

**EXAMEN DERIVADAS 2**

1.- Definición de función derivada de una función.

Utilizando la definición, calcula las derivadas de las siguientes funciones y halla la pendiente de las tangentes a estas curvas en el punto  $x=1$ , indica también el crecimiento en dicho punto. (4 puntos)

a)  $f(x) = \frac{1}{2x}$

b)  $g(x) = x^2 - 5$

2.- Halla las derivadas de las siguientes funciones:

(5 puntos)

a)  $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{5x}$

b)  $y = \sqrt{\cos x}$

c)  $y = \ln \left[ \frac{x-2}{x+2} \right]$

d)  $y = (x^2 + 3x) \cdot e^{x^2}$

e)  $y = 2^x \cdot \text{sen}(x^2 - 3)$

3.- Pon ejemplos de funciones cuya derivada sea  $f'(x) = 3x^2$  ¿Cuántas existen? ¿Por qué? (1 punto)

## SOLUCIONES

1.- a)  $f(x) = \frac{1}{2x}$  La función derivada es  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ , de donde:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2(x+h)} - \frac{1}{2x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x - (x+h)}{2x(x+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{2xh(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{2x(x+h)} = -\frac{1}{2x^2}$$

La pendiente de la tangente en  $x=1$  será  $f'(1) = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = -\frac{1}{2}$  y, como es negativa, esto significa que en el punto 1 la función  $f$  es decreciente.

b)  $g(x) = x^2 - 5$  La función derivada es  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ , de donde:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 5 - (x^2 - 5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + h^2 + 2xh - 5 - x^2 + 5}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h + 2x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2x) = 2x$$

La pendiente de la tangente en  $x=1$  será  $f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$  y, como es positiva, esto significa que en el punto 1 la función  $f$  es creciente.

2.- a)  $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{5x}$

$$y' = \frac{(2x-3) \cdot 5x - (2x^2 - 3x + 2) \cdot 5}{(5x)^2} = \frac{10x^2 - 15x - 10x^2 + 15x - 10}{25x^2} = \frac{-10}{25x^2} = -\frac{2}{5x^2}$$

b)  $y = \sqrt{\cos x}$   $y' = \frac{1}{2\sqrt{\cos x}} \cdot (-\sin x) = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$

c)  $y = \ln \left[ \frac{x-2}{x+2} \right]$   $y' = \frac{1}{\frac{x-2}{x+2}} \cdot \frac{1 \cdot (x+2) - (x-2) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{x+2-x+2}{\frac{x-2}{x+2} \cdot (x+2)^2}$

$$y' = \frac{4}{(x-2)(x+2)} = \frac{4}{x^2 - 4}$$

d)  $y = (x^2 + 3x) \cdot e^{x^2}$   $y' = (2x+3) \cdot e^{x^2} + (x^2 + 3x) \cdot e^{x^2} \cdot 2x$

$$y' = (2x+3) \cdot e^{x^2} + (2x^3 + 6x^2) \cdot e^{x^2} = e^{x^2} (2x^3 + 6x^2 + 2x + 3)$$

e)  $y = 2^x \cdot \sin(x^2 - 3)$   $y' = 2^x \cdot \ln 2 \cdot \sin(x^2 - 3) + 2^x \cdot \cos(x^2 - 3) \cdot 2x$

$$y' = 2^x [\ln 2 \cdot \sin(x^2 - 3) + 2x \cos(x^2 - 3)]$$

3.-  $f'(x) = 3x^2$ , para que la derivada sea ésta, tendremos que tener  $f(x) = x^3$ , pero no es la única, ya que la derivada de cualquier número es cero, luego también me

valdrían:  $f(x) = x^3 - 7$ ;  $f(x) = x^3 + 2$ ;  $f(x) = x^3 + \frac{1}{3}$ , etc

Es decir, hay infinitas funciones cuya derivada es  $f'(x) = 3x^2$