I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	EXAMEN 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2009-2010**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Nombre: SOLUCIONES **Grupo de:** 18 ☐ 21 ☐

1. Completar: $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$ $\quad 1+\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad 1+\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}^2\alpha}$ $\quad \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ $\quad \operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$

(1,75 puntos)

$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha\\ \cos(-\alpha)=\cos\alpha\end{array}\right\}\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$ $\qquad \left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}(90^\circ-\alpha) = \cos\alpha\\ \cos(90^\circ-\alpha)=\operatorname{sen}\alpha\end{array}\right\}\operatorname{tg}(90^\circ-\alpha) = \operatorname{ctg}\alpha$ $\qquad \left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}(90^\circ+\alpha) = \cos\alpha\\ \cos(90^\circ+\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha\end{array}\right\}\operatorname{tg}(90^\circ+\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$

$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}(180^\circ-\alpha) = \operatorname{sen}\alpha\\ \cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha\end{array}\right\}\operatorname{tg}(180^\circ-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$ $\qquad \left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}(180^\circ+\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha\\ \cos(180^\circ+\alpha)=-\cos\alpha\end{array}\right\}\operatorname{tg}(180^\circ+\alpha) = \operatorname{tg}\alpha$

$\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta+\cos\alpha\operatorname{sen}\beta$ $\qquad \operatorname{sen}(\alpha-\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta-\cos\alpha\operatorname{sen}\beta$ $\qquad \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta-\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$ $\qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$ $\qquad \operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$

TOTAL: $\boxed{1,75}$ (0,05 cada fórmula)

$\operatorname{sen}2\alpha = 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$ $\qquad \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\qquad \operatorname{sen}A+\operatorname{sen}B = 2\operatorname{sen}\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha$ $\qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ $\qquad \operatorname{sen}A-\operatorname{sen}B = 2\cos\frac{A+B}{2}\operatorname{sen}\frac{A-B}{2}$

$\operatorname{tg}2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$ $\qquad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ $\qquad \cos A+\cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\cos A-\cos B = -2\operatorname{sen}\frac{A+B}{2}\operatorname{sen}\frac{A-B}{2}$

2. Operar y simplificar: *(1,5 puntos)*

[0,75] $$\frac{\left(\sqrt[3]{3}\sqrt{3}\right)^3}{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}} = \frac{\left(\sqrt[6]{3^2}\cdot\sqrt[6]{3^3}\right)^3}{\sqrt{\sqrt[3]{3^4}}} = \frac{\left(\sqrt[6]{3^5}\right)^3}{\sqrt[6]{3^4}} = \frac{\sqrt[6]{3^{15}}}{\sqrt[6]{3^4}} \overset{0.5}{=} \boxed{\sqrt[6]{3^{11}}} \overset{0.25}{=} 3\cdot\sqrt[6]{3^5}$$ 0.25

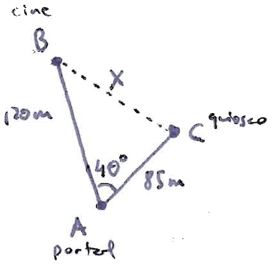
TOTAL: $\boxed{1,5}$

[0,75] $$\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\frac{12}{x^2-4} = \frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\underbrace{\frac{12}{(x+2)(x-2)}}_{\text{m.c.m.}} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+2)(x-2)}+\frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} \overset{0.1}{-} \frac{12}{(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{x^2+3x+2}{(x+2)(x-2)}+\frac{x^2-4x+4}{(x+2)(x-2)} \overset{0.1}{-} \frac{12}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+3x+2+x^2-4x+4-12}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x^2-x-6}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x+3/2)\cancel{(x-2)}}{(x+2)\cancel{(x-2)}} = \boxed{\frac{2x+3}{x+2}}$$ 0.25

raíces 2 y $-3/2$ 0.3

3. a) Desde la puerta de una casa, A, se ve el cine B, que está a 120 m, y el quiosco C, que está a 85 m, bajo un ángulo $\widehat{BAC} = 40^\circ$ ¿Qué distancia hay entre el cine y el quiosco? (Hacer un dibujo previo que explique la situación). (0,5 ptos.)

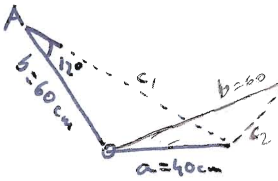


Th. coseno ⇒ $x^2 = 120^2+85^2-2\cdot120\cdot85\cdot\cos40^\circ \simeq 5997,69$ 0.25

⇒ $x = \sqrt{5997,69} \simeq \boxed{77,44\text{ m}}$ 0.25

(se quitará algo por aproximar mal y/o no poner unidades)

b) Resolver el triángulo de datos a=40 cm, b=60 cm, A=12º. Hallar su área. (Hacer un dibujo explicativo). (1,5 ptos.)



Se trata del caso dudoso (th. del seno):

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A}=\frac{b}{\operatorname{sen} B}\Rightarrow \frac{40}{\operatorname{sen} 12^\circ}=\frac{60}{\operatorname{sen} B}\Rightarrow \operatorname{sen} B=\frac{6\cancel{0}\operatorname{sen} 12^\circ}{4\cancel{0}}\simeq 0{,}3119\ldots$$

0.25/ $\boxed{B_1\simeq 18^\circ 10' 19''}\Rightarrow \boxed{C_1=180-(A+B_1)\simeq 149^\circ 49' 41''}$

0.25/ $\boxed{B_2\simeq 161^\circ 49' 41''}\Rightarrow \boxed{C_2=180-(A+B_2)\simeq 6^\circ 10' 19''}$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A}=\frac{c_1}{\operatorname{sen} C_1}\Rightarrow \frac{40}{\operatorname{sen} 12^\circ}=\frac{c_1}{\operatorname{sen} 149^\circ 49' 41''}\Rightarrow \boxed{c_1=\frac{40\operatorname{sen} 149^\circ 49' 41''}{\operatorname{sen} 12^\circ}\simeq 96{,}69 \text{ cm}}$$ 0.25/

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A}=\frac{c_2}{\operatorname{sen} C_2}\Rightarrow \frac{40}{\operatorname{sen} 12^\circ}=\frac{c_2}{\operatorname{sen} 6^\circ 10' 19''}\Rightarrow \boxed{c_2=\frac{40\cdot \operatorname{sen} 6^\circ 10' 19''}{\operatorname{sen} 12}\simeq 20{,}68 \text{ cm}}$$ 0.25/

(se quitará algo por no aproximar bien y/o no poner unidades...)

$$\boxed{S_{ABC}=\frac{1}{2}ab\operatorname{sen} C_1=\frac{1}{2}40\cdot 60\cdot \operatorname{sen} 149^\circ 49' 41''\simeq 603{,}11 \text{ cm}^2}$$ 0.25/

$$\boxed{S_{ABC}=\frac{1}{2}ab\operatorname{sen} C_2=\frac{1}{2}40\cdot 60\cdot \operatorname{sen} 6^\circ 10' 19''\simeq 129{,}01 \text{ cm}^2}$$ 0.25/

TOTAL: $\boxed{2}$ (0.5+1.5)

4. Dado $\alpha \in$ 4º cuadrante tal que $\operatorname{tg}\alpha=-\sqrt{3}$, hallar, utilizando la fórmula correspondiente (resultados simplificados y racionalizados; no vale utilizar decimales), y **por este orden**: *(3 puntos)*

a) cos (α+30º) $=\cos\alpha\cos 30^\circ-\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen} 30^\circ$ (*) 0.1/

Necesitamos hallar sen α y cos α:

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow 1+3=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow \cos^2\alpha=\frac{1}{4}$$

$\cos\alpha=-1/2$ desechado pq. $\alpha\in$ 4º cuad.

$\boxed{\cos\alpha=1/2}$ 0.1/

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow -\sqrt{3}=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{1/2}\Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\alpha=-\sqrt{3}/2}$$ 0.1/

Sustituimos en (*): $\boxed{\cos(\alpha+30^\circ)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.2/

b) $\boxed{\text{tg }(\alpha-45^\circ)}=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}45^\circ}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}45^\circ}$ 0.1/ $=\frac{-\sqrt{3}-1}{1+(-\sqrt{3})\cdot 1}=\frac{-\sqrt{3}-1}{1-\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}=-\frac{(1+\sqrt{3})^2}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}$ 0.1/ $=-\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}=$

$$=-\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=\boxed{2+\sqrt{3}}$$ 0.1/ 0.2/

TOTAL: $\boxed{3}$ (0,5 cada apartado)

0.1/

c) sen (α+1650º) $=\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos 1650^\circ+\cos\alpha\cdot\operatorname{sen} 1650^\circ$ (**)

$\cos 1650^\circ=\cos(4\text{ vueltas}+210^\circ)=\cos 210^\circ=\cos(180^\circ+30^\circ)=-\cos 30^\circ=-\sqrt{3}/2$ 0.1/

$\operatorname{sen} 1650^\circ=\operatorname{sen}(4\text{ vueltas}+210^\circ)=\operatorname{sen} 210^\circ=\operatorname{sen}(180^\circ+30^\circ)=-\operatorname{sen} 30^\circ=-1/2$ 0.1/

Sustituimos en (**):

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha+1650^\circ)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}}$$ 0.2/

d) $\boxed{\text{sen }\alpha/2}=\oplus\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}=+\sqrt{\frac{1-1/2}{2}}=\sqrt{\frac{1/2}{2}}=\sqrt{1/4}=\boxed{1/2}$ 0.3/

$\alpha\in$ 4º cuad $\Rightarrow 270<\alpha<360^\circ$

$135^\circ<\alpha/2<180^\circ$

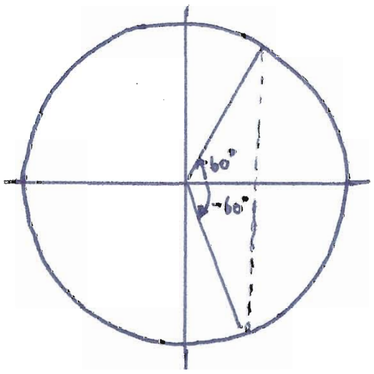
$\Downarrow$

$\frac{\alpha}{2}\in$ 2º cuad. 0.2/

e) $\boxed{\cos 2\alpha} = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha = \frac{1}{4} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{-\frac{1}{2}}$ 0.4

0.1

f) Razonar (sin calculadora) de qué α se trata.



Si fuera $\text{tg}\,\alpha = \sqrt{3}$, sería $\alpha = 60°$ en el 1er cuadrante; ahora bien, como es $-\sqrt{3}$, será más bien $\alpha = -60°$ 0.1 [dado que $\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg}\,\alpha$], es decir, $\boxed{\alpha = 300°}$ (que está en el 4º cuad.)

0,4

5. **TEORÍA:** *(1,5 puntos)*

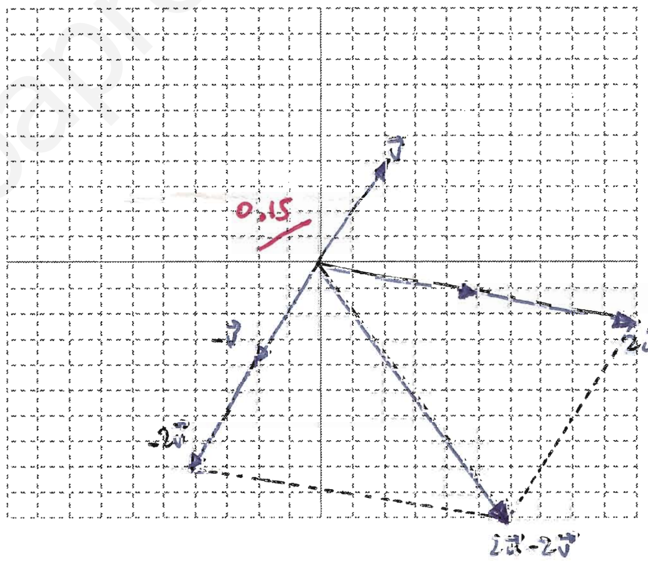
a) Definir base de V^2, combinación lineal y coordenadas de un vector. Indicar un ejemplo explicativo de combinación lineal, analítica y gráficamente.

0.15 * Base de V^2 = 2 vectores $\vec{u}, \vec{v}$ no nulos y no paralelos

0.15 * Combinación lineal: $\vec{w} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$ con $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

0.15 * λ y μ son las coordenadas de $\vec{w}$ en la base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$

Ejemplo: Sean $\vec{u} = (5,-1)$ y $\vec{v} = (2,4)$ dos vectores que son base (por ser no nulos y no paralelos); entonces $\vec{w} = 2\vec{u} - 2\vec{v} = 2(5,-1) - 2(2,4) = (6,-10)$ será combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ (ver dibujo) 0.15



ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA: 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA: 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO: 0,10
TOTAL: $\boxed{0,25}$

TOTAL: $\boxed{1,5}$
(0,75 cada apartado)

b) Demostrar que sen 2α · cos α - sen α · cos 2α = sen α

$2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha \cdot \cos\alpha - \text{sen}\alpha\,(\cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha) =$

$= 2\,\text{sen}\alpha\cos^2\alpha - \text{sen}\alpha\cos^2\alpha + \text{sen}^3\alpha =$

$\text{sen}\alpha\cos^2\alpha + \text{sen}^3\alpha =$ 0.75

$= \text{sen}\alpha\,\underbrace{(\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha)}_{1} = \text{sen}\alpha$ (c.q.d.)

NOTA: La ortografia y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	RECUPERACIÓN 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B CURSO 2009-2010**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha. Consejería de Educación y Ciencia

Alumno/a: SOLUCIONES **Grupo de:** 18 ☐ 21 ☐

1. Completar: $1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad sen^2\alpha+\cos^2\alpha = 1$ $\quad cosec\alpha = \frac{1}{sen\,\alpha}$ $\quad sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ $\quad 1+ctg^2\alpha = \frac{1}{sen^2\alpha}$
(1,75 puntos)

$\left.\begin{array}{l} sen(90^\circ+\alpha) = \cos\alpha \\ \cos(90^\circ+\alpha) = -sen\,\alpha \end{array}\right\} tg(90^\circ+\alpha) = -ctg\,\alpha$ $\quad \left.\begin{array}{l} sen(90^\circ-\alpha) = \cos\alpha \\ \cos(90^\circ-\alpha) = sen\,\alpha \end{array}\right\} tg(90^\circ-\alpha) = ctg\,\alpha$ $\quad \left.\begin{array}{l} sen(-\alpha) = -sen\,\alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos\alpha \end{array}\right\} tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$

$\left.\begin{array}{l} sen(180^\circ+\alpha) = -sen\,\alpha \\ \cos(180^\circ+\alpha) = -\cos\alpha \end{array}\right\} tg(180^\circ+\alpha) = tg\,\alpha$ $\quad \left.\begin{array}{l} sen(180^\circ-\alpha) = sen\,\alpha \\ \cos(180^\circ-\alpha) = -\cos\alpha \end{array}\right\} tg(180^\circ-\alpha) = -tg\,\alpha$

$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{1 - tg\,\alpha \cdot tg\,\beta}$

$tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\,\alpha - tg\,\beta}{1 + tg\,\alpha \cdot tg\,\beta}$

$sen(\alpha-\beta) = sen\,\alpha\cos\beta - \cos\alpha\,sen\,\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + sen\,\alpha\,sen\,\beta$

$sen(\alpha+\beta) = sen\,\alpha\cos\beta + \cos\alpha\,sen\,\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - sen\,\alpha\,sen\,\beta$

$\boxed{1{,}75}$ (0,05 cada uno)

$senA + senB = 2\,sen\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$senA - senB = 2\cos\frac{A+B}{2}\,sen\frac{A-B}{2}$

$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\cos A - \cos B = -2\,sen\frac{A+B}{2}\,sen\frac{A-B}{2}$

$sen\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

$sen\,2\alpha = 2\,sen\,\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - sen^2\alpha$

$tg\,2\alpha = \frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha}$

2. Operar y simplificar: *(1,5 puntos)*

$$\frac{\left(\sqrt{2\sqrt[3]{2}}\right)^3}{\sqrt{2\sqrt{2}}\,\sqrt[4]{2}} = \frac{\left(\sqrt{\sqrt[3]{2^4}}\right)^3}{\sqrt{\sqrt{2^3}}\cdot\sqrt[4]{2}} = \frac{\left(\sqrt[6]{2^4}\right)^3}{\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt[4]{2}} = \frac{\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^3}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[3]{2^6}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[12]{2^{24}}}{\sqrt[12]{2^{12}}} = \sqrt[12]{2^{12}} = \boxed{2}$$

0.25 0.25 0.25

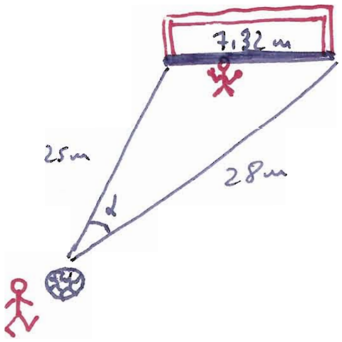
$\boxed{1{,}5}$
(0,75 cada uno)

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{mcm}} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= \frac{\cancel{x}-1+2x-\cancel{x}-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x-2}{(x+1)(x-1)} = \frac{2\cancel{(x-1)}}{(x+1)\cancel{(x-1)}} = \boxed{\frac{2}{x+1}}$$

0.25 0.25 0.25

3. **a)** Se lanza una falta desde un punto situado a 25 m y 28 m de ambos postes de una portería reglamentaria de fútbol, es decir, 7,32 m de longitud ¿Bajo qué ángulo se verá la portería desde dicho punto? (Hacer un dibujo previo que explique la situación). *(0,5 puntos)*



$$7{,}32^2 = 25^2 + 28^2 - 2\cdot 25\cdot 28\cdot \cos\alpha$$

0.25

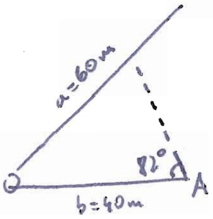
$$\cos\alpha = \frac{25^2+28^2-7{,}32^2}{2\cdot 25\cdot 28} \simeq 0{,}9681 \Rightarrow \alpha = \arccos 0{,}9681\ldots \simeq \boxed{14^\circ 29' 54''}$$

0,25

$\boxed{0{,}5}$

b) Resolver el triángulo de datos a=60 m, b=40 m, A=82º. Hallar su área. (Hacer un dibujo explicativo) *(1,5 puntos)*

Se trata del caso dudoso; se ve que sólo va a haber una solución.



$$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{b}{\operatorname{sen}B} \Rightarrow \frac{60}{\operatorname{sen}82^\circ} = \frac{40}{\operatorname{sen}B} \Rightarrow \operatorname{sen}B = \frac{40\operatorname{sen}82^\circ}{60} \simeq 0{,}6602 \Rightarrow$$

$\Rightarrow B = \operatorname{arc\,sen} 0{,}6602\ldots$ → $\boxed{B_1 \simeq 41^\circ 18' 49''} \Rightarrow \boxed{C_1 = 180 - (A+B_1)} \simeq \boxed{56^\circ 41' 11''}$

→ $B_2 \simeq 138^\circ 41' 11''$ descartado pq. $B_2 + A > 180^\circ$ 1

$$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{c}{\operatorname{sen}C_1} \Rightarrow \frac{60}{\operatorname{sen}82^\circ} = \frac{c}{\operatorname{sen}56^\circ 41' 11''} \Rightarrow \boxed{c = \frac{60\cdot\operatorname{sen}56^\circ 41' 11''}{\operatorname{sen}82^\circ} \simeq 50{,}63\text{ m}}$$ 0.25

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2}\,bc\operatorname{sen}A = \frac{1}{2}\cdot 40\cdot 50{,}63\cdot\operatorname{sen}82^\circ \simeq 1002{,}81\text{ m}^2}$$ 0.25

$\boxed{1{,}5}$

4. Dado $\alpha \in 3^{er}$ cuadrante tal que $\sec\alpha = -3$, hallar, utilizando la fórmula correspondiente (resultados simplificados y racionalizados; no vale utilizar decimales), y **por este orden**: *(3 puntos)*

a) sen (α -60º) $= \operatorname{sen}\alpha\cos 60^\circ - \cos\alpha\operatorname{sen}60^\circ \quad (*)$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha} = -\frac{1}{3}}$ 0.1 $\Rightarrow$

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\operatorname{sen}^2\alpha + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$
$$\operatorname{sen}^2\alpha + \frac{1}{9} = 1$$
$$\operatorname{sen}^2\alpha = \frac{8}{9} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}}$$

→ $\boxed{\operatorname{sen}\alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}}$ 0.1

→ $\operatorname{sen}\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ descartado pq. $\alpha \in 3^{er}$ cuad.

Sustituimos en (*):

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha - 60^\circ) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}}$$ 0.2

0.1

b) tg (α+45º) $= \dfrac{tg\,\alpha + tg\,45^\circ}{1 - tg\,\alpha \cdot tg\,45^\circ}$ (**)

0.1

$tg\,\alpha = \dfrac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$

Sustituimos en (**): $\boxed{tg\,(\alpha+45^\circ)} = \dfrac{2\sqrt{2}+1}{1-2\sqrt{2}} = \dfrac{(1+2\sqrt{2})^2}{(1-2\sqrt{2})(1+2\sqrt{2})} = \dfrac{1+4\sqrt{2}+8}{1-8} = \dfrac{9+4\sqrt{2}}{-7}$ 0.1 0.1

$= \boxed{-\dfrac{9+4\sqrt{2}}{7}}$ 0.2

c) cos (α - 2640º) $= \cos\alpha \cdot \cos 2640^\circ + sen\,\alpha \cdot sen\,2640^\circ$ (***)

$\cos 2640^\circ = \cos(7\,\text{vueltas} + 120^\circ) = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ 0.1

$sen\,2640^\circ = sen(7\,\text{vueltas} + 120^\circ) = sen\,120^\circ = sen(180^\circ - 60^\circ) = sen\,60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 0.1

Sustituimos en (***): $\cos(\alpha - 2640^\circ) = -\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \boxed{\frac{1-2\sqrt{6}}{6}}$ 0.2

0.1

d) $\boxed{\cos \alpha/2} = -\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}} = -\sqrt{\dfrac{1-\frac{1}{3}}{2}} = -\sqrt{\dfrac{\frac{2}{3}}{2}} = -\sqrt{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.1

0.2

α ∈ 3er cuad. ⇒ $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ 0.2

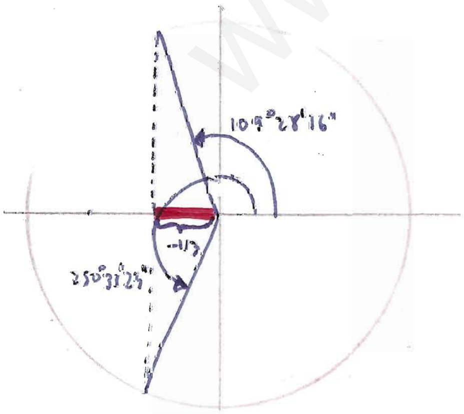
$90^\circ < \alpha/2 < 135^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \in 2^{\circ}$ cuad.

$\boxed{3}$
(0,5 cada apartado)

e) $\boxed{sen\,2\alpha} = 2\,sen\,\alpha\,\cos\alpha = 2\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \boxed{\frac{4\sqrt{2}}{9}}$ 0.3

0.1 0.1

f) Razonar, mediante calculadora y circunferencia trigonométrica, de qué α se trata.



$\cos\alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$

→ $\alpha_1 \simeq 109^\circ 28' 16''$ descartado pq. α ∈ 3er cuad.

→ $\boxed{\alpha_2 \simeq 250^\circ 31' 44''}$

0.5

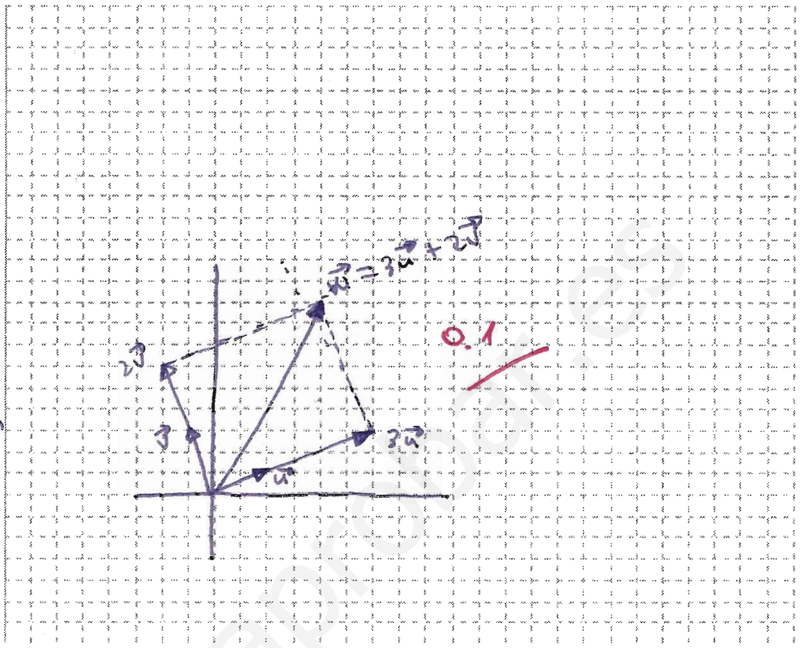
5. TEORÍA: *(1,5 puntos)*

a) Definir base de V^2, combinación lineal y coordenadas de un vector referidas a una base. Explicar estos conceptos mediante la base formada por $\left\{\vec{u}=(2,1);\ \vec{v}=(-1,3)\right\}$, y el vector $\vec{w}=(4,9)$, analítica y gráficamente.

* base de V^2: está formada por dos vectores cualesquiera no nulos y no paralelos; p.ej. $\{\vec{u},\vec{v}\}$ 0,1

* combinación lineal: cualquier expresión de la forma $\vec{w}=\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}$ con λ y $\mu \in \mathbb{R}$ 0.1

* coordenadas de $\vec{w}$ referidas a la base $\{\vec{u},\vec{v}\}$: son los coeficientes λ y μ de la combinación lineal 0.1



ejemplo: $(4,9)=\lambda(2,1)+\mu(-1,3) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4=2\lambda-\mu \\ 9=\lambda+3\mu \end{array}\right\} \xrightarrow{(\cdot)-2} \begin{array}{l} 4=2\lambda-\mu \\ -18=-2\lambda-6\mu \\ \hline -14=-7\mu \end{array}$

$\mu=2 \rightarrow 4=2\lambda-2$

$6=2\lambda$

$\lambda=3 \Rightarrow \boxed{\vec{w}=3\vec{u}+2\vec{v}}$

0,35

vectores de la base

combinación lineal

coordenadas de $\vec{w}$ en la base $\{\vec{u},\vec{v}\}$

$\boxed{1,5}$

(0,75 cada una)

b) Demostrar que $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

$$\frac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\frac{2\operatorname{sen}\alpha-2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}=\frac{\cancel{2\operatorname{sen}\alpha}(1-\cos\alpha)}{\cancel{2\operatorname{sen}\alpha}(1+\cos\alpha)}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} \quad (\text{c.q.d.})$$

0,75

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA : 0,1
LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,1

TOTAL $\boxed{0,25}$

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.