Dada $f(x)=\frac{x^2+5}{x-2}$, se pide:

a) **Razonar** cuál es su Dom(f)

$\boxed{Dom(f) = \mathbb{R} - \{2\}}$ pq. $x=2$ anula el denominador. 0,5 /

0,5 /

NOTA: se baja 0,25 por no indicar la asíntota, o la expresión de f(x), o algún punto que indique la escala elegida

b) Estudiar analíticamente su posible simetría.

$f(-x) = \frac{(-x)^2+5}{-x-2} = -\frac{x^2+5}{x+2} \neq \pm f(x) \Rightarrow$ $\boxed{\text{f(x) no es simétrica par ni impar}}$

0,25 / 0.25 / 0.5 /

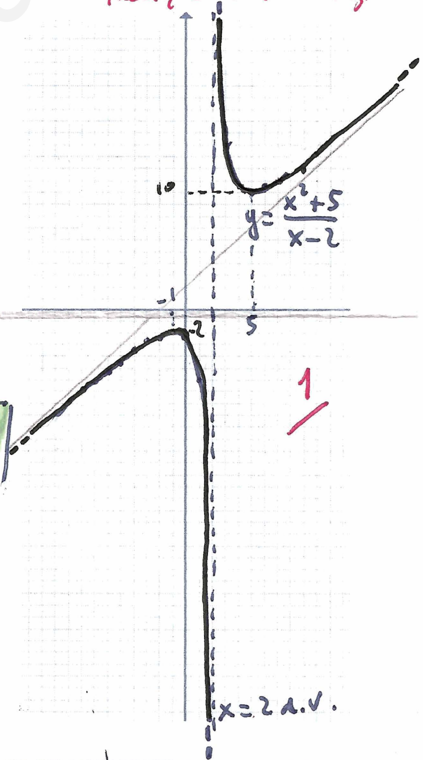
c) Calcular sus posibles cortes con los ejes.

corte eje x: $y=0 \Rightarrow \frac{x^2+5}{x-2}=0$; $x^2+5=0$ ∄ soluc $\Rightarrow$ $\boxed{\text{no corta al eje x}}$

0,25 / 0.25 /

corte eje y: $x=0 \Rightarrow y=-\frac{5}{2} \rightarrow \boxed{(0,-5/2)}$

0.5 /



1 /

d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

x	$y=\frac{x^2+5}{x-2}$
$-\infty$ ... -100 ... -10	$-\infty$ ... $-98{,}09$ ... $-8{,}75$
-9	-7,82
-8	-6,9
-7	-6
-6	-5,12
-5	-4,28
-4	-3,5
-3	-2,8
-2	-2,25
-1	-2
0	-2,5
1	-6
2	∄
3	14
4	10,5
5	10
6	10,25
7	10,8
8	11,5
9	12,28
10 ... 100 ... ∞	13,12 ... 102,09 ... ∞

M m

se baja 0,25 por cada valor incorrecto

e) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m.

$\left.\begin{array}{l} f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty,-1) \cup (5,\infty) \; 0{,}25 \\ f(x) \searrow \forall x \in (-1,5)-\{2\} \; 0{,}25 / \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} M(-1,-2) \; 0.25 / \\ m(5,10) \; 0{,}25 / \end{array}$

o bien $(-1,2)\cup(2,5)$

f) Indicar su continuidad.

$\boxed{\text{f(x) continua } \forall x \in \mathbb{R} - \{2\}}$ 1 /

g) $\boxed{\text{Im(f)}= (-\infty,-2] \cup [10,\infty)}$ 1

h) Ecuación de las posibles asíntotas horizontales y/o verticales.

$\boxed{x=2 \text{ A.V.}}$ según se ve en la gráfica 1

i) $\boxed{\lim_{x\to -\infty} f(x)= -\infty}$ 0,5 $\boxed{\lim_{x\to \infty} f(x)= \infty}$ 0,5

j) Hallar **analíticamente** la antiimagen de y=-6

$$\frac{x^2+5}{x-2}=-6 \;;\quad x^2+5=-6x+12 \;;\quad x^2+6x-7=0 \begin{cases} \boxed{x=-7} \\ \boxed{x=1} \end{cases}$$

0,25 0,75

(nota: pueden comprobarse en la tabla ambas; también puede observarse gráficamente...)

1 pto. cada apdo.

NOTA del indicador 6.1 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo la representación gráfica, el dominio y recorrido correctamente expresados)

Dada $f(x)=|x|+|x-2|$ se pide:

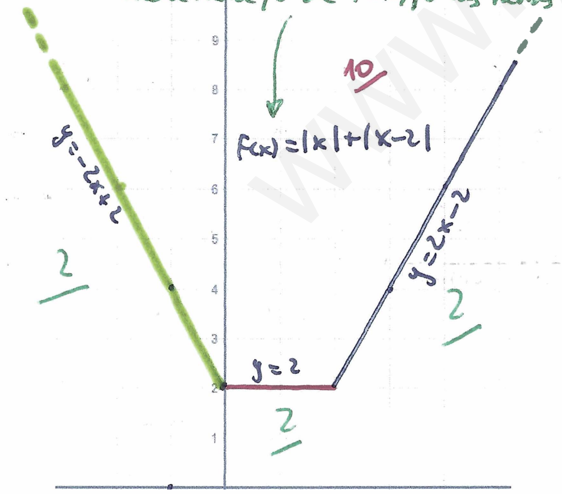
a) Expresarla **razonadamente** como función definida por ramas.

$$f(x)=|x|+|x-2| = \begin{cases} -x+(-x+2) & si\ x\leq 0 \\ \cancel{x}+(-\cancel{x}+2) & si\ 0<x\leq 2 \\ x+x-2 & si\ x>2 \end{cases} = \boxed{\begin{cases} -2x+2 & si\ x\leq 0 \\ 2 & si\ 0<x\leq 2 \\ 2x-2 & si\ x>2 \end{cases}}$$

se anula $x=0$ — se anula en $x=2$

2 2

nota: se baja 1 pto. por no expresar la ecuación de cada recta, o de f(x), o las ramas ∞



b) Representarla gráficamente.

x	-1	0
$y=-2x+2$	4	2

x	2	3
$y=2x-2$	2	4

NOTA del indicador 6.3 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo la representación gráfica de la función a trozos)

NOTA del indicador 6.4 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (No es mínimo redefinirla como función a trozos)

a) **TEORÍA:** Definir con palabras, y también mediante fórmula, el logaritmo en base **a** de un número. Indicar un ejemplo.

«El logaritmo en base a de un número es el exponente al que hay que elevar la base para obtener dicho número»: 1/

$$\log_a N = x \iff a^x = N \quad 1/$$

p.ej. $\log_2 8 = 3$ pq. $2^3 = 8$ 1/

TOTAL: $\boxed{3}$

b) Aplicando la definición anterior (¡No mediante las fórmulas del cálculo logarítmico!), calcular (Indicación: transformar previamente el argumento del logaritmo) **razonadamente**:

$$\log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} = \log_5 \frac{1}{5\cdot\sqrt[3]{5^2}} = \log_5 \frac{1}{5\cdot 5^{2/3}} = \log_5 \frac{1}{5^{5/3}} \quad -5/3 = \boxed{-\frac{5}{3}}$$

1/ 1/ 1/ 2 2

TOTAL: $\boxed{7}$

c) Aplicando las fórmulas del cálculo logarítmico, calcular **razonadamente** el logaritmo anterior:

$$\log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} = \cancel{\log_5 1}^{\,0} - \log_5 \left(5\cdot\sqrt[3]{25}\right) = -\cancel{\log_5 5}^{\,1} - \log_5 \sqrt[3]{25} = -1 - \frac{1}{3}\cancel{\log_5 25}^{\,2} = -1 - \frac{2}{3} = \boxed{-\frac{5}{3}}$$

1 1 1 2

se baja 0,5 por no poner paréntesis

TOTAL: $\boxed{5}$

d) Expresar en función de Ln3, y comprobar el resultado con la calculadora (4 decimales):

0,5/ 1 0,5/ se baja 0,5 por no poner paréntesis

$$2{,}4977 \leftarrow \text{Ln}\frac{9e}{\sqrt[3]{3e}} = \text{Ln}(9e) - \text{Ln}\sqrt[3]{3e} = \text{Ln}\,9 + \cancel{\text{Ln}\,e}^{\,1} - \frac{1}{3}\text{Ln}(3e) =$$

0,25/ 0,5/ 1 1/

$$= \text{Ln}\,3^2 + 1 - \frac{1}{3}\left(\text{Ln}\,3 + \cancel{\text{Ln}\,e}^{\,1}\right) = 2\,\text{Ln}\,3 + 1 - \frac{1}{3}\text{Ln}\,3 - \frac{1}{3} =$$

$$= \boxed{\frac{5}{3}\text{Ln}\,3 + \frac{2}{3}} \simeq 2{,}4977 \quad 0{,}25/$$

1,5/

se baja 0,5 por mal redondeo

se baja 0,5 por no ponerlo

TOTAL: $\boxed{5}$

NOTA del indicador 7.1 (0 a 10) $\boxed{3+7}$

¿Alcanza el mínimo? (apdos. a y b) $\boxed{}$

NOTA del indicador 7.2 (0 a 10) $\boxed{5+5}$

¿Alcanza el mínimo? (apdos. c y d) $\boxed{}$

Resolver (en caso de tener solución no exacta, dar 4 decimales) y **comprobar**:

$4^x - 14 \cdot 2^{x-1} + 12 = 0$

$(2^2)^x - 14 \cdot \frac{2^x}{2} + 12 = 0$

1

$(2^x)^2 - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$

cambio de variable $2^x = t \Rightarrow t^2 - 7t + 12 = 0$ ↗ $t = 4 = 2^x \Rightarrow \boxed{x = 2}$ 1

1

↘ $t = 3 = 2^x \Rightarrow \log 3 = \log 2^x$

se baja 1 pto. si no se llega a la ec. simplificada

$\log 3 = x \cdot \log 2$

se baja 0,5 por mal redondeo

$\boxed{x = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1{,}5850}$

3

se baja 0,5 por no indicarlo

Comprobación:

$x = 2 \rightarrow 4^2 - 14 \cdot 2 + 12 \stackrel{?}{=} 0$ 1

$16 - 28 + 12 = 0$ ✓ 1

$x \simeq 1{,}5850 \rightarrow 4^{1{,}5849\ldots} - 14 \cdot 2^{0{,}5849\ldots} + 12 \stackrel{?}{=} 0$ 1

$9 - 21 + 12 = 0$ 1

NOTA del indicador 7.3 (0 a 10) 6+4

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)