I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	PARCIAL 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2009-2010**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Operar y simplificar:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}=$ **b)** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=$ **c)** $\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{6x-x^2}{x^2-4}=$ *(2 puntos)*

2. Hallar las siguientes razones, reduciendo previamente al 1^er^ cuadrante:

a) tg 210º **b)** sen (-2655º) **c)** sec $9\pi/4$ rad **d)** cos $19\pi/3$ rad *(1,75 puntos)*

(No vale pasar los radianes a grados)

3. Dado $\alpha \in$ 3^er^ cuadrante tal que cos α=-1/2, hallar, utilizando la fórmula correspondiente (resultados simplificados y racionalizados; no vale utilizar decimales), y **por este orden**:

a) sen 2α.

b) cos $\alpha/2$

c) sen (α-30º)

d) tg (α+60º)

e) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué α se trata. *(3 puntos)*

4. **a)** ¿Cuánto vale sen(180º+α) y cos(180º+α) en función de las razones de α? Demostrarlo razonadamente, utilizando exclusivamente la circunferencia trigonométrica. ¿Cuánto vale tg(180+α)?

b) Demostrar que $\dfrac{1-\cos 2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha+\cos 2\alpha}=2\operatorname{tg}^2\alpha$

c) Transformar en producto y calcular: sen 75º + sen 15º =

d) Hallar, mediante fórmula trigonométrica, cos15º

e) Resolver la ecuación $\operatorname{cosec} x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ utilizando la circunferencia trigonométrica (sin calculadora). *(3 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

TOTAL: $\boxed{2}$ (0,5+0,75+0,75)

① a) $\dfrac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}} = \dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot 3}}}{\sqrt[6]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[6]{\cancel{2^2}\cdot 3}}{\sqrt[6]{\cancel{2^2}}} = \boxed{\sqrt[6]{3}}$ 0,5

b) $\dfrac{1}{\sqrt2}+\dfrac{1}{\sqrt2-1}+\dfrac{1}{\sqrt2+1} = \dfrac{\sqrt2}{\sqrt2\cdot\sqrt2} + \dfrac{\sqrt2+1}{(\sqrt2-1)(\sqrt2+1)} + \dfrac{\sqrt2-1}{(\sqrt2+1)(\sqrt2-1)} = \dfrac{\sqrt2}{2}+\dfrac{\sqrt2+1}{2-1}+\dfrac{\sqrt2-1}{2-1} = \dfrac{\sqrt2}{2}+\sqrt2+\cancel{1}+\sqrt2-\cancel{1} = \boxed{\dfrac{5\sqrt2}{2}}$ 0.25 0.5

c) $\dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6x-x^2}{x^2-4} = \dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} =$

DMCM

0.25 $= \dfrac{x^2-4x+4}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{\cancel{x^2}-4x+4-x-2+6x-\cancel{x^2}}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{\cancel{x+2}}{\cancel{(x+2)}(x-2)} = \boxed{\dfrac{1}{x-2}}$ 0.25 0.25

② a) $tg\ 210° = tg(180°+30°) = tg\ 30° = \boxed{\dfrac{\sqrt3}{3}}$ 0.25

$tg(180°+\alpha) = tg\ \alpha$

b) $sen(-2655°) = -sen\ 2655° = -sen(7\text{ vueltas} + 135°) = -sen\ 135° = -sen(180°-45°) = -sen\ 45° = \boxed{-\dfrac{\sqrt2}{2}}$

$sen(-\alpha) = -sen\ \alpha$ $\quad sen(180-\alpha) = sen\ \alpha$ 0.5

c) $sec\ \dfrac{9\pi}{4} = \dfrac{1}{\cos\frac{9\pi}{4}} = \dfrac{1}{\cos\frac{8\pi+\pi}{4}} = \dfrac{1}{\cos(1\text{ vuelta}+\pi/4)} = \dfrac{1}{\cos\pi/4} = \dfrac{1}{\sqrt2/2} = \dfrac{2}{\sqrt2} = \dfrac{2\sqrt2}{2} = \boxed{\sqrt2}$ 0.25 0.25

d) $\cos\dfrac{19\pi}{3} = \cos\dfrac{18\pi+\pi}{3} = \cos\left(3\text{ vueltas}+\dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{\pi}{3} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{1{,}75}$ (0.25+0.5+0.5+0.5)

③ DATOS: $\left.\begin{array}{l}\cos\alpha = -1/2\\ \alpha\in 3^{er}\text{ cuad.}\end{array}\right\}$

a) $sen\ 2\alpha = 2\ sen\alpha\cos\alpha$ (*) ; necesitamos $sen\alpha$: $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$sen^2\alpha + \dfrac{1}{4} = 1$

$sen^2\alpha = \dfrac{3}{4}$ → $sen\alpha = \dfrac{\sqrt3}{2}$ descartado pq. $\alpha\in 3^{er}$ cuad.

→ $sen\alpha = -\dfrac{\sqrt3}{2}$ 0.3

Sustituimos en (*): $\boxed{sen\ 2\alpha = \cancel{2}\cdot -\dfrac{\sqrt3}{\cancel{2}}\cdot \dfrac{-1}{2} = \dfrac{\sqrt3}{2}}$ 0.3

TOTAL: $\boxed{3}$ (0,6 cada apartado)

b) $\boxed{\cos\dfrac{\alpha}{2}} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}} = -\sqrt{\dfrac{1-\frac12}{2}} = -\sqrt{\dfrac{\frac12}{2}} = -\sqrt{\dfrac14} = \boxed{-\dfrac12}$ 0.3

$\alpha\in 3^{er}$ cuad. ⇒ $180<\alpha<270$ 0.3

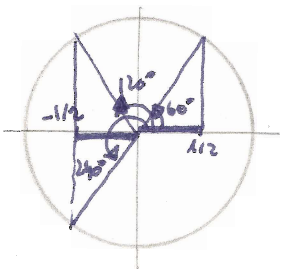
$90<\alpha/2<135°$ ⇒ $\dfrac{\alpha}{2}\in 2^{o}$ cuad.

c) $\boxed{sen(\alpha-30°)} = sen\alpha\cdot\cos 30° - \cos\alpha\cdot sen\ 30° = -\dfrac{\sqrt3}{2}\cdot\dfrac{\sqrt3}{2} - \dfrac{-1}{2}\cdot\dfrac12 = -\dfrac34 + \dfrac14 = \boxed{-\dfrac12}$ 0.6

d) $tg(\alpha+60°) = \dfrac{tg\alpha + tg\ 60°}{1 - tg\alpha\cdot tg\ 60°}$ (**) ; necesitamos $tg\alpha$: $tg\alpha = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{-\sqrt3/\cancel{2}}{-1/\cancel{2}} = \sqrt3$ 0.2

Sustituimos en (**): $\boxed{tg(\alpha+60°) = \dfrac{\sqrt3+\sqrt3}{1-\sqrt3\cdot\sqrt3} = \dfrac{2\sqrt3}{1-3} = \dfrac{2\sqrt3}{-2} = -\sqrt3}$ 0.4

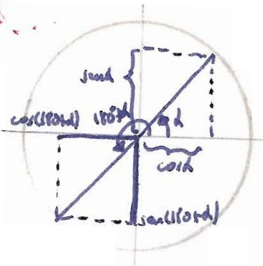
e)



DATOS: $\left.\begin{array}{l}\cos\alpha = -\frac12\\ \alpha\in 3^{er}\text{ cuad.}\end{array}\right\}$ si fuera $\cos\alpha = \frac12$, sería $\alpha = 60°$; ahora bien, como el coseno es negativo, en la figura se ve que habrá dos soluciones posibles: 120° y 240°, siendo $\boxed{\alpha = 240°}$ la solución correcta por ∈ 3er cuad.

0.6

④ a)



En la figura se ve que:

$$\left.\boxed{\begin{aligned} sen\,(180^\circ+\alpha) &= -sen\,\alpha \quad 0.2 \\ cos\,(180^\circ+\alpha) &= -cos\,\alpha \quad 0.2 \end{aligned}}\right\} \Rightarrow \boxed{tg\,(180^\circ+\alpha) = \frac{sen\,(180^\circ+\alpha)}{cos\,(180^\circ+\alpha)} = \frac{-sen\,\alpha}{-cos\,\alpha} = tg\,\alpha} \quad 0.2 \quad (c.q.d.)$$

b) $$\frac{1-\cos 2\alpha}{sen\,2\alpha+\cos 2\alpha} = \frac{1-(\cos^2\alpha - sen^2\alpha)}{\cancel{sen^2\alpha}+\cos^2\alpha-\cancel{sen^2\alpha}} = \frac{\overbrace{1-\cos^2\alpha}^{=sen^2\alpha}+sen^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{2\,sen^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 2\,tg^2\alpha \quad 0.6 \quad (c.q.d.)$$

c) $$\boxed{sen\,75^\circ + sen\,15^\circ} = 2\,sen\,\frac{75^\circ+15^\circ}{2}\cos\frac{75^\circ-15^\circ}{2} \;(0.1) = 2\,sen\,45^\circ\cos 30^\circ = \cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \;(0.1) = \boxed{\frac{\sqrt{6}}{2}} \quad 0.4$$

d) $$\boxed{\cos 15^\circ} = \cos(45^\circ-30^\circ) \;(0.1) = \cos 45^\circ\cos 30^\circ + sen\,45^\circ\,sen\,30^\circ \;(0.1) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} \quad 0.4$$

[NOTA: también se puede hacer $\cos(60^\circ-45^\circ)$, ó $\cos\frac{30^\circ}{2}$]

e) $$cosec\,x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow sen\,x = \frac{1}{cosec\,x} = -\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2\cdot\cancel{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \;(0.1) \quad \left\{\boxed{\begin{aligned} x &= 240^\circ + k\cdot 360^\circ \\ x &= 300^\circ + k\cdot 360^\circ \end{aligned}}\right. \text{ donde } k\in\mathbb{Z}$$

0.5

TOTAL: $\boxed{3}$
(0.6 cada apdo.)

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO ... 0,10
TOTAL = $\boxed{0,25}$