec{b}=(-2,-4)$ $\vec{c}=(7,-2)$

1) a) son base pq. son 2 vectores no proporcionales, es decir, a partir de ellos y mediante combinación lineal se puede generar cualquier vector de V^2 0.5

b) $\vec{c}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b} \Rightarrow (7,-2)=\alpha(3,-2)+\beta(-2,-4) \Rightarrow \begin{cases} 7=3\alpha-2\beta \\ -2=-2\alpha-4\beta \ (*) \end{cases}$

$7=3\alpha-2\beta \xrightarrow{\times 2} 14=6\alpha-4\beta$

$-2=-2\alpha-4\beta$

$-16=-8\alpha$

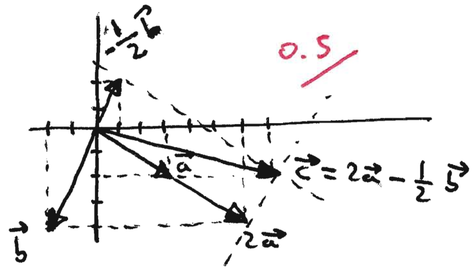
$\alpha=2$ $\xrightarrow[\text{en } (*)]{\text{sustituimos}}$ $-2=-4-4\beta$

$4\beta=-2$

$\beta=-1/2 \rightarrow$ soluc: $\boxed{\vec{c}=2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}}$

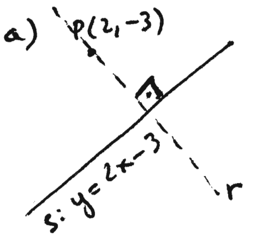
0.75

c)



0.5

2) a)



s: $2x-y-3=0 \Rightarrow \vec{u_s}=(1,2) \stackrel{\perp}{\Rightarrow} \vec{u_r}=(-2,1)$

$\boxed{\begin{matrix} x=2-2\lambda \\ y=-3+\lambda \end{matrix}}$ paramétricas

$\boxed{\frac{x-2}{-2}=\frac{y+3}{1}}$ continua $\Rightarrow \boxed{y+3=-\frac{1}{2}(x-2)}$ pto-pdte $\Rightarrow 2y+6=-x+2$

$\boxed{x+2y+4=0}$ gral o implícita $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2y=-x-4;\ \boxed{y=-\frac{1}{2}x-2}$ explícita

1 (0.2 cada forma)

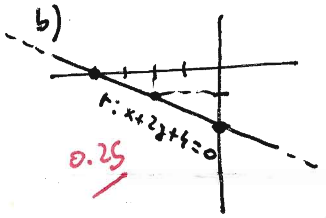
c) $\lambda=1 \rightarrow (0,-2)$

$\lambda=2 \rightarrow (-2,-1)$

$\lambda=3 \rightarrow (-4,0)$

0.25

b)



0.25

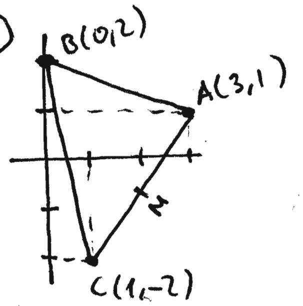
d) ¿A(1,-2)∈r? $1-4+4\neq 0 \Rightarrow \boxed{(1,-2)\notin r}$

sustituimos en la ec. gral.

0.5

¿B(4,-4)∈r? $4-8+4=0 \Rightarrow \boxed{B(4,-4)\in r}$

3)



a) $M=\frac{A+C}{2}=\frac{(4,-1)}{2}=\left(2,-\frac{1}{2}\right)$

$\vec{u_r}=\vec{MB}=B-M=(0,2)-\left(2,-\frac{1}{2}\right)=\left(-2,\frac{5}{2}\right)\rightarrow(-4,5)$; B(0,2) $\Rightarrow \frac{x}{-4}=\frac{y-2}{5}$

$5x=-4y+8$

$\boxed{5x+4y-8=0}$ 0.5

b) altura AC: $\vec{AC}=C-A=(1,-2)-(3,1)=(-2,-3)\rightarrow(2,3) \Rightarrow \vec{n}=(-3,2)$; B(0,2) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{-3}=\frac{y-2}{2} \Rightarrow 2x=-3y+6;\ \boxed{2x+3y-6=0}$

altura BC: $\vec{BC}=C-B=(1,-2)-(0,2)=(1,-4) \Rightarrow \vec{n}=(4,1)$; A(3,1) $\Rightarrow$ 0.5

$\Rightarrow \frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{1} \Rightarrow x-3=4y-4;\ \boxed{x-4y+1=0}$

c) se llama ortocentro: $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ (*)\ x-4y=-1 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)}$ $\begin{matrix} 2x+3y=6 \\ -2x+8y=2 \end{matrix}$

$11y=8;\ y=\frac{8}{11} \xrightarrow[(*)]{\text{sustituimos en}}$ $x-\frac{32}{11}=-1$

$x=\frac{32}{11}-1=\frac{21}{11} \rightarrow \boxed{O\left(\frac{21}{11},\frac{8}{11}\right)}$

0.5

d) $\left.\begin{matrix} M(2,-1/2) \\ \vec{n}=(-3,2) \end{matrix}\right\}$ $\frac{x-2}{-3}=\frac{y+\frac{1}{2}}{2} \Rightarrow 2x-4=-3y-\frac{3}{2}$

$4x-8=-6y-3$

$\boxed{4x+6y-5=0}$ 0.5

④ $r: 2x+y-4=0 \rightarrow \vec{u_r}=(-1,2)$

$s: ax-2y+5=0 \rightarrow \vec{u_s}=(2,a)$

a) $r \parallel s \Rightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'} \Rightarrow \frac{2}{a}=\frac{1}{-2}$; $\boxed{-4=a}$ 0.5

b) $r \perp s \Rightarrow \vec{u_r}\cdot\vec{u_s}=0 \Rightarrow -2+2a=0$; $\boxed{a=1}$ 0.5

c)

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{u_r}\cdot\vec{u_s}|}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{u_s}\|} \rightarrow \frac{1}{2}=\frac{-2+2a}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{a^2+4}} \ ; \ \left[\sqrt{5}\cdot\sqrt{a^2+4}\right]^2=\left[2\cdot(2a-2)\right]^2 \Rightarrow$$

$$5(a^2+4)=4(4a^2-8a+4) \ ; \ 5a^2+20=16a^2-32a+16 \ ; \ \boxed{0=11a^2-32a-4}$$

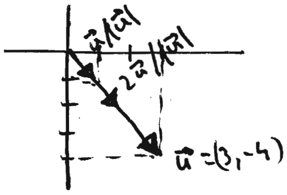
$$a=\frac{32\pm\sqrt{1024+176}}{22}=\frac{32\pm\sqrt{1200}}{22}=\frac{32\pm 20\sqrt{3}}{22}=\boxed{\frac{16\pm 10\sqrt{3}}{11}}$$

1 (gráficamente es lógico que haya 2 soluciones:

)

---

⑤ a) $\vec{u}=(3,-4) \rightarrow |\vec{u}|=5 \rightarrow \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$ es unitario $\Rightarrow \boxed{\left(\frac{6}{5},-\frac{8}{5}\right)}$ tiene módulo 2



b) $\vec{a}=(-1,2)$, $\vec{b}=(2,-3)$, $\vec{c}=\left(\frac{1}{2},4\right)$

$(\vec{a}\cdot\vec{b})\,\vec{c}=(-2-6)\,\vec{c}=-8\vec{c}=-8\left(\frac{1}{2},4\right)=\boxed{(-4,-32)}$

c) ortonormales = $\perp$ y unitarios

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=-\frac{\sqrt{6}}{6}+\frac{\sqrt{6}}{6}=0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$$

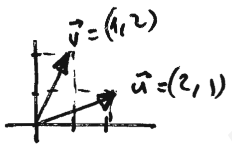
0,4 cada apartado

$$|\vec{a}|=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{2}{4}+\frac{2}{4}}=\sqrt{\frac{4}{4}}=1 \rightarrow \text{unitario}$$

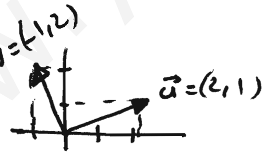
$$|\vec{b}|=\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{9}+\frac{3}{9}}=\sqrt{\frac{6}{9}}\neq 1 \Rightarrow \vec{b} \text{ no es unitario} \Rightarrow$$

$\boxed{\text{no son ortonormales, pero sí son ortogonales puesto que son } \perp}$

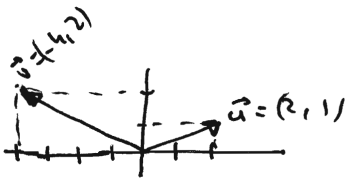
d)



$\vec{u}\cdot\vec{v}=2+2>0$



$\vec{u}\cdot\vec{v}=-2+2=0$



$\vec{u}\cdot\vec{v}=-8+2<0$

$\vec{u}\cdot\vec{v}\begin{cases} >0 \Rightarrow \widehat{\vec{u}\vec{v}}<90^\circ \\ =0 \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{v} \\ <0 \Rightarrow \widehat{\vec{u}\vec{v}}>90^\circ \end{cases}$

e) no son la misma recta puesto que sus pendientes se ve que son distintas:

$$\vec{u_r}=(1,2) \rightarrow m_r=2 \neq m_s=\frac{1}{2}$$

ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS 0.05
ORDEN 0.05
LIMPIEZA 0.05
CALIGRAFÍA 0.05
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0.05

TOTAL = 0,25