1. Desarrollar y simplificar, dando el resultado racionalizado:

$$\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5=$$ *(2 puntos)*

2. Dado $\alpha \in 3^{er}$ cuadrante tal que $\text{ctg}\,\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$ se pide, **por este orden**:

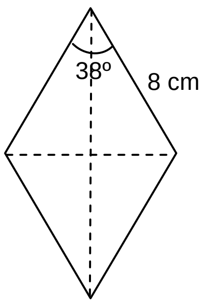
a) Utilizando las fórmulas correspondientes, hallar sen α, cos α y tg α; dar el resultado simplificado y racionalizado.

b) Ídem con sen(α-30º)

c) Ídem con tg(α+45º)

d) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué α se trata. *(2 puntos)*

3.



El lado de un rombo mide 8 cm y el ángulo menor es de 38º ¿Cuánto miden las diagonales del rombo? *(1,75 puntos)*

4. Hallar las siguientes razones, reduciendo previamente al 1^{er} cuadrante:

a) sen (-2640º) **b)** cos 37π/4 rad **c)** tg 2130º **d)** sen 13π/2 rad *(2 puntos)*

5. **a)** Efectuar y simplificar: $\frac{1}{x^2-1}+\frac{2x}{x+1}-\frac{x}{x-1}=$

b) Resolver y comprobar las soluciones obtenidas: $\sqrt{5x+6}-2x=3$ *(2 puntos)*

<u>NOTA</u>: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① $\boxed{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5} = \overset{1}{\binom{5}{0}}\underset{x^2\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^5} - \overset{5}{\binom{5}{1}}\underset{x^2}{(\sqrt{x})^4}\cdot\underset{\sqrt{x}/x}{\frac{1}{\sqrt{x}}} + \overset{10}{\binom{5}{2}}\underset{x\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^3}\cdot\underset{1/x}{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2} - \overset{10}{\binom{5}{3}}\underset{x}{(\sqrt{x})^2}\cdot\underset{\sqrt{x}/x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3} + \overset{5}{\binom{5}{4}}\sqrt{x}\cdot\underset{1/x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4} - \overset{1}{\binom{5}{5}}\underset{\sqrt{x}/x^3}{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5} =$ ← 0.5

← 0,5

$= x^2\sqrt{x} - 5\cdot x^2\cdot\frac{\sqrt{x}}{x} + 10\cdot\cancel{x}\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\cancel{x}} - 10\cdot x\cdot\frac{\sqrt{x}}{x^2} + 5\sqrt{x}\cdot\frac{1}{x^2} - \frac{\sqrt{x}}{x^3} =$

$= \boxed{x^2\sqrt{x} - 5x\sqrt{x} + 10\sqrt{x} - 10\frac{\sqrt{x}}{x} + 5\frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{\sqrt{x}}{x^3}}$ ← 1

TOTAL: 2

---

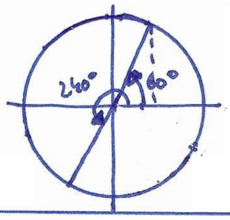
② a) $ctg\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{tg\,\alpha = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}} = \sqrt{3}}$ 0.125/ ; $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1+3 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha = \frac{1}{4}$ ↗ $\cos\alpha = 1/2$ desechado pq. $\alpha \in 3^{er}$ cuad. ↘ $\boxed{\cos\alpha = -1/2}$ 0.25/

$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{sen\,\alpha}{-1/2} \Rightarrow \boxed{sen\,\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.125/

b) $sen(\alpha - 30°) = sen\,\alpha\cos 30° - \cos\alpha\, sen\,30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{2}{4} = \boxed{-\frac{1}{2}}$ 0.5/

c) $tg(\alpha + 45°) = \frac{tg\,\alpha + tg\,45°}{1 - tg\,\alpha\cdot tg\,45°} = \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = \frac{3+2\sqrt{3}+1}{1-3} = \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = \boxed{-2-\sqrt{3}}$ 0.5/

d)



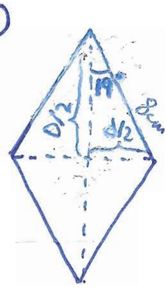
$tg\,\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = arc\,tg\sqrt{3}$ ↗ $\alpha_1 = 60°$ desechado pq. $\alpha \in 1^{er}$ cuad. ↘ $\boxed{\alpha_2 = 240°}$

0.5/

TOTAL: 2

---

③



$sen\,19° = \frac{d/2}{8} \Rightarrow \boxed{d = 16\,sen\,19° \simeq 5,21\text{ cm}}$ 0.875

$\cos 19° = \frac{D/2}{8} \Rightarrow \boxed{D = 16\cos 19° \simeq 15,13\text{ cm}}$ 0.875

TOTAL: 1,75

---

④ a) $sen(-2640°) \underset{sen(-\alpha) = -sen\,\alpha}{=} -sen\,2640° = -sen\,(120° + 7\cdot 360°) = -sen\,120° = -sen\,(180 - 60°) \underset{sen(180-\alpha) = sen\,\alpha}{=} -sen\,60° = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.5/

b) $\cos\frac{37\pi}{4}\text{rad} = \cos\frac{5\pi + 32\pi}{4} = \cos\left(\frac{5\pi}{4} + 8\pi\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{4} + 4\text{ vueltas}\right) = \cos\frac{5\pi}{4} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \underset{\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha}{=} -\cos\frac{\pi}{4} = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ 0.5/

c) $tg\,2130° = tg(330° + 5\cdot 360°) = tg\,330° = tg(-30°) \underset{tg(-\alpha) = -tg\,\alpha}{=} -tg\,30° = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.5/

TOTAL: 2

d) $sen\,\frac{13\pi}{2} = sen\,\frac{\pi + 12\pi}{2} = sen\left(\frac{\pi}{2} + 3\text{ vueltas}\right) = sen\,\frac{\pi}{2} = \boxed{1}$ 0.5/

---

⑤ a) $\frac{1}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{1 + 2x(x-1) - x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1 + 2x^2 - 2x - x^2 - x}{(x+1)(x-1)} = \boxed{\frac{x^2-3x+1}{x^2-1}}$ 1/

b) $\sqrt{5x+6} - 2x = 3$

$\sqrt{5x+6} = 2x+3$

$(\sqrt{5x+6})^2 = (2x+3)^2$

$5x+6 = 4x^2+12x+9$

$0 = 4x^2+7x+3$

$x = \frac{-7\pm\sqrt{49-48}}{8} = \frac{-7\pm 1}{8}$ ↗ $x_1 = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$ ↘ $x_2 = -\frac{8}{8} = -1$

0.5/

COMPROBACIÓN:

$x = -\frac{3}{4} \rightarrow \sqrt{-\frac{15}{4}+6} - 2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) \overset{?}{=} 3$

$\sqrt{\frac{9}{4}} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{4}}$ es solución 0.25/

$x = -1 \rightarrow \sqrt{1} - 2(-1) \overset{?}{=} 3$

$1 + 2 = 3 \Rightarrow \boxed{x = -1}$ es solución 0.25/

TOTAL: 2

ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS 0,05
ORDEN PLANTEAMIENTO 0,05
LIMPIEZA Y CALIGRAFÍA 0,05
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0,10

0,25